
ACCADEMIA DI MEDICINA
DI
TORINO

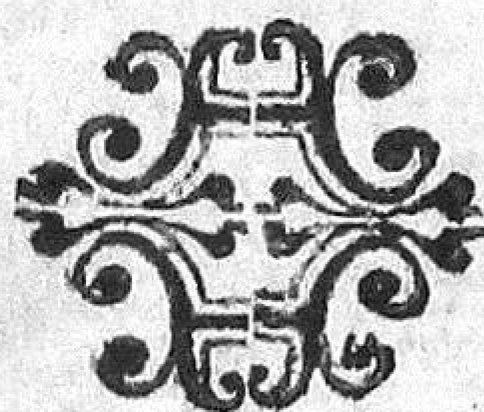
nemo Vir Magnus Tyronum r[illegible]*a ha-*
bendam putavit, ut collectis t[illegible]*e va-*
riis Matheseos membris, unum [illegible] *atque*
forma commendabile Corpus, discentibus ex-
posuisset, nisi TUA *Elementorum Systema-*
ta, publicæ indigentiæ, diu frustra desideratam
opem tulissent. Egregius sane labor, cele-
bratissimis Doctissimorum Virorum lucubratio-
nibus, ut non fructu, ita nec laude inferior!
Dum enim isti post tam longas atque injustas
nugarum dominationes, ad fundandum pro-
ferendumque Scientiarum imperium, ignotas
Terras adeunt atque expugnant: TU *alio-*
quin vacuas futuras regiones numeroso Colono
reples, ne cultu vacantes, in Tyrannidem ve-
teris Noctis, victæque Barbariei recidant.

Merito itaque maximas TIBI *gratias*
habent, quotquot de insigni laborum TUO-
RUM *fructu judicare possunt. Ut enim taceam*
Tuas meis encomiis majores Philosophicas
laudes; Mathesin antehac in Germania pa-
rum excultam, in Academiis fere neglectam,
iisdem in locis hodie in honore versari, atque
ubique disci, tua propria eaque immortalis
gloria est. Immo si TUA *consilia uti fas esset*
valerent, nusquam non summo generis humani
decore atque bono, resuscitatas Platonis Aca-
demias vigere videremus. Quid mirum igitur,

 cum

cum h[illegible] UI laboris tantam utilitatem persense[illegible]mani, desiderare exteros ut ad se quoq[illegible] harum tuarum vigiliarum fructus perveniant; quorum justissimis desideriis morem gerentes operam dedimus ego quidem, ut liber quam fieri posset accuratissimus, Bousquetus *autem ut quam nitidissimus prodiret, ut uterque sperare possimus, neque* TIBI, *neque* Publico *hanc nostram sedulitatem displicituram. Vale itaque* VIR CELEBERRIME, *fave huic opellæ;* TUI*sque præclaris laboribus, ad pristinas amœnas sedes gloriose postliminio redux, Scientias illustrare perge.*

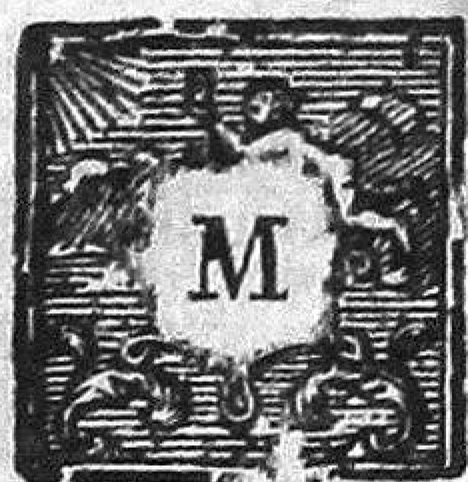
Dabam Bernæ die 22. April.
Anno MDCCXLII.



PRÆFA-



PRÆFATIO AUTORIS.



MATHESIN ego, propter duas rationes, & diligere, & commendare ſoleo: primùm ob mirificam qua in demonſtrando utitur methodum: deinde propter optimas doctrinas, quæ ad ſolidiorem cognitionem naturæ, artiumque, & in omni vita humana, præſentiſſimum uſum habent. Propter methodum, omnibus litterarum Studioſis, Matheſeos ſtudium maxime commendandum arbitror. Cum *Philippo Melanchtone* enim, omnino ſic ſentio, neminem qui Matheſin diligenter non didicit, poſſe ulla de re ſolide, accurateque diſſerere. Hinc mire placent Græci Philoſophi, prohibentes a ſtudiis, qui Arithmeticam,

atque Geometriam non didicissent. Qui enim solidam rerum cognitionem desiderat, is habitu pollere debet, distincte percipiendi, accurateque examinandi, verane an falsa sint, quæ legendo vel audiendo accepit. Immo & illos, à quibus profundior veritatum religionis Christianæ cognitio requiritur, *Fide* ut aiunt *carbonaria* ad Auditores accedere, turpe est; veraque, eam tantum ob rationem, nonnulla existimare, quod ita à Doctore, *Magno Viro*, accepissent. Quod quam insulsum sit quis non videt? Non enim sufficit veritatem ab illo doceri, sed ipsi quoque suo judicio vera perhiberi perspicere debent, certique esse, traditam Scripturæ interpretationem rectam esse, atque Dogmata inde deducta legitimis ratiociniis consequi. Cum enim ipse PAULUS ferre nolit, ut Fideles sint *mente pueruli* (1), id est, tanquam pueruli, absque prævio examine recipiant, quidquid is, cui plurimum tribuunt præcinerit, rursusque ex memoria proferant, quod in intellectum nunquam pervenit; sic quoque nemo PAULUM imitans Doctor, postulare ab Auditoribus debet, ut ceu vagientes

(1) 1. Cor. XIV. 24. *Conf.* HAMMONDI Paraphrasis.

tes infantuli, pro ſua libidine ſe faſciari jactarique patiantur.

Tales pueruli fluctuationi agitationique, cujuſvis venti Doctrinæ permittere ſe debent (2); cum hanc cœcam fidem, verus Doctor nulla ratione flagitare poſſit, qua idem falſus non poſſit, utpote qui non minus ſe veritatem tenere putat ac is, qui fortaſſe cœca fortuna, non ratione duce, illam conſecutus eſt. Omnis habitus acquiritur exercitio, non autem regularum obſervandarum nudo ſtudio. Quamobrem tametſi in Logica, regulæ omnes, ad diſtincte concipiendum, atque ſolide demonſtrandum, accurate doceantur; nunquam tamen hæc diſciplina, cuiquam habitum conferre poterit, prompte iiſdem utendi. Eadem hic Logicæ quæ Legis ratio eſt; monſtrat quidem Lex, quid bonum, quid malum ſit; unde cognitio peccati oritur: ſed minime facultatem largitur vitam honeſtam vivendi. At Matheſis rite tractata perpetuum, notionum diſtinctarum, & accuratarum demonſtrationum, exercitium offert, & ita ſenſim ad habitum perducit, regulas Logicæ, abſque lapſu, ad praxin transferendi.

Has

(2) Epheſ. IV. 14.

Has ob rationes Matheſeos ſtudium, Logicæ ſtudium præcedere debet, ſi juſtum ordinem tenere, & temporis jacturam effugere volueris. Me autem non monente apparet, hanc utilitatem à Matheſeos ſtudio fruſtra expectari, ni methodus veterum Geometrarum quam accuratiſſime obſervetur: non enim ipſæ veritates mathematicæ, nude per ſe, ſed via ratioque tractandi, intellectum acuit, atque à tenebroſis notionibus ad lucidas perducit: qui ſummus Matheſeos fructus amittitur, ſimul ac methodo vulgari, Mathematicæ doctrinæ traduntur, qua efficitur, ut memoria magis quam intellectu capiantur. Et hæc eſt ratio, cur mea Matheſeos Elementa publicaverim, ibique quantum fieri potuit, Methodum veterum Geometrarum, iis quoque in locis obſervarim, quæ perfecta mathematica certitudine pertractare nimis longum fuiſſet. Immo cum veritatem perſpicere incipientibus, idem quod ex obſcuro loco in apricum prodeuntibus, uſu venire ſoleat, ut oculi nimio ſplendore præſtringantur, eumque ferre nequeant; in Elementis meis Germanica lingua conſcriptis, ſummum rigorem, neque in definiendo,

neque

neque in demonstrando observare, necessarium duxi; huncque defectum, quem Tyrones, & in solidiori cognitione inexercitati, perfectionem putarent, in opere Latino, inprimis Arithmetica, atque Geometria, omnis Matheseos basibus, supplere conatus sum; ubi tam in accurate definiendo, quam severe demonstrando delicatissimi fastidii judicibus, nihil desiderandum reliquisse existimo. Id enim tenendum, nunquam naturam, neque in animo, neque in corpore saltum facere; sed omnes mutationes gradatim consequi. Proinde si intellectus immutari debet; non subito ad summum perfectionis gradum evehi poterit; sed initio ad perfectionem, multis comitantibus imperfectionibus perduci debet. Interim ut hoc perfectionis initium, re ipsa non nomine tantum initium sit, necesse est; nempe, ut, quamprimum Mathematica didicerimus, intellectus aliquantulum mutetur, & aliqua promptitudo paretur, quam alia tractando, non fuissemus consecuti.

Hinc ita in Mathesi Tyrones erudiendi sunt, ut accuratissimi ordinis imago, sensim animis ingeneretur, solidamque doctrinam degustare discant. Quamobrem cum

cum nostra *Germanica Matheseos Elementa*, prolixiora nonnullis visa fuerint, quam ut hujusmodi lectionibus præstituto brevi tempore, cursu Academico, absolvi possent, & à me petitum fuisset, ut ex iis Compendium, in Scholarum præcipue usum perficerem: facile propter summum, quo feror, ad virtutem promovendam studium, adduci potui, ut de ejusmodi Compendio elaborando cogitarem, quod non ad dimidiam molem prædictorum Elementorum excresceret, tamen iisdem, quoad utilitatem principalem, inferius non esset. Quo autem hæc utilitas vere obtineatur, de recto Libelli usu, quædam adhuc monenda videntur.

Principio diligenter videndum ut Tyrones, in Arithmetica, Geometria, & Trigonometria, probe sint versati; quarum disciplinarum initium, cum ipsis pueris, Elementa Latinæ linguæ discentibus, fieri poterit. His ex Arithmetica, Numeratio, & quatuor reliquæ Species in numeris integris, proponi poterunt, ita tamen, ut perpetuo interrogentur, cur ita potius, quam aliter procedant: non solum quo operationes mente capiant, & firmius memoriæ man-

mandent, sed eo præcipue consilio, ut ni-
hil absque sufficiente ratione recipere dis-
cant, sed omnium quæ vident vel audiunt
rationem exquirant: utpote quæ ingenii ex-
suscitatio animum discendi cupidum creat,
& ad emendationem intellectus plus con-
fert, quam idiotis videri potest. Postquam
operationem recte perceperunt, ad ejus
Definitionem initio Libri expositam, sunt
revocandi, quo conferendo Definitionem,
cum suis exemplis, enunciata à Definitio-
ne in exemplo contueantur. Hoc modo
differentiam, inter distincte, & confuse
percepta sentient, sensimque addiscent,
occultam in singularibus exemplis, gene-
ralem notionem eruere: & quod non par-
vum est, attente semper considerateque
agere, nullamque rem temere atque incon-
sulto suscipere. Quod si deinde maturiori
ætate, regulas, quas intellectus in veritate
cognoscenda sequitur, in Logica a me ex-
positas, audient; pristina exercitatione ac-
quisita, imago continuo ante oculos versa-
bitur, & exempla, quæ recordabuntur, gra-
tam lucem in præcepta diffundent.

In Geometria Tyrones figuras tantum
distinguere initio doceantur, ita tamen,

ut eorum nomina non ſolum pronunciare, ſed etiam notas recenſere valeant, quibus figuram agnoſcunt, atque ab aliis diſtinguunt: quæ quæſtiones ex ipſis definitionibus commode formari poterunt. Hoc modo, confuſarum diſtinctarumque notionum differentiam, perſpicere diſcent, primum, ad quod in ſolida veritatis cognitione, animum debemus attendere. His præmiſſis, ad delineationem figurarum traduci poſſunt, quo earum poſſibilitatem intelligant, & ſimul perſentiant, tum demum, recte rem comprehendi, cum modum quo fieri poteſt intellexerimus. Quo facto ad Theoremata atque Problemata accedere licebit, obſervando, ut figuras ſecundum conditiones Problematis delineare jubeantur, deinde ope inſtrumentorum practice explorent, num propoſitionem veram deprehendant, & num ea quæ enunciat, experientia comprobet: quæ examina ita inſtituenda, ut, quantum fieri poteſt, quamplurima ex demonſtratione complectantur. Plura de his Demonſtrationibus Mechanicis, ut appellare ſoleo, ſub voce *Demonſtratio Mechanica* in meo *Lexico Mathematico* commentatus ſum.

Tandem

Tandem Geometria ipsa, quemadmodum in Libro perhibetur, tradi poterit, ita tamen, ut demonstrationes interrogando doceantur, eo ordine, quo syllogismus ex syllogismo perpetua serie, nascitur. Initium semper fiat, ab iis, quæ vel inspectio figuræ, vel propositionis conditio, vel problematis resolutio attendenti præbent, quo sic, aliis, ante demonstratis propositionibus, in mentem revocatis, novæ conclusiones inde inferri possint; quemadmodum hæc in *Lexico Mathematico* sub voce *Demonstratio* accuratius exposui. Mihi quoque id non prætermittendum videtur, ut singulæ propositiones, una post alteram eo ordine scribantur, quo ab una ad alteram ratiocinando perducimur: nam hoc pacto non solum idea solidæ cognitionis animo ingenerabitur, sed is quoque paulatim, methodice meditari assuescet. Arithmetica, atque Geometria hoc modo rite absolutis, ad reliquas quoque disciplinas, sine offendiculo transire licebit; suaserim tamen debitis experimentis ea illustrari, quæ hac ratione doceri possunt: quod

ipsum etiam, non sine fructu, in Geometria fieret, antequam difficiliores demonstrationes suscipiantur. Quod si futurum est, ut homines, hoc libro præscripto modo utantur; non dubito, studia bonarum Litterarum brevi in meliorem formam mutatum iri. Quem hujus mei laboris fructum ut brevi videam, animitus DEUM Opt. Max. precor.

Dabam Halæ die 21. Jul.
An. MDCCXIII.



CONSPEC.



CONSPECTUS

TOTIUS OPERIS.

In TOMO PRIMO *continentur*

In TOMO SECUNDO *continentur*.





DE
METHODO MATHEMATICA.

COMMENTATIO BREVIS.

§. I.

M*Ethodus Mathematicorum*, puto ordinem quo in tradendis dogmatibus ſuis utuntur Mathematici, incipit à Definitionibus, pergit ad Axiomata, his ſuperſtruit Theoremata atque Problemata, quibus Corollaria, & Scholia ut res poſtulaverit, annectit.

§. II.

Sunt autem *Definitiones* diſtinctæ rerum notiones, quarum ope inter ſe diſtinguuntur, & unde reliqua derivantur, quæ de ipſis concipiuntur. Ad duas autem claſſes revocantur; ſunt enim vel *Definitiones Nominales*, vel *Definitiones Reales*.

§. III.

Definitiones nominales, sufficientes enumerant notas, quibus res, cui hoc vel illud nomen tribuitur, agnosci possit. Ut si in Geometria dicitur, Quadratum esse Figuram, quatuor latera, & quatuor angulos æquales habentem.

§. IV.

Definitiones reales, notionem distinctam, de rei genesi, hoc est modo quo res fieri potest, exponunt. Talis in Geometria est Circuli, si per motum lineæ rectæ circa punctum fixum describi concipitur.

§. V.

Notionem vocamus, quamlibet rei repræsentationem in mente.

§. VI.

Notio autem *clara* dicitur, cum ad rem oblatam recognoscendam sufficit, ex. gr., ut intelligam, propositam figuram *Triangulum* dici.

§. VII.

Notio obscura contra dicitur, quæ ad rem obla-

oblatam recognoſcendam non ſufficit. Ut ſi planta commonſtretur, qua viſa dubites, viderimne alio tempore, necne, vel [illegible]ne illa, quæ hoc vel illo nomine vocari conſuevit; notio hujus plantæ obſcura eſt.

§. VIII.

Clara *notio diſtincta* eſt, ſi notas recenſere valeas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, ex. gr., quod circulus ſit figura, linea curva in ſe redeunte terminata, cujus ſingula puncta ab eodem puncto intermedio æqualiter diſtant.

§. IX.

Clara *notio confuſa* eſt, ſi notas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, recenſere minime valeas, utut in tales ſit reſolubilis: qualis eſt, ex. gr., notio coloris rubri.

§. X.

Diſtincta notio *adæquata* eſt, cum & notarum ex quibus componitur, notiones diſtinctas habueris; ex. gr., notio circuli paulo ante tradita cenſetur adæquata, ſi curvæ in ſe redeuntis, puncti intermedii, diſtantiæ æqualis, & terminationis, notiones diſtinctas habueris.

§. XI.

Contra *inadæquata* eſt notio, ſi notarum quæ diſtinctam ingrediuntur, nonniſi confuſas notiones habueris.

§. XII.

In Matheſi non admittuntur niſi notiones diſtinctæ, & quantum fieri poteſt adæquatæ, tam in Definitionibus realibus, quam in nominalibus.

§. XIII.

Hinc in Definitionibus ſubſequentibus, non adhibentur voces, niſi vel ex antecedentibus, vel aliunde ſatis intelligatur, quæ res iis ſubjiciantur.

§. XIV.

Et ſi, quando notione confuſa contenti ſumus, res, ad quam ſpectat, obvia fit, neceſſe eſt, ut vel præſentem quandocunque libuerit percipere, vel ſæpius jam olim perceptæ, haud difficulter reminiſci valeamus.

§. XV.

Ad definitiones reales quod attinet, declarant illæ, quo modo res poſſibilis ſit, id eſt, viam atque rationem qua illa oriri poteſt (§. IV.) Ea propter, circa hoc definitionum genus duo conſideranda ſunt; 1°. utrum ea exiſtant, aut exiſtere poſſint, nec ne, quæ ad Geneſin rei concurrere aſſumimus; 2°. num ab iis proficiſci queant, quæ in formatione rei iiſdem tribuimus. Ex. gr., ſi circulus definitur, quod generetur per motum lineæ rectæ, circa punctum fixum; requiritur ad poſſibilitatem ejus, punctum, linea recta, immobilitas puncti, quo motum rectæ regat, & talis denique rectæ motus, ut in priſtinum locum unde diſceſſerat, revertatur.

§. XVI.

Definitiones tam reales, quam nominales, tum in ſe conſiderari, tum inter ſe conferri poſſunt. Si conſiderando definitiones, aliquid exinde immediate concluditur, *Axioma* vocatur. Ex. gr., Geneſin circuli conſideranti, facile apparet omnes rectas ex centro ad peripheriam ductas inter ſe æquales eſſe, cum unam eandemque lineam in diverſo ſitu referant. Hæc adeo propoſitio in Axiomatum numero habetur. *Dn.* De Tschirnhausen hanc vocem

vocem in hoc ſenſu adhibet. Vulgo quævis propoſitio, quam ſine demonſtratione concedimus *Axioma* audit. Atque in hoc ſenſu *Euclides* ac reliqui veteres Geometræ hac voce utuntur.

§. XVII.

Axiomata enunciant, vel aliquid eſſe, vel aliquid effici poſſe. Axioma ſpeciei prioris, illud eſt, quod modo ex definitione circuli deduximus: ſc. *Omnes Lineas ex centro ad peripheriam ductas eſſe æquales.* Contra Axioma alterius ſpeciei eſt id, quod ex definitione *lineæ rectæ* fluit: ſc. *A quovis puncto ad quodvis punctum, poſſe lineam rectam duci.* Axiomata hujus ſpeciei dicuntur *Poſtulata.*

§. XVIII.

Quoniam igitur axiomatum & poſtulatorum veritas, per intuitum definitionum ex quibus fluunt cognoſcitur; demonſtratione nulla indigent. Veritas enim eorum apparet, quamprimum realitas Definitionum fuerit evicta. Quamobrem, verumne an falſum Axioma ſit, ante examinatam Definitionis poſſibilitatem, cum certitudine dijudicari non poteſt. Secus enim id

id ſolum conſtat, poſita definitionis poſſibilitate, axiomata vera futura. Hinc quoque manifeſtum fit, cur TSCHIRNHAUSIUS Axiomata tanquam propoſitiones definiverit, quæ ex definitione intelliguntur (§. XVI.)

§. XIX.

Cum Axiomatibus & Poſtulatis, etiam Experientiæ nonnunquam confunduntur. *Experiri* autem dicimur, quidquid ad perceptiones noſtras attenti, cognoſcimus; ex. gr., dum accenſa candela, conſpicua fieri videmus, quæ ante non apparebant, experientia hoc comperire dicimur. Proinde Experientiæ non niſi rerum ſingularium propoſitiones ſunt, quoniam non niſi res ſingulares percipimus.

§. XX.

Quando pluribus inter ſe collatis definitionibus, quædam inde inferuntur, quæ ex conſideratione unius tantum deduci non potuiſſent; dicuntur hæ concluſiones *Theoremata.* Ex. gr., ſi in Geometria Triangulum cum Parallelogrammo, ſuper eadem baſi, & ejuſdem altitudinis confertur, & partim immediate ex ipſis

ipsis eorundem definitionibus, partim ex aliis eorundem proprietatibus, jam ante erutis, infertur; Parallelogrammum esse trianguli duplum: ea propositio, *Triangulum est dimidia pars Parallelogrammi, quod eandem basin, & eandem altitudinem habet*, in Theorematum numero habetur.

§. XXI.

Duo autem sunt, quæ in omni Theoremate attentionem merentur, *Propositio* nempe, atque *Demonstratio*. Ista quidem enunciat, quid rei cuidam sub certis conditionibus convenire possit, quid non: in hac autem rationes exponuntur, ob quas intellectus concipere valet, illud ipsi convenire.

§. XXII.

Demonstrationum autem principia, sunt partim Definitiones vocum rerumque in propositione contentarum, partim proprietates ex iisdem definitionibus jam derivatarum rerum. Quoniam vero in Mathesi principia non admittuntur, nisi quæ ante fuerint evicta: definitiones ac propositiones, quibus demonstrationes superstruuntur citari solent, partim ut appareat ge-

genuina principia adhiberi; partim ut ignaris constet unde ipsorum certitudo haurienda.

§. XXIII.

Non alia vero est ratio ex principis conclusiones inferendi, quam quæ in omnibus libellis logicis, ubi de syllogismo agitur, dudum fuit exposita. Sunt enim demonstrationes Mathematicorum, congeries quædam Enthymematum, ita ut omnia vi syllogismorum concludantur, omissis saltem præmissis, quæ vel sponte meditanti occurrunt, vel per citationes in memoriam revocantur. Hoc non solum *Clavius* in demonstratione proportionis primæ *Element. Euclidis* ostendit: sed *Herlinus* quoque atque *Dasipodius* sex priora Elementa *Euclidis*, & *Henischius* integram Arithmeticam per syllogismos in forma demonstravere.

§. XXIV.

Problemata aliquid faciendum proponunt, & tribus partibus constant, *Propositione* scilicet, *Resolutione*, ac *Demonstratione*. In propositione quid fieri debeat indicatur. In resolutione singuli actus ordine decenti recensentur, quibus

bus efficitur quod erat faciendum. Denique in demonstratione evincitur, factis iis, quæ resolutio præcipit, effectum intentum obtineri. Quoties itaque Problema demonstrandum; in Theorema convertitur, cujus hypothesin resolutio, thesin vero propositio constituit. Generalis enim omnium Problematum demonstrandorum tenor hic est. Factis iis quæ resolutio præcipit, illud quoque efficitur quod erat faciendum.

§. XXV.

Rationes subinde non desunt, cur ad casus speciales, applicentur propositiones generales, ex quibus propositiones sæpe alias, prona consequentia deducere licet. Quæ utroque modo eruuntur propositiones, *Corollaria* nuncupantur.

§. XXVI.

In *Scholiis* denique, tam definitionibus, quam propositionibus, earumque Corollariis subjungi solitis, obscura declarantur, ad dubia respondetur, usus doctrinarum indicatur, historiæ ac fontes inventionum describuntur, & si quæ alia scitu nec injucunda nec inutilia occurrunt, inseruntur.

§. XXVII.

§. XXVII.

Explicatam hactenus Methodum qui probe perpendit, ejus universalitatem haud dubie agnoscet, nec diffitebitur, sine ea ad solidam rerum cognitionem perveniri haudquaquam posse. Dicitur vero *Methodus Mathematica*, immo sæpius *Geometrarum Methodus*, quia hucusque Mathematici fere soli, in Geometria inprimis, ejus leges sancte custodiverunt.

§. XXVIII.

Explicatæ Methodi legibus, cum ex asse satisfiat in Mathesi præsertim pura; non ex vano prædicatur, quod Mathemata judicium acuant, hoc est, quod eorum cultores promptitudinem acquirant veritatem quamlibet, ad quam animum appellunt, accuratius, quam alii solent, dijudicandi, qui non tam accurate ordinateque meditari consueverunt.

§. XXIX.

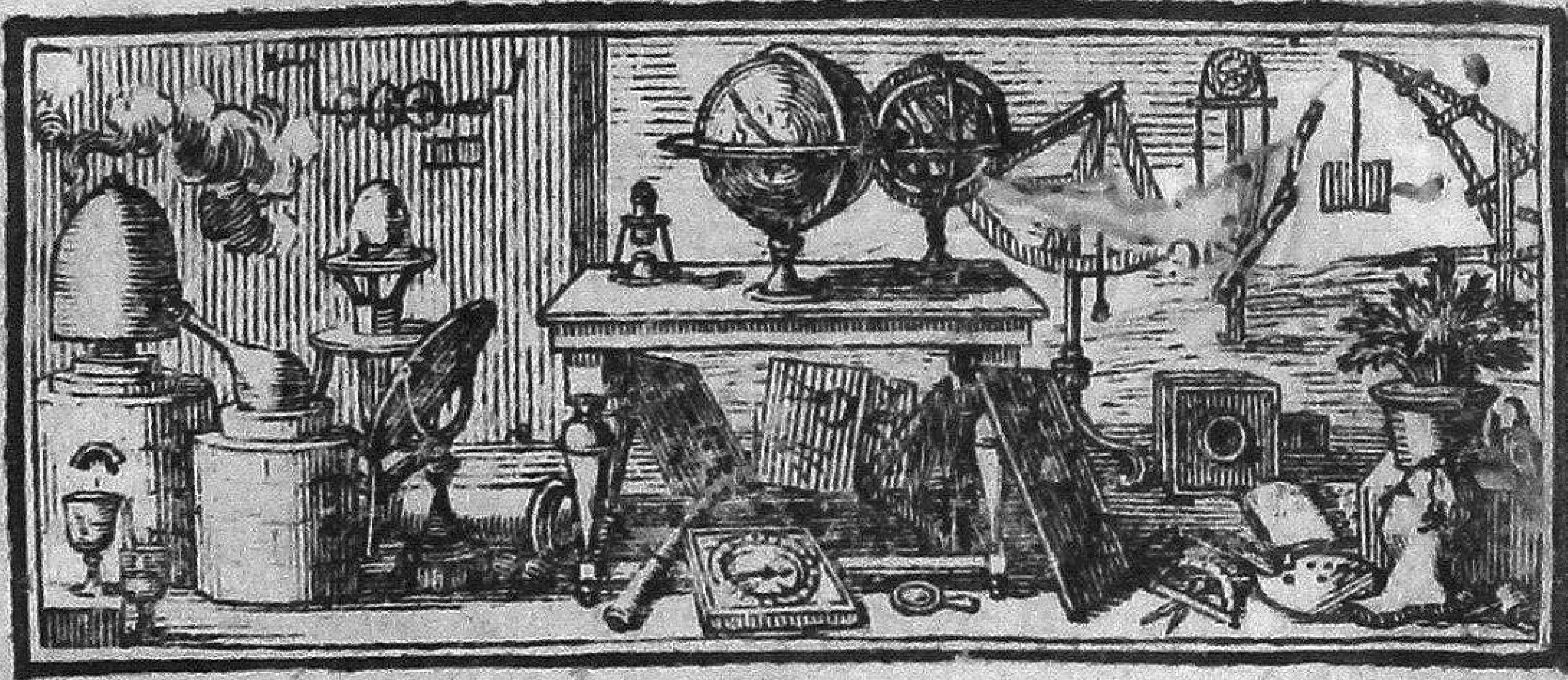
Fructus igitur, quem ex studio Matheseos maximum percipere licet, participes non fiunt, quotquot praxes quasdam Mathematicas, aliasque

que parum Mathematicas diſciplinas, vulgo tamen ad eaſdem referri ſolitas, addiſcunt. Licet enim in vita communi utiles ſint, nemini tamen judicii acumen, ac inveniendi habitum comparant, quia hæc non niſi à ſeria demonſtrationum meditatione expectare licet.

FINIS

DISCURSUS DE METHODO MATHEMATICA.

ELEMEN-



ELEMENTA ARITHMETICÆ.

DEFINITIO I.

1. 

RITHMETICA est Scientia computandi, hoc est, ex quibusdam numeris datis inveniendi alios, quorum ad cognitos relatio datur. E. gr. Si fuerit inveniendus numerus, qui duobus 6. & 8. junctim sumtis æqualis est.

SCHOLION.

2. *Scientia significat habitum asserta ex principiis certis & immotis per legitimam consequentiam inferendi.*

DEFINITIO II.

3. Si plura individua ejuſdem ſpeciei junctim ſumuntur, oritur inde *Numerus*. e. gr. Si ad globum *unum* ponatur adhuc alius, habentur *duo* globi. Ad hos ſi ponatur denuo unus, habentur eorum *tres*, &c.

COROLLARIUM I.

4. Quivis igitur numerus ſupponit certam quandam unitatem. & nulli numeri inter ſe comparari nec componi poſſunt, niſi ex iiſdem oriantur unitatibus. E. gr. Si dico 6; oportet ut quævis unitas, quæ in hunc numerum ſuſcipitur, ſit res ejuſdem ſpeciei, ut Canis, Pomum, Domus, Thalerus, Groſſus &c.

COROLLARIUM II.

5. Numerus fit major vel augetur, ſi alii numeri ejuſdem ſpeciei adjiciuntur: è contra minuitur, ſi unus vel plures numeri ejuſdem ſpeciei auferuntur. Nec plures permutationes numeri admittunt. Numeri vero ejuſdem ſpeciei ſunt, qui ex iiſdem componuntur unitatibus (§. 4.)

COROLLARIUM III.

6. Si Numerus augetur, numeri, qui illi adjiciuntur, vel ſunt omnes inter ſe illi æquales, ut

ut ſi 6 aliquoties ſumitur; vel ſunt majores & minores illo, ut ſi 6, 3, 5 &c. [illegible]ctim ſumuntur. Duo igitur diverſi ſunt modi augendi numerum.

COROLLARIUM IV.

7. Nec minus evidens eſt, quod, ſi numerus minuitur, unus vel plures numeri minores ſucceſſive ab illo auferantur; vel etiam quod unus tantum numerus toties ab illo auferatur, quoties id fieri poteſt. Duo igitur diverſi ſunt modi minuendi numerum.

SCHOLION.

8. *Hinc ortæ ſunt quatuor computandi ſpecies, ſcilicet* Additio, Subſtractio, Multiplicatio & Diviſio, *ut ex Definitionibus ſequentibus colligendum.*

DEFINITIO III.

9. *Additio* eſt inventio alicujus numeri, qui pluribus numeris ejuſdem ſpeciei junctim ſumtis æqualis eſt. Numeri dati dicuntur *ſummandi*; quæſitus autem *ſumma* vel *Aggregatum.*

COROLLARIUM.

10. Quoniam quivis numerus ex pluribus componitur unitatibus (§. 3.), Additio peragitur,

agitur, si uni numerorum datorum unitates reliquorum successivè annumerentur.

SCHOLION.

11. *Unitates numerorum sub initium per digitos repræsentantur, & necessaria ad Additionem numeratio tamdiu per digitos absolvitur, donec memoriæ infigatur, quantum quivis numerus parvus ad alium numerum sumtus constituat, e. gr. duo & tria constituere quinque; sex & octo autem quatuordecim.*

DEFINITIO IV.

12. *Subtractio* est inventio alicujus numeri, qui cum uno numero dato ejusdem speciei simul sumtus alii numero dato æqualis est. Numerus per Subtractionem inventus dicitur *Differentia* numerorum datorum.

COROLLARIUM.

13. Quoniam quilibet numerus componitur ex pluribus unitatibus (§. 3.) Subtractio perficitur, si ab uno numerorum datorum successive auferantur unitates reliquorum.

SCHOLION.

14. *Quod in Scholio Definitionis praecedentis de Additione* (§. 11.) *dictum est, idem quoque hic habet locum in Subtractione.*

DEFINITIO V.

15. *Multiplicatio* est inventio alicujus numeri ex duobus datis, in quo toties continetur datorum unus, quoties unitas in altero. Numerus quæsitus dicitur *Productum* vel *Factum*: numeri dati *Factores*.

COROLLARIUM.

16. Multiplicatio itaque non est, nisi iterata ejusdem numeri Additio (§. 9.)

DEFINITIO VI.

17. *Divisio* est inventio alicujus numeri ex duobus datis, qui indicat, quoties numerus datorum unus in altero continetur, & hinc *Quotus*, interdum quoque *Exponens* audit.

COROLLARIUM I.

18. Divisio itaque non est, nisi iterata ejusdem numeri ab alio Subtractio (§. 12.)

COROLLARIUM II.

19. Et quoties datorum unus (qui Divisor dicitur) in altero (qui dividendus vocatur) toties unitas in Quoto contineatur necesse est.

AXIOMA I.

20. *Quilibet numerus vel quantitas est æqualis sibimet ipsi.*

SCHOLION.

21. *Hoc axioma usum suum habet, quia quemlibet numerum considerare licet tanquam ortum ex diversis aliorum numerorum compositionibus vel permutationibus. E. gr. Sex oritur si* 4 & 2 *addo; si* 3 *per* 2 *multiplico; si* 2 *ab* 8 *subtraho; si* 12 *per* 2 *divido. Vi itaque Axiomatis nostri, summa ex* 4 & 2, *factum ex* 3 *in* 2, *differentia inter* 2 & 8, *Quotus ex* 12 & 2 *sunt inter se æqualia.*

AXIOMA II.

22. *Duo numeri vel quantitates eidem tertiæ æquales, sunt etiam æquales inter se.*

SCHO-

SCHOLION.

23. *Habeo, e. gr. tres pecuniæ acervos. In primo sunt totidem Thaleri ac in secundo; in tertio similiter totidem ac in secundo. Adeoque in primo totidem ac in tertio sint necesse est. Exempla Definitiones & Axiomata illustrant: quod semel pro semper moneo.*

AXIOMA III.

24. *Si æqualibus æqualia addas, aggregata sunt æqualia. Si vero majori & minori idem vel æqualia addas, aggregatum prius majus est, posterius minus.*

AXIOMA IV.

25. *Si æqualia ab æqualibus subtrahas, quæ relinquuntur æqualia sunt. Quodsi vero idem vel æqualia à majore & minore subtrahas, residuum prius majus est, posterius minus.*

AXIOMA V.

26. *Si æqualia per æqualia multiplices, facta æqualia sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel æqualia multipli-*

cis, factum prius majus est, posterius minus.

AXIOMA VI.

27. *Si æqualia per æqualia dividas; quoti æquales sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel æqualia dividas; quotus prior major est, posterior minor.*

COROLLARIUM.

28. Hinc si duo computant exemplum, & neuter committit errorem, eadem prodibunt. Sed si diversa inveniunt, ut unus eorum erraverit necesse est.

AXIOMA VII.

29. *Quod uno æqualium majus vel minus est, etiam altero æqualium majus vel minus est.*

AXIOMA VIII.

30. *Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumtis, adeoque majus qualibet sua parte.*

HYPO-

HYPOTHESIS.

31. *In numerando ultra decem non est progrediendum. Si in numerando ad denarium pervenitur, initium numerandi repetatur, nisi quod denariorum numerus una exprimatur.*

SCHOLION.

32. *Hæc est lex numerandi generalis, ubivis gentium recepta: & cum à prima ætate eidem adsueverimus, necessitatis videtur. Ratio vero, quare non ultra decem numeratur, est procul dubio inde derivanda, quia Homines digitis in computando uti solent, quamdiu in computando nondum satis versati* (§. 11.)

COROLLARIUM.

33. Pro quolibet igitur ex his decem numeris peculiari opus est nomine, & præterea aliis, quibus decadum multitudo denotetur. Illa sunt *unum, duo, tria, quatuor, quinque, sex, septem, octo, novem, decem*; hæc vero *viginti, triginta, quadraginta, quinquaginta, sexaginta, septuaginta, octoginta, nonaginta, centum.*

HYPOTHESIS II.

34. *Quemadmodum* decies decem; centum *nominatur; sic nominetur porro decies centum*, Mille; *millies mille*, Millio; *millies millia millionum*, Billio; *millies millia Billionum*, Trillio *vel* triplex Millio, &c.

SCHOLION.

35. *Hac denominatione utimur, ut confusio in numeris prolixis evitetur; & de quavis eorum parte notio distincta formari possit.*

HYPOTHESIS III.

36. *Novem numeri sequentibus characteribus vel notis exprimantur*: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. *Ut vero & Decades, Centenarios, Millenarios &c. iisdem indigitare possimus, valor ipsis tribuatur localis, ita, ut solitarii vel in loco dextimo positi* Unitates *sive digitos, in secundo* Decades, *in tertio* Centenarios, *in quarto* Millenarios *&c. denotent. Loca vacua repleantur*, cyphra 0, *quæ scilicet sit Nullitatis nota.*

PRO-

PROBLEMA I.

37. *Numerum ſcriptum enunciare, hoc eſt, cuilibet characteri valorem competentem aſſignare.*

1. Numerus propoſitus per commata dividatur in claſſes, tres notas unicuique aſſignando, initio à dextris facto. Non repugnat ut claſſi ſiniſtimæ tres vel pauciores notæ cedant.
2. Nota dextima poſt comma ſecundum notetur puncto apici adſcribendo & quæ poſt quartum duobus punctis, &c.
3. Comma ſolitarium per millenarios, punctum unum per milliones, duo puncta per Billiones, &c. Nota vero ſiniſtima claſſis uniuſcujuſque per centenarios, media per decades, dextima per unitates enuncietur: Sic factum eſt quod petebatur.

E. gr. Si Numerus ſequens fuerit enunciandus.

2˙˙˙, 125, 473˙˙, 613, 578˙, 432, 597.

Dic: Duæ trilliones, centum & viginti quinque millia billionum una cum quadringentis ſeptuagin-

tuaginta tribus billionibus, ſexcenta & tredecim millia millionum una cum quingentis ſeptuaginta octo millionibus, quadringenta & triginta duo millia, quingenta & nonaginta ſeptem.

DEMONSTRATIO.

Omnia ſunt manifeſta per hypotheſes præmiſſas (§. 31. 34. 36.)

PROBLEMA II.

38. *Numeros quotcunque datos addere.*

RESOLUTIO.

1. Numeri dati ita ſub ſe invicem ſcribantur, ut unitates unitatibus, decades decadibus, centenarii centenariis, &c. reſpondeant (§. 4.)
2. Sub numeris ſcriptis ducatur linea recta, ad confuſionem evitandam.
3. Sigillatim addantur unitates & ſumma earum ipſis ſubſcribatur. Quodſi in ea decades reperiantur, eas decadibus numerorum datorum connumerari oportet: decadum vero ſumma ſub decadibus collocanda. Hac opera-

operatione continuata, habebitur tandem ſumma quæſita.

Vel : Ex qualibet numerorum ſerie tot decades deleantur, quot ex iis colligi poſſunt, & continuo connumerentur tot unitates ſeriei proxime ſiniſteriori, quot decades abjectæ fuerint : reſiduum loco convenienter ſcribatur, ut ante.

E. gr. ſi numeri ſequentes fuerint addendi,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

Dic : 4 & 3 ſunt 7, additis 8, prodeunt 15: Collocentur 5 ſub unitatibus & 1 decas connumeretur decadibus datis, & dic porro 1 (ſc. decas) & 6 ſunt 7 (decades), additis 2 prodeunt 9; additis porro 7 habentur 16 (decades). Collocentur hæ 6 decades ſub decadibus datis & reliquæ 10 decades, hoc eſt, 1 centenarius annumeretur centenariis datis numerorum datorum &c.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus conti-

continet omnes unitates, omnes decades, omnes centenarios, omnes millenarios, &c. numerorum datorum, hoc est, omnes eorum partes. Adeoque æqualis est omnibus datis simul sumtis (§. 30.) consequenter summa eorundem est (§. 9.) Q. E. D.

SCHOLION I.

39. *Si numerorum datorum partes omnes tanquam unitates spectantur, animadvertetur, quod in summam excessus tantum numerorum summatorum supra* 9 *reponatur. Nam loco quindecim scribimus numeros* 1 *&* 5, *qui instar unitatum considerati efficiunt* 6, *sunt igitur excessus numeri quindecim supra novem. Similiter loco sexdecim scribimus infra seriem decadum* 6 *& infra seriem centenariorum* 1, *qui duo numeri simul sumti constituunt* 7, *si pro unitatibus habentur, sunt igitur excessus numeri sexdecim supra novem &c. Hinc liquet inter summandum tot novenarios omitti, quot unitates ex summa seriei dexterioris in sinisteriorem transferuntur.*

SCHOLION II.

40. *Si igitur nosse desideramus, an numerus inventus sit æqualis omnibus datis simul sumtis, notentur* (1) *dictæ unitates à latere & operatione absoluta addantur, ut numerus novenariorum*

rum inter ſummandum omiſſorum innoteſcat. (2) *Abjiciantur præterea ex ſumma inventa novenarius quoties fieri poteſt, abjectorumque novenariorum numerus addatur numero inter ſummandum omiſſorum: quæ ſumma una cum numero reſiduo, ſi quis fuerit, probe notetur.* (3) *Tandem etiam quoties ex numeris datis novenarius abjici poſſit & qui ſit numerus reſiduus notetur. Quodſi enim numerus novenariorum abjectorum una cum numero reſiduo utrobique æqualis fuerit, numerus inventus æquatur omnibus datis ſimul ſumtis* (§. 25.), *& hinc certi ſumus nos in regularum applicatione non aberraſſe* (§. 38). *Ut in exemplo præcedenti inter ſummandum tres novenarii omittuntur & ex ſumma reperta unus adhuc deleri poteſt, quo facto relinquuntur* 7. *Sed ſi ex numeris ſummandis* 4 *novenarii abjiciantur,* 7 *ſimiliter relinquuntur. Quare Additio rite peracta. Bonitas operationis inde quoque confirmatur, ſi exemplum diverſa ratione computatur, vel utroque modo præſcripto, vel ita ut una vice aſcendendo altera vero deſcendendo ſummatio numerorum ejuſdem ſeriei perficiatur. Idem enim error non facile committitur, ſi diverſa ratione computatur.*

SCHOLION III.

41. *Mathematici ſignum peculiare adhibent, quo* Additionem *indigitant, ſcilicet ſignum* +, *quod per* plus *efferri ſolet. Adeoque* Summam *duorum numerorum* 3 *atque* 7 *ita* (3+7) *ſcribunt.*

SCHO-

SCHOLION IV.

42. *In additione composita tot delentur, quot collecti integrum speciei proxime majoris efficiunt & pro unoquoque unitas reponitur in serie proxime sequenti. E. gr. ex Nummis toties delentur 12, quoties fieri potest & eorum loco additur unitas Grossis, quia 12 Nummi conficiunt Grossum. Ex grossis abjiciuntur simul 24 & eorum loco 1 Thaleris connumeratur, quia Thalerus 24 grossis constat. Eodem modo progredimur in casibus reliquis. Ut:*

15 *thal.*	20 *groff.*	10 *num.*
28	14	2
30	16	6
75 *thal.*	3 *groff.*	6 *num.*

PROBLEMA III.

43. *Numerum minorem e majore subtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus minor ea lege majori subscribatur, quemadmodum in Additione præcepimus (§. 38.)
2. Sub numeris hisce ducatur linea recta.

3. Sub-

3. Subtrahantur ſigillatim unitates ab unitatibus, decades à decadibus, centenarii à centenariis &c. & reſidua ſingula loco conveniente infra lineam ſcribantur, nempe reſiduum unitatum ſub unitatibus, decadum ſub decadibus &c.

4. Quodſi nota major à minore veniat ſubtrahenda, ex ſiniſteriore loco in dexteriorem transferatur unitas, quæ (§. 36.) hic decem valebit. Sic à numero decade aucto ſubtractio fieri poteſt: numerus vero in loco ſequenti unitate mulctatus puncto notetur.

5. Denique ſi in loco ſiniſteriori o reperiri contingat, tranſeundum eſt tamdiu verſus ſiniſtram, donec inveniatur numerus, à quo mutuetur 1. hac ratione perinde eſt ac ſi in loca vacua 9 & in eum, ubi ſubtractio fieri nequit, 10 ponerentur (§. 36).

Juxta has regulas numerum quemcunque datum ex alia quocunque majore ſubtrahere licet.

E. g. Si numeri ſequentes fuerint à ſe invicem ſubtrahendi.

98.0.0.4.0.34.59
47 4 3 8 6 5 2 6 3

5 0 5 6 5 3 8 1 9 6

Dic: demtis 3 ex 9 relinquuntur 6 unitates, unitatibus infra lineam subscribendæ. Dic porro 6 (sc. decades) ex 5 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4 in loco proxime sequenti, remanebunt itaque in eo 3 & habeo 15 loco 5. Ablatis ergo 6 ex 15 remanent 9 decades, decadibus infra lineam subscribendæ. Quo facto perge & dic: 2 ex 3 subducta relinquunt 1: 5 ex 3 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4, quo in locum vacuum delato habeo in eo 10. Inde si 1 aufero, remanent in eo 9 & loco 3 obtineo 13. Subductis jam 5 ex 13 relinquuntur 8, & demtis 6 ex 9 relinquuntur 3. Quia 8 ex 3 denuo subtrahi nequeunt, mutuetur 1 ab 8 & transferatur in locum vacuum primum, sic habeo in hoc 10 & in illo adhuc 7. A 10 mutuetur 1 & transferatur in locum vacuum alterum versus dextram, remanebunt ibi loco 10 adhuc 9 & hic habeo 10. A quo si mutuetur denuo 1, restabunt in eo adhuc 9 & loco 3 obtineo 13. Jam dic: demtis 8 ex 13 relinquuntur 5: 3 ex 9 relinquuntur 6; 4 ex 9 relinquuntur 5. Quodsi residuum semper infra lineam loco convenienti scribatur, habetur numerus quæsitus.

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus continet residuum omnium unitatum, omnium decadum, omnium centenariorum, omnium millenariorum &c. hoc est residuum omnium partium. Quoniam vero residuum omnium partium simul sumtum integro residuo æquale (§. 30.); numerus inventus est residuus, qui relinquitur, si numerus unus ab altero auferatur, consequenter una cum numero ablato alteri datorum æqualis. Per regulas ergo datas Subtractio absolvitur (§. 12.) Q. E. D.

SCHOLION I.

44. *Quodsi nosse desideres, an operatio rite fuerit peracta, addatur juxta Problema II.* (§. 38) *numerus inventus datorum minori. Summa erit major* (§. 12.)

```
98.0.0.4.0.3.4.5 9
4743865263
──────────
505 6538196
──────────
9800403459
```

SCHOLION II.

45. *Signum* Subtractionis *est* —, *quod per* minus *efferri solet: hinc* differentia *duorum numerorum ut* 8 & 5, *ita* (8—5) *scribitur & effertur:* 8 minus 5.

SCHOLION III.

46. *Subtractio composita a priori in eo tantum differt, quod unitas à specie majore mutuo petita non* 10, *sed tot unitates valet, quot unitates speciei minoris constituunt valorem unitatis speciei majoris, e. gr. unitas a Grossis mutuo sumta in loco Nummorum valet* 12; *econtra unitas a Thaleris mutuo sumta in loco Grossorum valet* 24; *unitas à Libris mutuo sumta in loco semiunciarum valet* 32, *ut:*

Si ex	12 *thal.*	18 *gros.*	4 *num.*	*ex*	32 L.	17 S.
subtrahas	8	20	6		12	24
remanent	3 *thal.*	21 *gr.*	10 *num.*		19 L.	25 S.

PROBLEMA IV.

47. *Abacum* Pytagoricum, *hoc est, Tabulam construere, in qua facta ex singulis digitis in singulos repræsentantur.*

RESOLUTIO.

1. Latera quadrati alicujus singula in 9 partes æquales dividantur & per lineas transversas in areolas area ejus resolvatur.
2. In serie horizontali summa & laterali sinistima scribantur novem notæ numericæ, seu singuli digiti.
3. Addantur 2 sibi invicem, & productum 4 ponatur infra 2: cui addantur porro 2, erit 6 productum ex 3 in 2: ad 6 addantur denuo 2, sic obtinebis 8 productum ex 2 in 4.
4. Quodsi eadem lege reliqui numeri investigentur & in suas areolas convenienter inferantur, Abacus Pythagoricus erit confectus, qui erat construendus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

SCHOLION.

48. *Abacum* Pythagoricum *memoriæ mandare tenetur multiplicationem ac divisionem expedite absoluturus. Quamdiu vero memoriæ infixus non est, ad manus esse debet, quoties multiplicas aut dividis.*

PROBLEMA V.

49. *Numerum quendam datum per alium datum multiplicare.*

RESOLUTIO.

1. Numerus unus ita scribatur sub altero, ut in Additione factum (§. 38.)

2. Du-

2. Ducatur ſub iis linea recta.
3. Infra hanc ex Abaco *Pythagorico* ſcribantur ſingula producta ex ſingulis numeri inferioris notis in ſingulas ſuperioris, ea quidem lege, ut decades cujuslibet producti annumerentur producto proxime ſiniſteriori & quælibet productorum ſeries uno loco ſiniſtram verſus promoveatur.
4. Tandem producta partialia addantur (§. *cit.*); eorum aggregatum erit factum quæſitum.

E. gr. Si 38476 per 35 multiplices, numeros ſibi invicem ſubſcribe modo ſequenti.

```
  38476
     35
-------
 192380
115428
-------
1346660
```

Et dic: quinquies 6. ſunt 30. Scribe 0 ſub 5 & dic porro: quinquies 7 ſunt 35, additis 3 antea reſiduis prodeunt 38. Pone 8 juxta 0 verſus ſiniſtram & dic porro: quater 5 ſunt 20, additis 3 proveniunt 23. Scribe itaque 3 juxta

ta 8 & dic: quinquies 8 ſunt 40, additis 2 proveniunt 42. Scribe 2 juxta 3 & dic denuo: ter 5 ſunt 15, additis 4 proveniunt 19. Colloca 19 juxta 2, quo facto numerus ſuperior quinquies ſumtus eſt. Nec abſimili modo procede cum 3 dicendo: ter 6 ſunt 18. Scribe 8 loco uno ulterius ſiniſtram verſus & dic porro: ter 7 ſunt 21, addito 1 prodeunt 22. Scribe 2 juxta 8 verſus ſiniſtram & ita porro. Tandem hi duo numeri addantur, ſumma 2346660 erit productum quæſitum.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis & Abaci *Pythagorici* (§. 47.) prima ſeries numerorum, qui adduntur, numerum ſuperiorem toties continet, quoties nota inferioris prima verſus dextram unitatem. Et quia ſeries ſubſequentes continue nota una ſiniſtram verſus promoventur, quælibet earum numerum ſuperiorem toties continet, quoties quælibet ſubſequens numeri inferioris nota unitatem (§. 36.) Adeoque ſi ſingulæ ſeries addantur; ſumma numerum ſuperiorem toties contineat neceſſe eſt, quoties inferior continet unitatem (§. 9.) Conſequenter numerus ſuperior per inferiorem multiplicatus eſt (§. 15.) Q. E. D.

SCHOLION.

50. *Si factoribus cyphræ adhæreant, producto invento eædem adjunguntur, ut ex sequentibus exemplis manifestum.*

```
386          4750
 200           300
-----       -------
77200       1425000
```

Alias adhuc notandum, quod signum multiplicationis *sit punctum unicum* (.), *e. gr. si simpliciter indicare volo, quod* 3 *per* 4 *sint multiplicanda; scribo* (3 . 4), *quod denotat factum ex* 3 *in* 4. *Quodsi productum dividatur* (§.51.) *per alterutrum numerorum datorum, e.gr.* 1346660 *per* 35 *proveniet numerus datorum alter* 38476. *Et hoc est examen, utrum multiplicatio rite fuerit peracta nec ne* (§. 15. 17).

PROBLEMA VI.

51. *Numerum datum per alium minorem dividere.*

RESOLUTIO.

CASUS I. Si divisor unica fuerit nota,

1. Scribatur is sub nota numeri dividendi sinistima, aut, si ea minor fuerit

fuerit ſub proxime ſequente, ac inveſtigetur, quoties in nota vel notis ſupraſcriptis contineatur. Numerus, qui hoc indicat, ponatur dextram verſus poſt lunulam loco quoti.

2. Quotus ducatur in diviſorem & productum ex nota vel notis ſupraſcriptis dividendi ſubtrahatur & his deletis, ſi quod fuerit reſiduum, ſupraſcribatur.

3. Diviſor ad notam ſubſequentem verſus dextram promoveatur, & denuo inveſtigetur, quoties is in notis ſupraſcriptis contineatur. Reliqua peragantur ut ante.

Quodſi hæc operatio per ſingulas dividendi notas continuetur, quotus invenietur.

E. gr. Sit numerus 7856 dividendus per 3.

```
1 12
7856 ( 2618
3333
```

Pone 3 ſub 7 & dic: 3 in 7 continentur bis. Scribe 2 poſt lunulam loco quoti & dic porro: bis 3 ſunt 6: ablatis 6 ex 7 remanet 1. Promove 3 ſub 8 & dic: 3 in 18 continentur ſexies.

sexies. Junge 6 primæ quoti parti & dic: ter 6 sunt 18: demtis 18 ab 18 relinquitur nihil. Quod si eadem ratione pergatur, quotus tandem integer prodit 2618 & binarius 2 remanet: id quod indicio est, numerum propositum in tres partes æquales exacte dividi non posse.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Abaco *Pythagorico* constat, quoties quilibet digitus in facto ex quolibet digito in quemlibet contineatur (§. 47.); liquet numerum inventum indicare, quoties divisor in millenariis, centenariis, decadibus & unitatibus, hoc est, in numero proposito (§. 30.) contineatur. Est igitur quotus quæsitus & numerus propositus per alterum divisus (§. 17.) Q. E. D.

CASUS II. Si Divisor ex notis pluribus constet,

1. Sinistima ejus nota scribatur sub nota sinistima dividendi & reliquæ dexteriores sub proxime sequentibus versus dextram, fiatque ut ante post numerum lunula, ne quotus cum numero dividendo confundatur.
2. Ope Abaci *Pythagorici* investigetur, quoties

quoties prima divisoris nota in prima dividendi contineatur (§. 47).

3. Numerus inventus ducatur in divisorem integrum & dispiciatur, utrum factum ex numeris suprascriptis subtrahi possit, nec ne.

4. Si subtractio fieri queat, scribatur is loco quoti post lunulam & subtractio actu peragatur. Numeri, ex quibus subtractio fit, lineola transversa deleantur, & qui residui fuerint, suprascribantur. Quodsi vero subtractio non succedat, loco quoti sumatur numerus unitate vel aliquot unitatibus minor, donec factum ex eo in divisorem ex iis auferri queat.

5. Divisor loco uno versus dextram promoveatur & reliqua ut ante peragantur; donec divisor ulterius promoveri nequeat: Sic factum est, quod petebatur.

6. Si nosse desideras, utrum divisio legitime sit peracta nec ne, quotus ducatur in divisorem & facto addatur, si quod à divisione fuerit residuum; hac ratione emergit dividendus.

E. gr.

E. gr. ſit numerus 7856 dividendus per 32. Scribe 32 ſub 78 & dic: 3 in 7 continentur bis. Duc 2 in 32, prodeunt 64. Quia hoc factum ex 78 ſubtrahi poteſt, 2 ſcribe poſt lunulam loco quoti &, ſubtractione peracta reſiduoque 14 ſupraſcripto ſupra 78, diviſorem loco uno promove & dic: 3 in 14 continentur quater. Duc 4 in 32 emergunt 128. Quia hoc factum ex 145 auferri poteſt: repone 4 in loco quoti poſt lunulam & ſubtractione peracta reſiduoque 17 ſupraſcripto ſupra numeros deletos, diviſorem denuo loco uno promove & dic: 3 in 17 continentur quinquies. Duc 32 in 5. Quoniam factum 160 ex 176 ſubtrahi poteſt: junge 5 quoto invento & facta ſubtractione reſiduum 16 ſupraſcribe ſupra numeros deletos. Numerus inventus 245 erit quotus quæſitus.

```
  11
 147
 7856(245
 3222
  33
```

Examen:

```
   245
    32
  ----
   490
  735
  ----
  7840
    16
  ----
  7856
```

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Eadem fere est demonstratio, quae in casu primo, hoc unice notato, quod, cum ex Abaco *Pythagorico* constare nequit, quoties divisor integer in notis dividendi suprascriptis contineatur, interea supponatur toties illum in his contineri, quoties sinistima divisoris nota continetur in sinistima aut duabus sinistimis dividendi notis. Licet enim haec suppositio subinde fallat, in errorem tamen inducere nequit, quia examen mox instituitur, cum factum ex divisore in quotum juxta eam inventum cum dividendo comparatur, & pseudoquotus unitate tamdiu minuitur, donec in verum abeat. Examen indicatum ex Definitionibus Multiplicationis (§. 15.) & Divisionis (§. 17.) manifestum est.

DEFINITIO VII.

52. Si duo numeri (4 & 12) ita inter se comparantur, ut eorum differentia (8) per subtractionem investigetur,

getur, relatio eorum, quam ad ſe invicem habent, *Ratio Arithmetica* vocatur: Quodſi vero reſpiciatur ad quotum (3) per diviſionem inventum, *Ratio Geometrica* vel ſimpliciter *Ratio. Quotus*, qui indicat quoties numerus minor in majore contineatur *Nomen* ſive *Exponens Rationis* dicitur.

DEFINITIO VIII.

53. Si in duabus vel pluribus Rationibus Arithmeticis (3. 5 & 6. 8.) differentia membrorum; in Geometricis (3. 12. & 5. 20.). Exponens Rationis idem fuerit, *Similes* dicuntur & earum ſimilitudo *Proportio*. Rationes ſimiles etiam *Rationes æquales* vocantur.

SCHOLION.

54. *Numeri, qui ſunt in Proportione Arithmetica ſcribuntur ita* 3. 5 ∴ 6. 8, *vel melius, meo more* 3——5═══6——8; *qui in Geometrica juxta ſe invicem collocantur, ita* 3. 12 :: 5. 20, *vel melius cum* Dn. LEIBNITIO 3 : 12═══5 : 20. *Utraque ſic effertur* : Ut numerus primus ſe habet vel eſt ad ſecundum ita tertius ad quartum. *Hic loquendi modus in caſu primo hunc habet ſenſum* : *Quantum numerus primus major vel minor*

minor est secundo, tantum tertius numerus major vel minor est quarto. In casu vero altero is sic explicandus. Quoties numerus primus continet secundum vel in illo continetur; toties tertius continet quartum vel in illo continetur.

DEFINITIO IX.

55. Interdum membrum secundum vicem sustinet tertii, & tunc *Proportio* dicitur *continua*. Si ea fuerit Arithmetica sic scribitur: ÷ 3. 6. 9, vel etiam 3—6 ═ 6—9, si fuerit Geometrica sic ∺ 3. 6. 12, vel etiam 3 : 6 ═ 6 : 12.

DEFINITIO X.

56. Series numerorum in Arithmetica vel etiam in Geometrica Ratione progredientium, *Progressio* vocatur. Ita in casu primo 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: in altero 3. 6. 12. 24. 48. 96. Et quidem prima *Arithmetica*; secunda vero *Geometrica Progressio* dicitur.

AXIOMA IX.

57. *Rationes duæ eidem tertiæ æquales sunt etiam æquales inter se.*

E. gr.

E. gr. 1 : 4 ═══ 3 : 12 & 1 : 4 ═══ 5 : 20.
Ergo erit quoque 3 : 12 ═══ 5 : 20.

THOREMA I.

58. *Si duos numeros* (3 & 6) *per eundem numerum* (4) *multiplices; facta* (12 & 24) *ſunt inter ſe ut numeri* (3 & 6), *qui multiplicantur.*

DEMONSTRATIO.

Si enim numerum aliquem (4) per duos alios (3 & 6) multiplicem, is in facto ſecundo toties ſæpius continetur quam in primo, quoties numerus primus (3) in ſecundo (6) continetur (§. 15). Ita quia in noſtro exemplo 6 duplum ipſius 3; ſumo quoque ipſum 4 duplo majus, ſi per 6, quam ſi per 3 multiplicem, ſiquidem triplum bis ſumtum ſextuplum adæquat. Scilicet in caſu primo ſumo 4 ter; in altero bis ter. Patet igitur, quod factum primum (12) in ſecundo (24) toties contineatur, quoties primus multiplicatorum numerus (3) in ſecundo (6), in univerſo nempe exemplo bis Q.E.D.

COROLLARIUM.

59. Si duos numeros per eundem tertium dividas, quoti ſunt inter ſe ut numeri, qui dividuntur: etenim conſiderari poſſunt ut orti ex multiplicatione quotorum per diviſorem (§. 15. 17).

DEFINITIO II.

60. *Fractio* vocatur, ſi integrum in partes æquales exacte dividatur & ſumantur una vel aliquot earum.

HYPOTHESIS IV.

61. *Ea duobus numeris deſignatur ſupra ſe invicem poſitis, cum lineola interjecta quorum inferior indicat, in quot partes æquales integrum ſit diviſum; ſuperior vero, quot earum partium ſint ſumendæ. Ille* Denominator; *hic* Numerator *dicitur.*

E. gr. Thalerum in 3 partes æquales dividi oportet, ut 2 earum obtineam, ſcribo fractionem hoc modo: $\frac{2}{3}$.

COROLLARIUM I.

62. Hinc magnitudo fractionis æſtimatur ex ratione numeratoris ad denominatorem. Nam

Nam si ille in hoc pluries continetur, fractio erit minor, ut $\frac{3}{37}$, major, si paucies ut $\frac{2}{5}$. Sed si numerator unius toties contineatur in denominatore suo, quoties numerator alterius in suo continetur, fractiones æquales sunt, ut $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{50}$. Et hinc si numerator major denominatore, fractio integro major est, ut $\frac{35}{24}$. Nam $\frac{24}{24}$ est integrum & habeo insuper $\frac{11}{24}$.

COROLLARIUM II.

63. Si igitur numerator & denominator fractionis alicujus ($\frac{4}{6}$) per eundem numerum (2) multiplicentur aut dividantur; fractiones emergentes ($\frac{8}{12}$ & $\frac{2}{3}$) datæ ($\frac{4}{6}$) æquales sunt (§. 58. 59.)

PROBLEMA VII.

64. *Fractionem tollere*, hoc est, *invenire fractionem datæ* ($\frac{20}{48}$) *æquivalentem, sed minoribus numeris expressam.*

RESOLUTIO.

Dividatur tam denominator (48) quam numerator (20) fractionis datæ ($\frac{20}{48}$) per eundem numerum (4): quoti (12 & 5) componunt (§. 63) fractionem novam ($\frac{5}{12}$).

PROBLEMA VIII.

65. *Fractiones diversas ad eandem denominationem reducere*, hoc est, *loco fractionum quarundam, quæ diversos habent denominatores alias invenire, quæ communi denominatore gaudent & datis æquales sunt.*

RESOLUTIO.

1. Si 2 fractiones dentur, quælibet integra multiplicetur per denominatorem alterius.
2. Si plures dentur, tam numerator, quam denominator uniuscujusque ducatur in factum ex denominatoribus reliquarum (§. 63).

Exemplum.

$$5)\ \tfrac{2}{3},\ 3)\ \tfrac{4}{5} = \tfrac{10}{15},\ \tfrac{12}{15}.$$

$$24)\ \tfrac{2}{3},\ 12)\ \tfrac{1}{6},\ 18)\ \tfrac{3}{4} = \tfrac{48}{72},\ \tfrac{12}{72},\ \tfrac{54}{72}.$$

PROBLEMA IX.

66. *Fractiones addere.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Cum denominatores ſint nomina (§. 61); numeratores tantum addun-tur. Quoniam vero tantum numeri ejuſdem ſpeciei componi poſſunt (§. 4); fractiones ad eandem denominationem prius ſunt reducendæ (§. 65), ſi diverſos habent denominatores.

Exemplum.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ (§. 62).

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72} = 1\frac{7}{12}$ (§. 62. 64).

PROBLEMA X.

67. *Fractionem datam ex alia data ſubtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Si fractiones datæ diverſos habent denominatores, reducantur ad eandem denominationem (§. 65).
2. Numerator unius ex numeratore alterius ſubducatur & reſiduo denominator communis ſubſcribatur.

E. gr. $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum demonſtratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA XI.

68. *Fractionem per fractionem multiplicare.*

RESOLUTIO.

Numeratores per ſe invicem multiplicentur, & denominatores; facta conſtituunt fractionem quæſitam.

E. gr. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ & $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

DEMONSTRATIO.

Si fractio per fractionem multiplicanda, invenienda eſt pars ejus (§. 15. 60). E. gr. $\frac{4}{5}$ per $\frac{3}{7}$ multiplicare idem eſt ac $\frac{4}{5}$ in 7 partes dividere & 3 earum partium auferre (§. 61), hoc eſt $\frac{4}{5}$ per 7 dividere & quotum per 3 multiplicare. Quoniam vero denominator tantum nomen (§. *cit.*); numerator fractionis

tionis multiplicandæ per denominatorem alterius proprie dividendus est, ita numerator 4 fractionis $\frac{4}{5}$ per denominatorem 7 fractionis $\frac{3}{7}$. Ut vero dividi queat, fractio multiplicanda in aliam mutanda est: quod fit, si per denominatorem multiplicatoris 7 multiplicetur (§. 63), ut $\frac{28}{35}$ loco $\frac{4}{5}$ obtineantur. Cujus pars septima est $\frac{4}{35}$. Quodsi hæc fractio ter sumatur; proveniunt $\frac{12}{35}$. Jam cum inanis esset labor, si numerator 4 primo per denominatorem 7 multiplicaretur & postea factum per eundem rursus divideretur; multiplicatur simpliciter denominator 5 per 7 & numerator 4 per 3. Q. E. D.

SCHOLION I.

69. *Unde non mirum, quod factum factoribus minus, cum revera divisio sit, quæ multiplicatio vocatur. Si enim multiplicem e. gr. per* $\frac{1}{2}$, *sumo multiplicandum duplo minus & sic revera in duas partes dividitur & unam earum obtineo.*

SCHOLION II.

70. *Vix autem opus est, ut annotemus, si fractio per numerum integrum multiplicanda, ducen-*

dum esse solum numeratorem in integrum numerum datum, quia denominator tantum nomen (§. 61). E. gr. factum ex $\frac{3}{7}$ in 2 est $\frac{6}{7}$. Eodem quoque modo egimus in demonstratione.

PROBLEMA XII.

71. *Fractionem ($\frac{4}{5}$) per aliam fractionem ($\frac{2}{3}$) dividere.*

RESOLUTIO.

1. Fractio, per quam divisio fieri debet, invertatur, e. gr. loco $\frac{2}{3}$ scribatur $\frac{3}{2}$.
2. Quo facto multiplicetur ut in Problemate antecedente (§. 68); ita prodit quotus $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$ (§. 62) $= 1\frac{1}{5}$ (§. 64).

DEMONSTRATIO.

Si fractio una per alteram dividitur, quæritur, quoties una in altera contineatur (§. 17). Quodsi fractiones ad eandem denominationem reducantur, earum una toties continetur in altera, quoties numerator unius in numeratore alterius, quia in hac comparatione deno-

denominator communis utpote commune nomen rerum, quæ numerantur, in considerationem minime venit (§. 61). Enimvero dum fractiones duæ ad eandem denominationem reducuntur, numerator primæ enascitur ex numeratore ipsius dato in denominatorem secundæ; numerator vero secundæ ex ipsius numeratore dato in denominatorem primæ ducto (§. 65). Obtinemus adeo numeros per se invicem dividendos, si divisor inversus in fractionem dividendam ducatur. Q. E. D.

DEFINITIO XII.

72. Si numerus quicunque (2) in se ipsum ducatur; factum (4) *Numerus quadratus*; ipse autem hujus intuitu *Radix quadrata* appellatur.

DEFINITIO XIII.

73. Si numerus quadratus (4) porro per radicem (2) multiplicetur: factum novum (8) *Numerus cubicus*, & radix (2) ejus intuitu *Radix cubica* dicitur.

DEFINITIO XIV.

74. Ex numero dato *radicem quadratam extrahere* idem est ac invenire numerum, qui in se ipsum ductus numerum datum producit.

DEFINITIO XV.

75. E contra ex numero dato *radicem cubicam extrahere*, significat invenire numerum, qui in suum quadratum ductus numerum datum producit.

SCHOLION.

76. *Radices quadratas ac cubicas extracturus omnium digitorum numeros quadratos & cubicos nosse debet, quos sequens Tabula exhibet.*

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubici	1	8	27	64	125	216	343	512	729

PROBLEMA XIII.

77. *Ex numero quocunque dato radicem quadratam extrahere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Numerus propoſitus diſtinguatur in claſſes, binas notas claſſi unicuique aſſignando, initio à dextra facto: tot enim erunt partes radicis, quot claſſes habentur. In claſſe ſiniſtima interdum nonniſi nota unica relinquitur.
2. In *Tabula radicum* (§. 76) quæratur numerus quadratus ad eum, qui claſſem ſiniſtimam occupat proxime accedens & ex ipſo ſubtrahatur: radix vero ejus in loco quoti ſcribatur.
3. Quoti inventi duplum ponatur ſub nota ſiniſtima claſſis ſubſequentis & inde porro ſiniſtrorſum, ſi ex notis pluribus conſtiterit: dividatur more ſolito & quotus in loco convenienti ſcribatur: ita habetur pars ſecunda radicis.
4. Idem quotus ponatur quoque ſub nota dextima illius claſſis & factum ex numero ſubſcripto integro in quotum modo inventum a numero quadrato ſuperiore ſubducatur.

5. Quod-

5. Quodsi operatio juxta regulam tertiam & quartam in reliquis classibus iteretur; prodibit radix quæsita.

6. Si radix ducatur in se ipsam, prodibit numerus datus quadratus. Et hoc est examen, ex quo patet, utrum operatio rite sit peracta nec ne (§. 74).

```
1|79|56 (134        Examen : 134
1|: : : :                    134
---------                  -----
  79 : :                     536
  23 : :                    402
  69 : :                   134
---------                  -----
  10|56                    17956
   26|4
  10 56
---------
   0
```

SCHOLION.

78. *Si numerus propositus non est verus quadratus, haberi possunt* 10 *particulæ*, 100 *particulæ &c. si* 2, 4 *&c. cyphræ dextrorsum adjungantur & operatio continuetur. Si enim unitas in numero quadrato in* 100 *partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in* 100); *radix in decem partes dividitur* (§. 72). *E. gr. si fuerit extrahenda radix quadrata ex* 345, *operatio sic procedit.*

```
3|45          (18 57/100
1|: :
-----------------------
2|45
  28
2 24
-----------------------
  2.1.|0.0
    3 56
  18 25
-----------------------
     2 7.5.|0.0
        37 07
     2 59 49
-----------------------
        15 51
```

Extractionem radicis quadratæ examinaturus numerum inventum ducat in se ipsum & facto residuum addat: Quodsi numerus propositus cum tot cyphris, quot adjunctæ fuerunt, prodeat; operatio rite peracta (§. 74). *E. gr.*

```
      1857
      1857
   -------
     12999
     9285
   14856
   1857
   -------
   3448449
      1551
   -------
   3450000
```

PRO-

PROBLEMA XIV.

79. *Ex numero dato radicem cubicam extrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datus distinguatur in classes, tres notas unicuique assignando, initio a dextris facto. Etenim ex tot notis radix componitur, quot classes emergunt.
2. In Tabula radicum (§. 76) quæratur numerus cubicus ad eum, qui in classe sinistima continetur maxime adpropinquans atque ab hoc subtrahatur: ejus vero radix in loco quoti scribatur. Ita habetur pars prima radicis.
3. Quoti inventi quadratum triplum scribatur loco divisoris sub nota sinistima classis subsequentis & inde porro sinistrorsum, si ex pluribus notis constiterit & dividatur more consueto: prodibit pars secunda radicis.
4. Divisor ducatur in novum quotum & productum sub eo scribatur; sub

nota

nota vero media classis ejusdem terminetur factum ex triplo quadrato novi quoti in antecedentem; sub dextima denique cubus novi quoti. Hæc tria facta in unam summam collecta ex notis numeri cubici suprascriptis subtrahantur.

5. Quodsi operatio per reliquas classes juxta regulam tertiam & quartam continuetur; prodibit radix quæsita.

	47|437|928 (362
	27|::: :::
	20|437 :::
Divisor	(2 7):: :::
Fact. ex Div. in N.Q.	16 2 :: :::
— ex tr. □ N.Q. in P.	3 24 : :::
Cubus novi Quoti	216 :::
Summa Factorum	19 656 :::
	781|928
Divisor	(388 8)::
Fact. ex Div. in N.Q.	777 6 ::
— ex tr. □ N.Q. in P.	4 32 :
Cubus novi Quoti	8
Summa Factorum	781 928
	000 000

SCHO-

SCHOLION.

80. *Quodſi unitas in numero cubico in* 1000 *partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in* 1000 *) ; radix in decem partes dividitur* (§. 73). *Hinc ſi numerus aliquis datus non eſt verus cubus, adjungantur dextrorſum* 3 *cyphræ pro decem particulis, adhuc tres pro centum particulis &c. & operatio juxta regulam ordinariam continuetur. E. gr. Si fuerit extrahenda radix cubica ex* 3.

3 000 000 ($1\frac{44}{100}$
1 : : :
―――――
2.000
(3): :
1 2: :
48:
64
―――――
1744
―――――
256. 0.0.0
(5 8 8): :
2 3 5 2 : :
6 7 2 :
6 4
―――――
2 4 1 9 8 4
―――――
1 4 0 1 6

Extrac-

Extractionem radicis cubicæ examinaturus numerum inventum ducat in se ipsum & factum denuo in eundem. Producto posteriori addat, si quod fuerit, residuum. Quodsi numerus propositus cum tot cyphris, quot annexæ fuerunt, prodeat, operatio legitime peracta (§. 75).

Examen : 144 Radix.

```
    144
    144
   -----
    576
   576
  144
  -------
  20736 Numerus Quadratus.
    144
  -------
   82944
  82944
 20736
 --------
 2985984
   14016
 --------
 3000000 Numerus Cubicus.
```

THEOREMA II.

81. *In Proportione Geometrica factum ex membro primo in quartum æquatur facto ex secundo in tertium.*

```
3 . 6 :: 4 . 8
  4        3
----     ----
 24  ==   24
```

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo, quartum verò tertio in exponentem rationis ducto (§. 53). Si igitur membrum primum ducatur in quartum, factum enaſcitur ex primo & tertio membro atque exponente rationis. Si membrum ſecundum ducatur in tertium, factum ſimiliter ex primo & tertio membro atque exponente rationis enaſcitur. Conſequenter facta ſunt inter ſe æqualia (§. 26). Q. E. D.

COROLLARIUM.

82. Quamobrem ſi tres numeri fuerint proportionales, ita ut medius duobus fungatur locis (§. 55); factum extremorum æquatur medii quadrato (§. 72).

THEOREMA III.

83. *Si quatuor numeri vel quantitates proportionales fuerint, erit quoque* permutando *ut prima ad tertiam ita ſecunda ad quartam.*

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo in exponentem rationis ducto; quartum

tum vero tertio in eundem exponentem ducto (§. 53). Est ergo membrum secundum ad quartum ut primum ad tertium (§. 58). Q. E. D.

PROBLEMA XV.

84. *Inter duos numeros (8 & 72) medium Geometrice proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Datorum unus (72) multiplicetur per alterum (8).
2. Ex facto (576) extrahatur radix quadrata (24) (§. 77); qui erit numerus quæsitus (§. 82).

PROBLEMA XVI.

85. *Datis tribus numeris (3, 12, 5) quartum; aut duobus, tertium Geometricæ proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Secundus (12) ducatur in tertium (5), aut in altero casu secundus in se ipsum.

2. Factum (60) dividatur per primum (3). Quotus (20) est quartus (§. 81), in alero casu tertius quaesitus (§. 82).

SCHOLION I.

86. *Resolutio hujus Problematis vulgo* Regula trium *appellatur, quia ex tribus numeris invenitur quartus. Usus ejus amplissimus tam in vita communi, quam in Scientiis. Facile autem apparet, hac regula nullibi esse utendum, nisi ubi de numerorum datorum proportione constiterit.* E. gr. *Sit vas ingens aqua repletum per exiguum in fundo foramen effluxura, si aperiatur. Ponamus, intra 2 minuta prima effluere 3 congios. Inveniri debet, quanto tempore 200 congii effluant. Tres in hoc casu dantur numeri, quartus inveniendus. Enimvero notum est, aquam sub initium celerius, postea tardius effluere, consequenter quantitatem aquae effluentis non esse tempori proportionalem. Quamobrem haec quaestio per Regulam trium solvi nequit.*

SCHOLION II.

87. *Quae in commercium veniunt, pretiis suis proportionalia sunt. Qui enim duplum mercis accipit, duplum: qui triplum accipit, triplum pretium solvit. Dato igitur pretio quantitatis cujusdam determinatae mercis, per Regulam trium invenitur pretium quantitatis cujuscunque alterius datae, aut quantitas mercis dato cuicunque alteri pretio respon-*

respondens. E. gr. *pretium 3 librarum sunt 4 thaleri, quantum est pretium 17 librarum? Hic manifestum est, toties 3* ℔ *in* 17 ℔ *contineri debere, quoties 4 thaleri utpote pretium 3 librarum continentur in pretio 17 librarum, quod quaeritur & juxta Regulam trium ita invenitur.*

3 ℔ — 17 ℔ — 4 Th.
4
———
68

2
68 (22 $\frac{2}{3}$ th.
33

Item: 3 libræ veneunt 4 th. quot 22 $\frac{2}{3}$ thaleris? Hic iterum manifestum, toties pretium 3 librarum scilicet 4 th. in pretio librarum quæsitarum scilicet 22 $\frac{2}{3}$ th. contineri debere, quoties 3 libræ continentur in libris quæsitis; harum numerus per Regulam trium ita innotescit:

4 Th. — 22 $\frac{2}{3}$ Th. — 3 ℔
3
———
68

2
68 (17 ℔
44

Hinc simul patet, quomodo Regula trium examinetur, hoc est, inveniatur, utrum operatio per eam rite peracta, nec ne.

SCHOLION III.

88. *Similiter merces operariorum est tempori proportionalis, quo labore defunguntur; etiam*

 quanti-

quantitas laboris eidem tempori proportionalis, si æqualibus articulis æqualia pensa absolvuntur; eadem numero operariorum proportionalis, si pensa æqualia singuli absolvunt &c. E. gr. Intra 1 *horam* 6 *libri folia perleguntur: Quanto horarum spatio* 360 *perlegi poterunt? Numerus desideratus invenitur juxta Regulam trium ita:*

6 F. — 360 F. — 1 H.

1

$\frac{360}{66}$ (60 Horæ.

SCHOLION IV.

89. *Si numeri dati fuerint diversæ speciei, non eandem proportionem habent, quam res ipsis respondentes: ad eandem igitur speciem reducendi priusquam Regula trium uti licet. Ita Thaleri in Grossos, Grossi in Nummos, Libræ in Semiuncias, Horæ in Minuta &c. convertuntur. E. gr.* 3 *Libræ &* 4 *Semiunciæ veneunt* 2 *Thaleris &* 4 *Grossis, quanti Libræ* 2? *Calculus talis est:*

3 ℔ 4 S — 2 ℔ — 2 Th. 4 gr.

32   32   24

100 S. — 64 S. — 52 gr.

52

128

320     $\frac{3328}{100}$ (33 $\frac{28}{100}$ gr. (seu 33 $\frac{7}{25}$ gr.

3328

SCHO-

SCHOLION V.

90. *Sæpissime accidit, ut fractiones residuæ aliam totius, quam quæ usu recepta, exigant divisionem. Ita in exemplo præcedente Grossus in 25 partes dividendus; nos vero dividimus eum in 12. Quamobrem fractio alia est invenienda, quæ datæ* $\frac{7}{25}$ *æquivalet & pro numeratore habet 12. Jam cum numerator fractionis quæsitus in 12 toties contineri debet, quoties numerator datus 7 in suo denominatore 25 (§. 62); hæc quoque transmutatio per Regulam trium absolvi potest modo, qui sequitur (§. 85).*

```
25 — 7 — 12
          7          29
     ———————        84 (3 9/25 num.
         84          25
```

Quoniam nummus ulterius non dividitur, fractio $\frac{9}{25}$, *quæ paulo major quam* $\frac{1}{3}$ *unius nummi, negligitur: alias poterat quoque valor ipsius similiter per Regulam trium inveniri.*

SCHOLION VI.

91. *In Scriptis Arithmeticorum* Regula trium inversa *occurrit, sed ea opus non est, si numeri, prout proportio exigit, ordinentur. E. gr. 125 milites operi exstruendo 6 menses impendunt: quantus requiritur militum numerus, ut intra 2 absolvatur? Evidens est, quod 2 menses in 6 mensibus toties contineantur, quoties numerus militum, qui*

opus intra 6 menses absolvunt, continetur in numero militum, qui intra 2 idem exstruhunt. Quo minore enim temporis intervallo exstruitur, eo major militum numerus requiritur. En calculi typum:

2 Mens. — 6 Mens. — 125 Mil.
6
―――
750

~~7~~ ~~5~~ ~~0~~ (375 Mil.
~~2~~ ~~2~~ ~~2~~

SCHOLION VII.

92. *Interdum gemina Regulæ trium applicatione opus est, antequam numerus quæsitus innotescat: Ea vulgo pro peculiari Regula venditatur & ab aliis* Regula de quinque, *ab aliis* Regula composita *appellatur.* E. gr. 300. *th. dant intra* 2 *annos usuram* 36 *thalerorum, quantam dabunt* 20000 *th. intra* 12 *annos? Hic per Regulam trium primum invenitur, quanta sit usura a* 20000 *expectanda intra* 2 *annos. Dein per eandem investigatur, quanta eadem intra* 12 *annos existat, modo sequenti.*

300 Th. — 20000 Th. — 36 Us.
36
―――
720000

~~7~~~~2~~~~0~~~~0~~00 (2400 th.
~~3~~~~3~~~~3~~~~3~~00

```
2 A. — 12 A. — 2400 Us.
                 12
               ─────
28800 (14400 th. 4800
22222            24
               ─────
               28800
```

SCHOLION VIII.

93. *Exemplis istiusmodi Regula trium semel applicata satisfacere potest. Cum enim bis* 300 *th. eandem dent usuram intra* 1 *annum, quam* 300 *intra* 2 *&* *duodecies* 20000 *tantam intra* 1 *annum, quantam* 20000 *intra* 12*; omissis temporis circumstantiis, ita inferatur: bis* 300*, id est* 600 *th. dant usuram (intra annum scilicet)* 36*, quantam dabunt duodecies* 20000*, id est* 240000 *th. (itidem intra annum?)*

```
300 Th. 2 A. — 20000 Th. 12 A. — 36 Us.
2              12
───            ─────
600            240000
               36          22
             ──────────    8640000 (14400 th.
               1440000     6666600
               72
          ────────────
               8640000
```

Posterior hæc methodus priori præfertur; quod in illa ad fractionum tædia sæpe prolabimur.

SCHOLION IX.

94. *Dantur & alia exempla, in quibus iteratæ Regulæ trium applicatione superſedere non licet. Ita, ſi commune Sociorum lucrum vel damnum inter eos diſtribuendum, toties applicatur, quot ſunt Socii. Quia enim is, qui duplum confert, duplum lucratur & amittit &c. erit ut ſumma collatorum ad collatum quodlibet partiale ita lucrum vel damnum commune ad lucrum vel damnum partiale ipſi reſpondens.* E. gr. *Lucrum commune trium perſonarum eſt* 2000 *th. Collatum Primi* 1000 *th. Secundi* 500 *th. Tertii* 300 *th. inveniri debent lucra partialia ſingulis convenientia. En typum calculi:*

Collatum primi	1000 Th.	
ſecundi	500 —	
tertii	300 —	
Summa collatorum	1800	

1800 Th. — 1000 Th. — 2000 Th.

2 000

111 2000000

12222

2000000 (1111 $\frac{2}{18}$ th. Lucrum primi.

1888800

111

1800 Th. — 500 Th. — 2000 Th.

2 000

111 1000000

555

1000000 (555 $\frac{10}{18}$ th. Lucrum ſecundi.

188800

11

1800

1800 Th. — 300 Th. — 2000 Th.
2 000
600000

33
3666
600000 (333 $\frac{6}{18}$ th. Lucrum tertii.
188800
11

EXAMEN.

1111 $\frac{2}{18}$	Lucrum	primi.
555 $\frac{10}{18}$		secundi.
333 $\frac{6}{18}$		tertii.
2000 th.	Lucrum	commune.

SCHOLION X.

95. *Non desunt alia exempla, quæ calculum eundem requirunt, ut cum non solum in Medicina, sed etiam in aliis Artibus & Scientiis ex data ratione, quam pondera miscibilium inter se habent, inveniuntur pondera miscibilium requisita, ut mixtum integrum sit ponderis dati.* E. gr. *Tria simplicia compositionem alicujus medicamenti ingrediuntur, dosis unius est* 4, *alterius* 5, *tertii* 2 *unciarum: inveniri debent doses singulorum requisitæ, ut pondus compositi sit* 8 *librarum. En calculi typum:*

Pondus

Pondus	primi secundi tertii	simplicis	4 5 2	Unc.
		Summa	11	Unc.

11 Unc. — 8 ℔ — 4 Unc.

```
       16
  ─────────
  128 Unc.      1
    4         176
  ─────────   512 (46 6/11 Unc. Pond.
  512         111       simp. primi.
                1
```

11 Unc. — 128 Unc. — 5 Unc.

```
            5        1
  ──────────       192
   640             640 (58 2/11 Unc. Pond.
                   111       simp. secund.
                     1
```

11 Unc. — 128 Unc. — 2 Unc.

```
            2        33
  ──────────        256 (23 3/11 Unc. Pond.
   256              111       simp. tertii.
                      1
```

EXAMEN.

Pondus simplicis primi	$46 \frac{6}{11}$	Unc.
secundi	$58 \frac{2}{11}$	
tertii	$23 \frac{3}{11}$	
Pondus mixti	128	Unc. = 8 ℔

SCHO-

SCHOLION XI.

96. *Subinde compendiis locus datur, quæ* Practicæ Italicæ *nomen ferunt. Ex iis utilissima commemoramus. Nimirum quoniam per Regulam trium ad tres numeros datos invenitur quartus proportionalis* (§. 85), *si autem duo numeri per eundem numerum dividantur, quoti emergentes rationem cum illis habent communem* (§. 59); *quare primus & secundus vel etiam* (§. 83) *primus & tertius per eundem, si fieri potest, numerum exacte dividantur & quoti in ipsorum loca surrogentur: ceu ex subsequente apparet exemplo.*

3 ℔ *constant* 9 Thal. *quantum* 7 ℔?
3) 1 3 3
Fac. 21 thal.

14 ℔ *constant* 26 Thal. *quantum* 7 ℔?
7) 2 2) 1
Fac. 13 thal.

SCHOLION XII.

97. *Si numerus primus vel tertius fuerit* 1 & *alter eorum non nimis magnus, medius autem ex numeris diversæ speciei componatur, absque reductione in Schol.* 4 (§. 89) *præscripta calculus initur; ut sequens exemplum docet.*

Pretium 1 ℔ *est* 3 th. 8 gr. 6 num. *quant.* 5 ℔
5
Fac. 16 th. 18 gr. 6 num.

Manifestum scilicet est, bis 6 *nummos conficere grossum unum, adeoque quinquies* 6 *num.*, 2 *gr.* 6 *num.*

6 num. Similiter ter 8 grossi thalerum unum & insuper bis 8 grossi efficiunt 16 gr. Quodsi ergo thalerus iste reliquis 15 th. & 2 priores gr. reliquis 16 gr. addantur: prodibit pretium quæsitum 16 th. 18 gr. 6 num.

SCHOLION XIII.

98. *Si duo numeri ejusdem denominationis unitate differant, singulari quodam compendio utimur, quod ex subjunctis exemplis manifestum.* E.gr. *Pretium 5 librarum est 30 thalerorum, quantum erit 4 ℔?* R. *Quoniam pretium 4 ℔ una parte quinta deficere debet à pretio 5 ℔; pretium datum 30 dividatur per 5 & quotus 6 ab eodem subtrahatur, relinquitur quæsitum 24. Item: pretium 8 ℔ est 24 th., quantum erit ℔ 9?* R. *Quia pretium 9 ℔ una parte octava excedit pretium 8 ℔, pretium datum 24 dividatur per 8 & quotus 3 eidem addatur, summa 27 erit quæsitum.*

SCHOLION XIV.

99. *Nonnunquam compendiis pluribus una uti datur.* E. gr.

Pret. 100 ℔ *est* 30 Th. 4 gr. *quant.* 50 ℔?

50)2 2) ———————— 1

Fac. 15 th. 2 gr.

Item *Pret.* 60 ℔ *est* 80 Th. *quant.* 2520 ℔

60) 1 6 42

480 6

7 Fac. 7

3360 thal.

FINIS ARITHMETICÆ.



ELEMENTA GEOMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. EOMETRIA est Scientia spatii, juxta longitudinem, latitudinem, & profunditatem, à Corporibus occupati.

DEFINITIO II.

2. *Longitudo* absque latitudine, & profunditate considerata, *Linea* dicitur; ejus vero initium & finis *Punctum*, quod proinde tanquam partibus vacans concipiendum est, alioquin foret

Linea, rursusque initium & finem haberet. Quando Punctum à termino ad terminum moveri cogitatur, Linea describitur.

SCHOLION.

3. *Neque sine ratione Punctum, ut indivisibile concipiunt Geometræ, ut ut nec imaginatio, nec instrumentorum ope manus nostræ, indivisibile punctum formare queant. Ne sc. extremitas lineæ fieret ejus pars; quod in Praxi Geometrica studiose vitandum.*

DEFINITIO III.

4. *Similitudo* est identitas eorum, per quæ res à se invicem discerni debent.

SCHOLION.

5. *Ponamus te habere duas res*, A & B, *prorsus similes, teque sigillatim contemplari utramque. Diligenter animum advertis ad singula, quæ in re* A *observari possunt, & observata chartæ inscribis: pari diligentia, singula notas, quæ in re* B *agnosci possunt, jam si in utraque Scheda notata contuleris, prorsus eadem esse deprehendes. Quantitas tamen excipitur, quia nudis verbis explicari nequit.*

COROL-

COROLLARIUM.

6. Similia igitur a se invicem distingui nequeunt, nisi vel actu, vel ope cujusdam tertii ex. gr. mensuræ, in mente conferantur.

DEFINITIO IV.

7. *Linea recta* A B est, cujus pars quæcunque est toti similis. *Linea Curva* AB est, cujus partes toti dissimiles.

Tab. I. Fig. I.

SCHOLION. I.

8. *In charta, linea recta ducitur graphio, penna vel plumbagine, juxta regulam ad puncta data applicatam; in ligno vel saxo; filo, creta vel carbone delibuto; in campo vero, designatur, per duos in extremitatibus lineæ erectos baculos. Cum duobus baculis, tertius in eadem recta constituitur, si oculo in unum directo, reliqui non appareant.*

SCHOLION II.

9. *Pro mensura linearum assumitur determinata linea vel longitudo, quæ Decempeda*

vel Pertica appellatur. Dividitur illa ad vitandum calculi tædium in 10 *partes æquales, quæ pedes vocantur. Pes ſubdividitur in* 10 *digitos, digitus in decem lineas. Quoniam vero menſura eſt arbitraria, facile intelligitur quod Pes ubivis gentium non ejuſdem quantitatis ſit.*

SCHOLION III.

10. *Probe etiam notandum, quod non eadem ubivis locorum, perticæ, pedumque diviſio eſt. Menſura Rhenana conſtanter in* 12 *partes dividitur, cum contra geometrica* 10 *tantum partes habeat.*

DEFINITIO V.

11. Linearum curvarum notiſſima hodie & utiliſſima eſt. *Circulus.* Generatur circulus, ſi linea recta C A circa punctum fixum C rotatur.

SCHOLION.

12. *In charta circulus peculiari inſtrumento deſcribitur, quod* Circinus *dicitur. In ſolo, & quotieſcunque Circini apertura debita fieri nequit, loco lineæ utimur filo, funiculo, aut pertica: quemadmodum etiam peculiares* Circini Perticales *adhibentur.*

DEFI-

DEFINITIO VI.

13. Punctum C vocatur *Centrum*, quia omnia peripheriæ puncta æqualiter ab eo distant (§. 11.); recta C A *Semidiameter* vel *Radius*; recta D E ab uno peripheriæ puncto D ad alterum E per centrum C ducta. *Diameter*; alia quæcunque F G simili modo sed non per centrum ducta, *Chorda* item *subtensa*.

Tab. 1. *Fig.* 2.

SCHOLION.

14. *Peripheria cujuslibet Circuli tam magni, quam parvi in 360 partes æquales vel gradus dividitur. Quia hic numerus per plures numeros accurate divisibilis est, ut per* 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, *&c. Quivis Gradus in 60 Minuta prima, minutum quodlibet in 60 Secunda subdividitur &c. Gradus designantur per* (°) *quemadmodum* Decempedæ; *Minuta per* (′) *quemadmodum pedes &c. E. gr.* 3°. 25′. 17″. *denotat 3 Gradus, 25 Minuta, 17 Secunda,* 3°. 2′. 4″. 3 *Decempedas*, 2 *Pedes*, 4 *Digitos.*

DEFINITIO VII.

15. Si duæ lineæ A B & A C in

Tab. 1. Fig. 3.

 uno

uno puncto A conjunguntur, mutua earum inclinatio *Angulus* vocatur.

SCHOLION.

16. *Hic angulus vel unica littera A, vel confusionis vitandæ gratia, cum aliis angulis, interdum tribus litteris B A C enunciatur, ita ut vertici ad scripta, medio loco ponatur. Ejus vero quantitatem per arcum circuli ex centro A arbitraria Circini apertura descriptum metiri solemus. Tot scilicet graduum & minutorum dicitur esse angulus, quot graduum & minutorum est arcus D E. Eorum autem numerus investigatur, per semicirculos ex orichalco paratos, quorum minores quibus in charta utimur* Transportatores *appellantur.*

DEFINITIO VIII.

Tab. I. *Fig.* 4.

17. Linea A B alteri C D ita insistens, ut anguli sint utrobique inter se æquales; ad C D *perpendicularis* vel *normalis* dicitur.

DEFINITIO IX.

Tab. I. *Fig.* 4. *Fig.* 5. *Fig.* 6.

18. Angulus A B C, quem perpendicularis A B cum linea B C, efficit, dicitur *Angulus rectus*; Angulus quicun-

cunque minor E, *Angulus acutus*; & Angulus quicunque major F, *Angulus obtusus*.

DEFINITIO X.

19. Si angulus A recta B C clauditur, oritur *Triangulum*. Dicitur *Rectangulum*, si angulus unus A rectus est: *Obtusangulum*, si angulus unus D est obtusus: *Acutangulum*, si omnes tres sunt acuti. Contra, si omnia tria latera AB, BC, CA, sunt æqualia vocatur *Triangulum Æquilaterum*: si duo latera AB, & BC æqualia, *Triangulum Æquicrurum* vel *Isosceles*: si nullum latus alteri æquale, *Triangulum Scalenum*, ut HIK.

TAB. I. Fig. 7. 8. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

DEFINITIO XI.

20. *Quadratum* est figura quatuor æqualia latera AB, BC, CD, AD & singulos angulos rectos habens. *Oblongum* vel *Rectangulum* habet singulos angulos rectos, sed tantum duo latera opposita EF & HG, item EH

TAB. I. Fig. 12. Fig. 13.

& FG æqualia. *Rhombus* habet quatuor latera IK, KL, LM, IM, æqualia, & singulos angulos obliquos. *Rhomboides* habet quidem singulos angulos obliquos, sed tantum duo latera opposita ON & OP, PQ, & QN æqualia. Quadrilatera reliqua appellantur *Trapezia*, ut STVZ.

Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16.

DEFINITIO XII.

21. Figuræ reliquæ quibus plura quam quatuor latera sunt, *Poligona* vocantur: & in specie *Pentagona*, si quinque; *Hexagona*, si sex latera æqualia habent &c. Si & omnia latera & omnes anguli sunt inter se æquales, ut in ABCDEF, Figura *Regularis* vel *Ordinata* dicitur: sin & anguli inter se & latera sunt inæquales: ut in GHIKL, Figura *irregularis* vel *inordinata* dicitur.

Fig. 17. Fig. 18.

DEFINITIO XIII.

T'AB. I. Fig. 19.

22. Duæ lineæ AB & CD ubique can-

eandem à se invicem distantiam servantes, sunt *Lineæ Parallelæ.*

DEFINITIO XIV.

23. Quadrilatera, quorum opposita latera sunt inter se parallela, *Parallelogramma* dicuntur.

AXIOMA I.

24. *Inter duo puncta non nisi unica recta cadit.*

COROLLARIUM I.

25. Duæ igitur rectæ spatium comprehendere nequeunt, quia in suis punctis extremis concurrere debent.

COROLLARIUM II.

26. Consequenter in omni triangulo duo latera AB & BC, simul sumta sunt tertio BC majora.

Tab. I. Fig. 7. 9. 10.

AXIOMA II.

27. *Omnes radii ejusdem Circuli sunt inter se æquales* (§. 13.)

E 5 AXIO-

AXIOMA III.

Tab. I. Fig. 10.

28 *Omnes arcus* DE *&* BC *ex vertice anguli alicujus A, intra ejus crura AB & AC descripti, eundem habent graduum numerum.*

COROLLARIUM.

29. Quia quantitas Anguli A ex numero graduum ejusmodi arcus DE vel BC æstimatur (§. 16.); perinde est pro dimetiendo angulo, sive magno sive parvo radio, arcus iste describatur.

AXIOMA IV.

30. *Lineæ rectæ & anguli, qui se mutuo tegunt sunt æquales: & contra si æquales sunt se mutuo tegunt.*

AXIOMA V.

31. *Figuræ quæ se mutuo tegunt similes & æquales sunt: & quæ æquales & similes sunt se mutuo tegunt* (§. 4.)

SCHOLION.

32. *Probe notandum ab æqualibus figuris requiri,*

quiri, ut se mutuo tegant: enimvero etsi superior inferiori superimposita eam tegeret, inferior tamen superiori superimposita eam minime tegeret, nisi æquales essent. Scilicet figuræ ita sibi mutuo impositæ, ut se mutuo tegant, eandem habent perimetrum.

AXIOMA VI.

33. *Si duæ figuræ vel lineæ eodem modo generantur vel describuntur, & ea, per quæ generantur vel describuntur, utrinque similia sunt; figuræ & lineæ sunt inter se similes* (§. 4.).

COROLLARIUM.

34. Cum itaque omnia puncta (§. 2. 4.), & rectæ sint inter se similes (§. 7.), & quilibet Circulus generetur, si recta circa punctum rotetur (§. 11.) omnes circuli eorumque peripheriæ inter se similes esse debent.

AXIOMA VII.

35. *Duo anguli qui eandem habent mensuram sunt inter se æquales: & contra si æquales sunt, eandem habent mensuram* (§. 16.)

AXIO-

AXIOMA VIII.

Tab. I. Fig. 21.

36. *Super quavis linea AB, ex assumto in illa puncto C, describi potest Semicirculus* (§. 11.)

COROLLARIUM.

37. Si ex centro C erigatur perpendicularis CD, erunt anguli *o* & *x* inter se æquales (§. 17). Anguli igitur recti mensura est quadrans, hoc est, 90° (§. 16. 36), & proinde omnes Anguli recti sunt inter se æquales (§. 35): & Angulus recto æqualis, etiam rectus est (§. 35.)

THEOREMA I.

38. *Duo anguli x & o, quos linea DC super alia linea AB efficit, junctim sumti conficiunt* 180°.

DEMONSTRATIO.

Tab. I. Fig. 22.

Ex C super linea AB describi potest semicirculus (§. 36). Proinde mensura summæ angulorum *x* & *o* semicirculus est (§. 16); consequenter

ter conficiunt 180°. (§. 14). *Quod erat demonstrandum.*

COROLLARIUM.

39. Si igitur in campo angulus inaccessus metiendus est, vel obtusum Quadrante metiri debemus; illius loco angulum contiguum metimur.

THEOREMA II.

40. *Si recta* AB *secet alteram* CD *in* E, *anguli verticales* o *&* x *sunt aequales.*

Tab. I. Fig. 23.

DEMONSTRATIO.

Nam $o + u = 180°$ & $u + x = 180°$ (§. 38). Adeoque $o + u = u + x$ (§. 22 *Arithm.*); consequenter $o = x$ (§. 28 *Arithm*). Q. E. D.

COROLLARIUM.

41. Proinde in campo aut alibi ubi angulos mensurare necesse habemus, loco anguli x ejus verticalem o metiri licet, si forte ille inaccessus fuerit.

THEO-

THEOREMA III.

Tab. I. Fig. 24. 42. *Omnes anguli circa punctum E constituti, quatuor rectis æquales sunt vel 360°.*

DEMONSTRATIO.

Eorum mensura est circulus integer (§. 11. 16). Adeoque junctim sumti, continent quatuor rectos (§. 37) vel 360°. (§. 14). Q. E. D.

PROBLEMA I.

43. *Angulum propositum metiri.*

RESOLUTIO.

In Charta

Tab. II. Fig. 25. 1. Centrum Transportatoris imponatur vertici Anguli A, & interior regulæ acies lineæ A B adaptetur.

2. Gradus in arcu D E, intercepto inter crura anguli A C & A B, numerentur.

In Campo.

Tab. I. Fig. 26.

1. Instrumentum Goniometricum ita collocetur, ut diameter ejus AB uni cruri anguli respondeat.

2. Regula EF circa centrum D mobilis promoveatur, donec per pinnulas ipsi affixas collineanti, extremitas alterius cruris occurrat.

3. Numerentur gradus quos regula super instrumento resecat. Ita in utroque casu innotescit quantitas anguli (§. 16).

PROBLEMA II.

44. *Lineam rectam metiri.*

RESOLUTIO.

Ante omnia paretur mensura. In *Charta* assumatur Linea, & ab ea abscindantur 10 particulæ æquales, quæ *Pedes* designent, & intervallum 10 pedum, quod *Decempedas* designet, in residuum Lineæ transferatur, quoties fieri potest. Quo facto mensura erit parata (§. 9).

In *Campo*, vel Catena vel Fune vel Pertica in digitos, pedes & de-

decempeda legitime divisis utimur, sufficit autem ultimam decempedam in pedes, & pedem ultimum in digitos dividi.

Quod si ergo *in charta* lineam metiri volueris.

Tab. II. *Fig.* 27.

1. Ponatur Circini crus unum in A & aperiatur usque ad B.

2. Deinde Circini crus unum invariata apertura, ponatur super initium Decempedæ alicujus ex. gr. in 10, & notetur quemnam Pedem alterum attingat, ex. gr. 5, erit Linea 1°. 5'.

In Campo

1. In utraque lineæ extremitate erigantur baculi, & si ea mensuræ longitudinem superet, constituantur inter hos, alii in eadem recta (§. 8).

2. Funis aut Catena ab uno baculo usque ad alterum extendatur.

3. Tandem Decempedæ, Pedes atque Digiti intercepti numerentur.

SCHOLION I.

45. Extremitatibus Catenæ, utrinque duos annu-

annulos aptare poteris, duobus baculis trajiciendos, hosque cum baculo Lineæ mensurandæ semper in eadem recta collocare. (8)

SCHOLION II.

46. *Catenæ pondere sunt paulum molestæ, nec commode extenduntur. Si conversione perticæ lineam metimur, ejus crassitudo longitudini lineæ repertæ toties addenda, quoties pertica conversa fuit; aut ejus longitudo crassitudine perticæ imminuenda. Funes cannabinos humor* contrahit; & tensione inæqualiter extenduntur. *Notat* SCHWENTERUS (Geom. prat. lib. 1. Tract. 2. pag. 381) *sibi ejusmodi funem, sedecim pedum, cadente pruina, horæ unius intervallo fere integro pede contractam fuisse. Ut igitur hi nævi tollantur, funiculi, ex quibus conficiuntur, in gyros contrarios contorquendi, ipse autem funis oleo lineo fervefaciendus, exsiccatusque, per ceram liquefactam trahendus, tandemque cerandus. Affirmat* SCHEWENTERUS p. 382. *insensibile longitudinis decrementum notari, etiamsi funem istiusmodi per diem integrum sub aquis demersum detineas.*

SCHOLION III.

47. *Pro lineis in charta mensurandis artificiosius instrumentum datur Scala geometrica*

dictum: quæ inferius demum dicendi locus erit.

PROBLEMA III.

48. *Angulum efficere æqualem dato*

RESOLUTIO.

Caſ. I. Si angulus datur in gradibus

TAB. II. *Fig.* 25.

1. Ducatur recta AB.

2. Puncto A ſuperimponatur centrum Tranſportatoris, & lineæ AB radius ejus.

3. Numerentur in illo a D verſus E, tot gradus, quot datus angulus habere debet

4. Apud gradum ultimum notetur punctum E.

5. Tandem ab A per E ducatur recta, Erit BAC. angulus quæſitus.

Caſ. II. Quando angulus DEF in charta datur.

1. Ex E arbitrario intervallo deſcribatur arcus GH.

2. Ducatur recta *e f*.

3. Ex.

3. Ex. *e* intervallo priori describatur arcus *h i*.

4. Ponatur circini crus unum in H, & aperiatur usque ad G.

5. Hac apertura ex *h* abscindatur ab arcu *h i* arcus *hg*.

6. Ex *e* per *g* ducatur recta *ed*

Sic factum est, quod petebatur.

Cas. III. In Campum, angulus in gradibus datus, ope instrumenti Goniometrici defertur, quemadmodum *ex Problemate primo* (§. 43) colligitur.

DEMONSTRATIO.

In casu primo & tertio non opus est demonstratione. In casu secundo, est arcus *gh* = GH, ut infra (§. 92) independenter ab his demonstrabitur, adeoque angulus *def* = DEF (§. 16. 35). Q. E. D.

THEOREMA IV.

49. Si in duobus Triangulis ABC & *abc* fuerit Angulus A = *a*, AC = *ac* & AB. = *ab*; *erit etiam* BC

TAB. I. Fig. 30.

 = *bc*,

$= bc$, B $=$ *ib*, C $=$ *c totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum *acb*, ita super imponi alteri ACB, ut punctum *a* super A & recta *ab* super AB cadat. Quoniam *ab* $=$ AB punctum *b* super B cadet (§. 30): & quia *a* $=$ A, recta *ac* super AC cadet (§. 30), cumque etiam *ac* $=$ AC punctum *c* super C (§. cit,): consequenter *bc* super BC cadet (§. 24). Proinde tota Triangula ACB. & *acb* æqualia sunt (§. 31.) & BC $=$ *bc*, &c. (§. 30.) Q. E. D.

THEOREMA V.

Tab. II. Fig. 30.

50. *Si in duobus triangulis* ACB & *acb fuerit angulus A* $=$ *a* & B $=$ *b*, *præterea latus* AB $=$ *ab*; *Triangula æqualia erunt &* AC $=$ *ac* BC $=$ *bc*.

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum ABC ita super imponi alteri *abc*, ut punctum

A

A super *a* & latus AB super latus *ab* cadat; tunc punctum B super *b*, recta AC super *ac*, & BC super *bc* cadet (§. 30). Jam cum rectæ AC & BC in puncto C, & rectæ *ac* & *bc* in puncto *c* concurrant, punctum C etiam super punctum *c* cadet. Proinde triangula æqualia sunt (§. 31) & AC = *ac* &c. Q. E. D.

THEOREMA VI.

TAB. II. Fig. 30.

51. *Si in duobus Triangulis* ACB *& acb fuerit* AC = *ac*, AB = *ab* & BC = *bc*; *erit etiam* A = *a*, B = *b*, C = *c totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Ex A radio AB describatur arcus *y*, & ex C radio CB arcus *x*. Quo facto, si concipiamus, triangulum *acb*, ita super imponi Triangulo ACB, ut punctum *a* super A & *c* super C cadat (§. 30); recta *ab* in arcu *y* & *cb* in arcu *x* terminabitur (§. 13); con-

ſequenter punctum *b* ſuper B cadet, ubi arcus ſe mutuo ſecant. Proinde Triangula (§. 31) & Anguli (§. 30) æquales ſunt. Q. E. D.

COROLLARIUM.

52. Conſequenter ex datis tribus rectis, non niſi idem Triangulum conſtrui poteſt.

PROBLEMA IV.

Tab. II. Fig. 31.

53. *Super data recta AB Triangulum æquilaterum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Poſito circino in A, aperiatur uſque ad B, eoque deſcribatur ſupra lineam arcus.

2. Ponatur deinde circinus in B, & eadem apertura deſcribatur arcus alius, qui priorem in C interſecabit.

3. Ex A & B, ad C, ducantur rectæ AC & BC. *Ita factum eſt quod petebatur.*

DEMONSTRATIO.

Etenim rectæ AC & BC ipsi AB æquales sumtæ fuerunt (§. 27). Ergo Triangulum ACB est æquilaterum (§. 19). Q. E. D.

PROBLEMA V.

54. *Datis duabus rectis* AB *&* BC *Triangulum æquicrurum construere.* Tab. II. *Fig.* 32.

RESOLUTIO.

1. In una extremitate B rectæ AB, pro basi trianguli assumtæ, collocetur Circinus, & intervallo alterius rectæ datæ BC, describatur arcus.

2. Ex A eodem intervallo describatur arcus alius, qui priorem in C intersecabit.

3. Ex C ad A & B ducantur rectæ, & Triangulum desideratum constructum erit.

DEMONSTRATIO.

Rectæ AC & BC æquales factæ fuerunt,

runt. Quare Triangulum ACB est æquicrurum (§. 19). *Q. E. D.*

PROBLEMA VI.

55. *Datis tribus rectis Triangulum construere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 33.

1. Assumatur datarum una AB pro basi Trianguli.
2. Ex A intervallo alterius AC describatur supra illam arcus, &
3. Ex B intervallo tertiæ BC arcus alius, qui priorem secabit in C.
4. Ducantur rectæ AC & CB; & Triangulum erit constructum (§. 52).

SCHOLION I.

56. *Si duo arcus se mutuo non attingunt, ex datis tribus rectis Triangulum construi nequit* (§. 26).

SCHOLION II.

57. *Constructio figurarum maximam habet utilitatem. Ejus ope, cujuscunque Campi Ichnogra-*

graphia perficitur, sine qua area ejus inveniri nequit. Imo postquam similitudinis principia in Geometriam introduxi, facit simul ad Demonstrationem similitudinis figurarum quemadmodum ex sequentibus patebit. Ex hoc porro colligere licet, quæ in Campo metiri oportet, si Ichnographiam perficere, id est Figuræ Campi similem, in charta construere volueris. Qua de causa nos minime tædet plura Problemata de Triangulis subjungere.

PROBLEMA VII.

Datis duabus rectis AB *&* AC *& angulo intercepto* A *Triangulum construere.*

TAB. II. Fig. 34.

RESOLUTIO.

1. Assumatur recta AB pro Basi &
2. In A fiat angulus dato æqualis (§. 48).
3. In rectam AD transferatur altera datarum AC, &
4. Ducatur ex C ad B recta. Quo facto Triangulum perfectum erit (§. 49).

SCHOLION.

59. *In praxi nunquam opus est, ut lineæ*

inutiles, ut hic AD, producantur; sed statim ac regula applicata fuerit, punctum G designari potest.

PROBLEMA VIII.

Tab. II. Fig. 35. 60. *Datis duobus angulis, cum recta interposita AB, Triangulum construere.*

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem unam, A rectæ datæ AB, constituatur angulus uni datorum æqualis, &
2. Ad extremitatem alteram B, alius alteri datorum æqualis (48). Hoc pacto crura horum angulorum se mutuo secabunt in C, & formabunt Triangulum desideratum (§. 50).

PROBLEMA IX.

Tab. II. Fig. 36. 61. *Metiri distantiam duorum locorum* A *&* B *ex eodem tertio* C *accessorum.*

RESOLUTIO.

1. In loco C ad arbitrium electo defigatur baculus.

2. In-

2. Investigetur longitudo lineæ AC (§. 44), & referatur ex C in *a*, ita ut baculus in *a* defigendus, sit cum C & loco A in eadem recta (§. 8).

3. Eadem ratione investigetur longitudo lineæ BC, referatur ex C in *b*, & defigatur, ut ante, in *b* baculus cum C & B in eadem recta (§. 8).

4. Tandem mensuretur longitudo rectæ *ab*, sic innotescet distantia desiderata.

DEMONSTRATIO.

Nam anguli *x* & *y* sunt æquales (§. 40). Cum vero etiam AC = *a*C & BC = *b*C, erit *ab* = AB (§. 49). *Q. E. D.*

SCHOLION.

62. *Quod si angustia spatii non permittat, ut integræ* AC *&* BC *in a & b referantur; poterunt vel semisses, vel tertiæ, aut quartæ partes ipsarum a*C *& b*C *referri: quo in casu erit ab* = $\frac{1}{2}$, *vel* $\frac{1}{3}$, *vel* $\frac{1}{4}$ ipsius AB, *ceu infra* (§. 152) *demonstrabitur.*

PRO-

PROBLEMA X.

63. *Fune vel Catena angulum in campo ex uno loco in alterum transferre.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 37.

Sit transferendus angulus A in C.

1. In utroque crure anguli dati A mensurentur duæ lineæ longitudinis arbitrariæ AF & AD, item linea transversa FD, quæ hinc oritur.

2. Transferatur ex C in *d* linea inventa AD, utrique baculo C & *d* funis ita applicetur, ut $Cf = AF$, $df = DF$ fiat.

3. In *f* defigatur baculus, erit angulus $dCf = FAD$.

DEMONSTRATIO.

Est enim $AF = Cf$, $AD = Cd$ & $DF = df$. Ergo quoque angulus C æqualis angulo A (§. 51).

PROBLEMA II.

64. *Invenire distantiam duorum loco-*

corum, ad quorum unum B tantum accessus patet. Tab. II. Fig. 38.

RESOLUTIO.

1. Baculo ad arbitrium in E defixo, recta BE ita referatur ex E in C, ut baculus in C defixus sit cum E & B in eadem recta (§. 8).

2. In C constituatur angulus ipsi B æqualis (§. 63).

3. Tandem ex C regrediendum versus D, donec baculus in D defixus sit cum F & C, itemque cum E & A in eadem recta.

Quo facto linea CD lineæ AB æqualis erit.

DEMONSTRATIO.

Nam angulum C angulo B & rectam CE rectæ EB æquales fecisti. Præterea anguli verticales ad E sunt æquales (§. 40). Est ergo quoque CD = AB (§. 50.) Q. E. D.

SCHOLION I.

65. *Valent hic quoque ea, quæ ad Problema 9 annotavimus* (§. 62).

SCHO-

SCHOLION II.

66. *Quod si latitudo fluminis investigari debeat*, & recta BE *ex* E *in* C *secundum ripam referri non posset; desigitur baculus in arbitraria a ripa distantia. Quo in casu rectæ* CD *longitudo eo major erit latitudine fluminis, quo majore intervallo baculus* B *a ripa remotus fuerit.*

PROBLEMA XII.

Tab. II. Fig. 39.

67. *Per datum punctum* C *parallelam rectæ* AB *in charta ducere.*

RESOLUTIO.

1. Regula ad rectam AB applicetur.
2. Ponatur Circinus in C & aperiatur usque ad regulam; perinde ac si arcum describere velles, qui regulam vel rectam AB tangat.
3. Circinus juxta ductum regulæ promoveatur, ita crus alterum per punctum C parallelam desideratam DE describet (§. 22).

ALITER.

Idem peragi potest ope *Parallelismi:*

mi: quod instrumentum ex duabus Regulis componitur, quæ duobus retinaculis inter se æqualibus ita conjunguntur, ut variis intervallis diduci queant. Quod si ergo ejusmodi Instrumentum ad manum habeas, TAB. II. *Fig.* 40.

1. Regula una debite applicetur ad rectam datam AB &

2. Altera ad punctum C adducatur, ita

3. Per illud linea desiderata DE duci poterit.

SCHOLION.

68. *Quod si in prima resolutione Circinus usque ad punctum E aperiri nequit, in distantia arbitraria ducatur ipsi* AB *parallela* CD, *& huic parallela* LM *per punctum datum* E: *erit* LM *etiam ipsi* AB *parallela. Nam* EF = HI, *&* FG = IK. *Ergo* EF + FG = HI + IK *hoc est*, EG = HK. (§. 24 Arithm.): *consequenter* LM *ipsi* AB *parallela* (§. 22). TAB. II. *Fig.* 41.

PROBLEMA XIII.

69. *A dato puncto* C *ad rectam* AB *perpendicularem demittere.* TAB. II. *Fig.* 42.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Posito Circino in C, intervallo arbitrario intersecetur in duobus punctis D & E, recta A B.

2. Ex D & E intervallo arbitrario fiat intersectio in F.

3. Ducatur per C & F recta FG, hæc erit ad AB perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DC = CE & DF = FE, erunt etiam anguli DFG & GFE (§. 51), consequenter anguli contigui ad G æquales (§. 49). Ergo recta CG ad AB perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

PROBLEMA XIV.

70. *Ex puncto C in recta AB dato perpendicularem erigere.*

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in C, &

2. In-

2. Intervallo arbitrario intersecetur recta AB in D & E.

3. Ex D & E eodem intervallo fiat intersectio in F.

4. Ducatur per C & F recta GC, quæ erit ad AB perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DC = CE & DF = FE, erunt anguli ad C æquales (§. 51). Adeoque recta GC ad AB perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

ALITER.

Paretur Norma, hoc est, Instrumentum ex duabus regulis ad angulum rectum junctis compositum.

1. Hujus Instrumenti crus unum ita aplicetur ad lineam datam AB, ut anguli vertex punctum datum C attingat.

TAB. II. *Fig.* 44.

2. Ex puncto dato C, ducatur secundum crus alterum recta CD, quæ erit ad AB perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Angulus enim Normæ est rectus:

Ergo lineæ DC & CB juxta eam ductæ constituunt angulum rectum. Adeoque DC ad CB perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

THEOREMA VII.

Tab. II. Fig. 45.

71. *Si in duobus Triangulis rectangulis* ABC *&* abc *fuerit,* AB $=$ ab, *&* BC $=$ bc, vel in *obliquangulis insuper* A $=$ a, *erit etiam* AC $=$ ac, B $=$ b, C $=$ c, *totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Descripto per C, intervallo BC, arcu FG; concipiamus Triangulum abc ita poni super alterum ABC, ut punctum a super A, & ab super AB cadat. Quoniam ab $=$ AB, & ang. a $=$ A, punctum b, super B, & ac super AC (§. 30), consequenter punctum c super rectam AC cadit. Quia porro bc $=$ BC; punctum c incidit in arcum FG (§. 13), consequenter in C, ubi arcus FG & recta AC se mu-

mutuo secant, adeoque *bi* super BC cadit, (§. 24). Ergo tota Triangula æqualia sunt (§. 31). Q. E. D.

THEOREMA VIII.

72. *Si duæ parallelæ* AB *&* CD *transversa* EF *in* G *&* H *secentur, erunt* 1°. *anguli alterni* x *&* y *æquales,* 2°. *angulus externus* o *æquatur interno opposito* y. *&* 3°. *duo interni oppositi* u *&* y *simul efficiunt* 180°.

Tab. III. Fig. 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Ducantur perpendiculares HI & GK, quæ (§. 22.) æquales erunt. Sed anguli I & K sunt etiam æquales (§. 18. 37). Ergo $x = y$ (§. 71). *Quod erat primum.*

2°. $x = o$ (§. 40). Proinde $y = o$ (§. 22 *Arithm.*): *Quod erat alterum.*

3°. $u + o = 180°$ (§. 38). Ergo etiam $u + y = 180°$. (§. 24 *Arithm.*). Q. E. D.

THEOREMA IX.

73. *Si duæ lineæ* AB *&* CD *trans-*

versa E F *in* G *&* H *ita secentur, ut anguli alterni* x *&* y, *vel etiam externus* o *& internus* y *æquales fuerint, vel duo interni* u *&* y *junctim efficiant* 180°; *erunt lineæ* AB *&* CD *inter se parallelæ.*

Tab. III. Fig. 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Demittatur ex G perpendicularis GK ad lineam CD: fiat GI = HK, ducaturque recta HI. Quoniam $x = y$; erit I = K & HI = GK (§. 49), consequenter I angulus rectus (§. 37.) & AB ipsi CD parallela. *Quod erat primum.*

2°. Sit $o = y$. Quoniam $o = x$ (§. 40); erit $x = y$ (§. 22 *Arithm.*), consequenter lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per *num.* 1. *Quod erat secundum.*

3°. Sit $y + u = 180°$. Quia $o + u = 180°$ (§. 30); erit $o = y$ (§. 22. 25 *Arithm.*), adeoque lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per *num.* 2. *Quod erat tertium.*

THEO-

THEOREMA X.

74. *In quovis Triangulo* ABC *tres anguli junctim sumti conficiunt* 180°, *& si latus unum continuetur, erit angulus externus æqualis duobus internis oppositis simul sumtis.* Tab. II. Fig. 47.

DEMONSTRATIO.

Ducatur per verticem Trianguli C basi AB parallela DE, erit 1 = I & 2 = II (§. 72). Sed I + 3 + II = 180° (§. 38): ergo 1 + 3 + 2 = 180° (§. 24 *Arithm.*). *Quod erat primum.*

Si latus AB continuetur in D erit 3 + 4 = 180° (§. 38). Sed per modo demonstrata 1 + 2 + 3 = 180°. Ergo 3 + 4 = 1 + 2 + 3 (§. 22 *Arithm.*), consequenter 4 = 1 + 2 (§. 25 *Arithm.*). *Quod erat alterum.* Tab. II. Fig. 48.

COROLLARIUM I.

75. Quamobrem in Triangulo non nisi unus angulus rectus esse potest, & tum re-

liqui duo simul, unum rectum conficiunt; id est, 90° (§. 37). Neque duæ rectæ ad eandem tertiam perpendiculares, licet in infinitum versus utramque partem continuatæ, uspiam concurrere possunt; sunt igitur parallelæ.

COROLLARIUM II.

76. Multominus plures, uno angulo obtuso in Triangulo esse possunt (§. 18).

COROLLARIUM III.

77. Si unus Trianguli angulus à 180° subtrahitur, summa duorum reliquorum relinquitur; & si summa duorum ex 180° aufertur, residuus fit tertius.

COROLLARIUM. IV.

78. Si duo anguli unius Trianguli æquentur duobus alterius; etiam tertius unius æqualis est, tertio alterius (§. 25 *Arithm.*).

THEOREMA II.

Tab. III. Fig. 49.

79. *In Triangulo æquicruro* ABC, *anguli ad basin x & y sunt æquales, & perpendicularis* CD *tam angulum* C *quam basin* AB, *& Triangulum ipsum bifariam secat.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Recta AB bisecetur in D, ducaturque recta DC. Quoniam etiam AC $=$ CB (§. 19), erit $x = y$ & $o = u$, $m = n$ & $\triangle$ ACD $=$ $\triangle$ CDB (§. 15); consequenter CD ad AB perpendicularis (§. 17). *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

80. In Triangulo itaque æquilatero, omnes anguli sunt inter se æquales, & consequenter quilibet 60° (§. 74).

THEOREMA XII.

80. *Si in Triangulo* ACB *anguli x & y ad basin* AB *æquales sunt, latera* AC *&* CB *quoque æqualia erunt.* Tab. III. Fig. 49.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta CD ita, ut $m = n$. Quoniam $x = y$, erit quoque $o = u$ (§. 78), proinde AC $=$ CB (§. 50). *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

82. Si ergo tres anguli fuerint æquales & per consequens quilibet 60° (§. 74); omnia tria latera inter se æqualia erunt.

THEOREMA XIII.

83. *Angulus ad centrum est duplus, anguli ad peripheriam, eidem arcui insistentis.*

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Fig. 50.

Cas. 1. $o = x + u$ (§. 74). Quoniam vero $AC = CB$ (§. 27), erit $x = u$ (§. 79), consequenter $o = u + u = 2u$.

Tab. III. Fig. 51.

Cas. 2. $x = 2y$ & $u = 2o$ *per num.* 1. Ergo $x + u = 2y + 2o$ (§. 24 *Arithm.*).

Tab. III. Fig. 52.

Cas. 3. $o + x = 2u + 2y$ & $o = 2u$ *per num.* 1. Ergo $x = 2y$ (§. 25 *Arithm.*) *Q. E. D.*

COROLLARIUM I.

Tab. III. Fig. 50.

84. Anguli itaque, ad peripheriam ABD mensura est arcus dimidius AD, cui insistit: nam

nam arcus integer AD, est mensura anguli ad centrum ACD (§. 16). Si angulus ACB semicirculo ADB vel angulus HBK arcui majori HIK quam est Semicirculus insistat; evidens est, quod arcus dimidius AD, anguli ACD, & $\frac{1}{2}$ DB anguli DCB, similiter $\frac{1}{2}$ HI anguli HBI, & $\frac{1}{2}$ IK anguli IBK, consequenter $\frac{1}{2}$ ADB, vel quadrans, anguli ACB; & $\frac{1}{2}$ HIK, vel plus quam quadrans, anguli HBK mensura sit.

TAB. III. *Fig.* 54. & 55.

COROLLARIUM II.

85. Duo vel plures anguli ABC & ADC in peripheria ejusdem circuli terminati & eidem arcui AC insistentes æquales sunt (§. 35).

TAB. III. *Fig.* 53.

COROLLARIUM III.

86. Quilibet angulus in semicirculo ACB est rectus: nam insistit semicirculo, adeoque ejus mensura est circuli quadrans (§. 84).

TAB. III. *Fig.* 54.

COROLLARIUM IV.

87. Angulus intra circulum, minor est recto, si arcui semicirculo minori insistit: major vero recto, si majori HK insistit (§. 86.), ac proinde in casu priori acutus; in posteriori obtusus (§. 18).

TAB. III. *Fig.* 55.

PROBLEMA XV.

88. *Normam examinare, utrum justa sit nec ne.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 54.

1. Intervallo arbitrario describatur semicirculus ACB, &

2. Ex utraque extremitate diametri AB ducantur ad quodcunque peripheriæ punctum rectæ AC & BC.

3. Vertex normæ ad punctum C applicetur.

Quod si crura ejus utramque rectam stringant norma justa erit.

DEMONSTRATIO.

Angulus ACB est rectus (§. 86). Quod si norma illi congruit; justa erit (§. 30). Q. E. D.

PROBLEMA XVI.

89. *In extremitate lineæ perpendicularem excitare.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in puncto pro lubitu assumto C & aperiatur usque ad A. Tab. III. *Fig.* 56.

2. Hoc intervallo notetur in linea AB punctum D.

3. Applicata regula ad D & C notetur priori intervallo punctum E.

4. Tandem ducatur recta AEF, quæ erit ad AB perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = CD = CE, ex C per puncta E, A & D, describi potest semicirculus (§. 27. 36). Ergo angulus ad A est rectus (§. 86), & recta FA ad AB perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

ALITER.

Idem ope normæ ut supra (§. 70) peragi potest.

PRO-

PROBLEMA XVII.

90. *Lineam rectam AB in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. Ex A & B pro arbitrio fiant intersectiones in C & D.
2. Puncta intersectionum recta DC conjungantur, hæc rectam AB in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = CB & AD = DB, erit $o = y$ (§. 51). Hinc porro quoque in Triangulis ACE & ECB, AE = EB (§. 49). Q. E. D.

SCHOLION.

Tab. III. Fig. 58.

91. *Idem etiam mechanice, hoc est tentando, peragi potest. Ponatur enim circinus in A, & eo usque aperiatur, donec medium lineæ AB attingere videatur; tum fiat intersectio in C, item alia eadem circini apertura ex B in D: tunc oculi judicio haud difficulter determinabitur*

nabitur punctum E, quo recta AB in duas partes æquales dividitur.

THEOREMA XIV.

92. *In eodem vel in æqualibus circulis chordæ æqualium arcuum AB & DE æquales sunt. & si chordæ sunt æquales, etiam arcus æquales erunt.*

TAB. III. Fig. 54.

DEMONSTRATIO.

Ex centro C ducantur radii CA, CB, CE & CD; qui omnes inter se æquales sunt (§. 27). Quoniam porro arcus AB & DE æquales sunt, anguli ACB & DCE quoque æquales erunt (§. 35). Ergo etiam AB = DE (§. 49): *Quod erat primum.*

Si AB = DE, erit $o = x$ (§. 51), consequenter arcus AB & DE æquales (§. 35): *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

93. Si itaque peripheria circuli dividatur in partes quotcunque æquales, ducanturque subtensæ, figura, singula latera (§. 92), atque

que ſingulos angulos [§. 85] æquales habet, Figura ergo eſt regularis (§. 21).

PROBLEMA XVIII.

94. *Datum arcum in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 60.

1. Ex A & B intervallo arbitrario fiant interſectiones in C & D.

2. Agatur per C & D recta, hæc arcum AB in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO XV.

Linea CD rectam AB bifariam ſecat in F, & efficit duos angulos rectos apud F (§. 90). Eſt ergo etiam AE = BE (§. 49), conſequenter arcus AE & BE ſunt inter ſe æquales (§. 92). *Q. E. D.*

THEOREMA XV.

Tab. III. Fig. 61.

95. *Perpendicularis DA chordam EF bifa-*

bifariam ſecans in G per centrum Circuli C tranſit, & arcum quoque EDF bifariam ſecat. Et perpendiculum ex centro circuli C ad chordam EF demiſſum, tam chordam, quam arcum EDF bifariam ſecat.

DEMONSTRATIO.

1. Quoniam EG = GF & ad G duo anguli recti, erit EAD = DAF (§. 49), adeoque arcus ED & DF æquales (§. 84. 35): *Quod erat primum.*

2. Porro chordæ EA & AF (§. 49) & conſequenter arcus AF & EA (§. 92.) æquales ſunt, conſequenter AE + ED = AF + FD (§. 24 *Arithm.*), & hinc AD diameter circuli, conſequenter AD, per centrum tranſit (§. 13): *Quod erat ſecundum.*

3. Si CG perpendicularis ad EF, erunt ad G anguli recti (§. 18). Jam cum EC = CF (§. 27); erit EG = GF & ECD = DCF (§. 71), conſequenter arcus ED & DF æquales (§. 35): *Quod erat tertium.*

PRO-

PROBLEMA XIX.

Tab. III. Fig. 62. 96. *Angulum datum BAC in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. Posito circino in A, intervallo quocunque, notentur puncta D & E.
2. Ex D & E fiat intersectio in F &
3. Ducatur recta AF; hæc angulum A in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AD = AE & DF = EF, & AF utrique triangulo communis, erit $o = x$ (§. 51). Q. E. D.

PROBLEMA XX.

Tab. III. Fig. 63. 97. *Per data tria puncta, A, B, C circulum describere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo arbitrario, fiant interſectiones in D & E & ducatur recta D E.

2. Similiter ex B & C fiant interſectiones in F & G & ducatur recta F G.

Ubi lineæ F G & D E ſe interſecant, ſcilicet in H, ibi erit centrum circuli.

DEMONSTRATIO.

Si ex A & B, item ex B ad C, ducantur rectæ; hæ chordæ erunt duorum arcuum circuli quæſiti (§. 13). Sed Lineæ D E & F G chordas AB & B C perpendiculariter & bifariam ſecant (§. 90). Ergo utraque per centrum circuli tranſit (§. 95.) Quare centrum erit in H, ubi lineæ ſe interſecant. Q. E. D.

PROBLEMA XXI.

98. *Super data recta AB quadratum conſtruere.* TAB. III. Fig. 64.

RESOLUTIO.

1. In A erigatur perpendicularis (§. 70. 89.) ipsi AB æqualis.

2. Ex C & B, intervallo AB, fiat intersectio in D, &

3. Ducantur rectæ CD & DB.

PROBLEMA XXII.

Tab. III. Fig. 65. 99. *Datis duabus rectis AB & BC Rectangulum construere.*

RESOLUTIO.

1. Jungantur AB & BC ad angulos rectos (§. 89).

2. Ex A intervallo BC, describatur arcus, & ex C intervallo AB, alius priorem intersecans in D,

3. Tandem ducantur rectæ CD & DA.

PROBLEMA XXIII.

Tab. III. Fig. 66. 100. *Data recta AB, una cum angulo obliquo, Rhombum construere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ad rectam AB constituatur angulus datus A (§. 48), & fiat AC = AB.

2. Ex C & B, intervallo AB, fiat intersectio in D.

3. Ducantur CD & DB.

PROBLEMA XXIV.

101. *Datis duabus rectis AB & AC, una cum angulo obliquo A, Rhomboidem construere.* Tab. III. Fig. 67.

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem A rectæ datæ AB constituatur angulus datus (§. 48), & fiat AC alteri datarum æqualis.

2. Ex B intervallo AC describatur arcus, & ex C, intervallo AB, alius priorem intersecans in D.

3. Ducantur denique rectæ CD & DB.

THEOREMA XVI.

Tab. IV. Fig. 68.

102. *Diagonalis AD dividit quadratum, Rectangulum, Rhombum, & Rhomboidem, in duas partes æquales: anguli diagonaliter oppositi sunt æquales, & latera opposita AB & CD, AC & BD inter se parallela.*

DEMONSTRATIO.

In omnibus hisce figuris, est $AC = BD$ & $CD = AB$ (§. 20). Ergo Triangula ACD & ABD æqualia, item $x = x$ & $o = o$, $u = u$ (§. 51), consequenter AB ipsi CD & AC ipsi BD parallela (§. 73). Q. E. D.

COROLLARIUM.

103. Adeoque omnia hæc Quadrilatera sunt Parallelogramma (§. 23).

PROBLEMA XXV.

104. *Invenire angulum Poligoni regularis.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum Poligoni.

2. Numerus, qui prodit, à 180 ſubtrahatur: remanebit numerus graduum dato angulo reſpondens.

Ex. gr. In Hexagono 360 per 6 dividatur & quotus 60 à 180 ſubtrahatur, prodibunt 120° pro angulo ABC. TAB. IV. *Fig.* 69.

DEMONSTRATIO.

Sit ABC angulus quæſitus. Deſcribatur per tria puncta A, B, C circulus (§. 97). Quoniam AB = BC (§. 21), erunt quoque arcus AB & BC æquales (§. 92). Jam cum arcus AD, ſemiſſis ipſius ADC, ſit menſura anguli B (§. 84); arcus AD vel angulus B innoteſcit, arcum AB ſubtrahendo à ſemicirculo BAD. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXVI.

105. *Invenire ſummam omnium angulorum in quocunque Poligono.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicentur 180 per numerum laterum.

2. Ex producto subducantur 360, residuum erit summa angulorum.

E. gr. pro pentag.	180	pro Hexag.	180
	5		6
	900		1080
	360		360
	540		720

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. *Fig.* 70. Quodlibet Poligonum ex assumto in eo puncto F in tot Triangula resolvitur, quot habet latera. Si ergo 180 per numerum laterum multiplices, summa angulorum prodit, omnium horum Triangulorum (§. 74).

Sed anguli circa punctum F, qui non pertinent ad angulos Poligoni, semper efficiunt 360° (§. 42).

Quod si ergo à facto supra invento subtrahantur 360, summa angulorum Poligoni relinquitur. *Q. E. D.*

PRO-

PROBLEMA XXVII.

106. *Super data recta AB Poligonum regulare quodcunque describere.*

RESOLUTIO.

In A & B fiant anguli dimidio angulo Poligoni sigillatim æquales; hac ratione latera Trianguli æquicruri ABC se mutuo secabunt in centro Circuli C.

TAB. IV. *Fig.* 71.

2. Ex C radio CA describatur Circuli peripheria, & in ea applicetur latus AB, quoties fieri potest.

PROBLEMA XXVIII.

107. *Circulo dato Poligonum regulare quodcunque inscribere.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum ut habeatur quantitas anguli ACB.

TAB. IV. *Fig.* 72.

2. Transferatur is ad centrum

Circuli C (§. 48), ita innotescit latus Poligoni AB, quod

3. In peripheria ejus quoties licet, applicari poterit.

THEOREMA XVII.

108. *Latus Hexagoni AB æquatur radio Circuli AC.*

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. *Fig.* 72.

Angulus ACB est 60° (§. 107). Proinde reliqui A & B 120° (§. 77). Quia vero AC = BC (§. 27); erit etiam A = B (§. 79). Consequenter unusquisque eorum 60°, adeoque angulo C æqualis. Ergo quoque AB = AC (§. 82). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

109. Hexagonum igitur regulare Circulo inscribitur, radium ad peripheriam sexies applicando.

COROLLARIUM II.

110. Et si super linea data Hexagonum des-

describendum est, sufficit, Triangulum æquilaterum super ea construi (§. 53): est enim vertex C centrum Circuli Hexagono quæsito circumscribendi.

PROBLEMA XXIX.

111. *Datis omnibus lateribus figuræ cujuscunque, & tot Diagonalibus, quot sunt latera, demtis tribus; figuram construere.*

RESOLUTIO.

Cum figura quælibet per Diagonales in tot Triangula resolvatur, quot sunt latera, demtis duobus, non alia re opus est, quam ut unum Triangulum super altero exstruatur (§. 55).

Tab. IV. *Fig.* 73.

PROBLEMA XXX.

112. *Datis omnibus lateribus & tot angulis, quot sunt latera, demtis tribus Figuram construere.*

RESOLUTIO.

Tab. IV. *Fig.* 74.

1. Ducatur recta AB, uni datorum laterum æqualis, ad A & B ponantur anguli requisiti A & B, eidem adjacentes (§. 48), quibus

2. Latera AE & BC applicentur.

3. Quod si in E ponatur angulus conveniens (§. 48) ED applicari, & DC duci potest.

4. Vel duobus ultimis ED & CD, ex E & C fiat intersectio in D, & sic figura claudetur.

SCHOLION.

113. *Si omnes anguli, præter unum, dentur, duo latera dari opus non est.*

PROBLEMA XXXI.

114. *Invenire Aream Quadrati.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur longitudo lateris.

2. Hæc

2. Hæc ducatur in ſeipſam, factum exprimit Aream Quadrati.

Sit e. gr.	Latus Quadrati
	345″
	345
	1725
	1380
	1035
Erit Area	119025″

DEMONSTRATIO.

Pro menſuranda ſuperficie, opus eſt ut ſuperficies pro menſura aſſumatur. Cum vero Quadratum nonniſi angulos rectos & latera æqualia habeat, hoc pro menſura aſſumere libitum fuit. Idcirco pertica quadrata dicitur quadratum, quod perticam longum, & perticam latum eſt; pes quadratus, qui pedem longus, & pedem latus eſt; &c. Quod ſi igitur latus AB, e. gr. in 4 partes æquales diviſum fuerit, vel 4 pedes contineat; evidens eſt, numerum pedum Quadratorum in Quadrato majore ABDC contentorum

Tab. IV. *Fig.* 75.

torum reperiri, si latus in se ipsum ducatur. Nam in quadrato majore tot reperiuntur Quadratorum minorum series, & in qualibet serie, tot Quadratula, quot latus AB habet partes.

COROLLARIUM I.

115. Si latus Quadrati fuerit 10, Area erit 100. Cum igitur decempeda in mensura lineari sit 10 pedum, pes 10 digitorum &c. Pertica quadrata in mensura superficiali 100 pedes; pes quadratus 100 digitos quadratos &c. continet.

COROLLARIUM II.

116. Datus igitur numerus facile in digitos, pedes, & perticas quadratas, resolvitur; scilicet à dextra sinistram versus duæ notæ digitis, duæ pedibus resecentur: residuæ enim perticis cedunt. E. gr. 119025 digiti, conficiunt 11 perticas, 90 pedes, 25 digitos.

PROBLEMA XXXII.

Tab. IV. Fig. 76. 117. *Invenire Aream Rectanguli ABCD.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Mensuretur latitudo AB, item altitudo BC.

2. Ducatur illa in hanc, factum erit Area quæsita Figuræ.

E. gr. Sit AB = 3° 4′ 5″
AD = 1 2 3

10 3 5
69 0
345

4° 24′ 35″

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Problematis præcedentis.

THEOREMA XVIII.

118. *Duo Parallelogramma ABCD, & EFDC, quæ eandem basin CD, & eandem altitudinem AC habent, sunt inter se æqualia.* TAB. IV. Fig. 77.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = BD, EC = FD, & AE = BF (§. 20 *Geom.*) & (§. 24 *Arithm*); △ AEC = △ BFD (§. 51); consequenter, si utrinque Triangulum

lum BEG auferatur, ABGC = EGDF (§. 25 *Arithm.*); jam si utrinque addatur Triangulum CDG, erit quoque ABDC = EDCF (§. 24 *Arithm.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

119. Ergo & Triangula quæ eandem basin, & eandem altitudinem habent æqualia sunt.

COROLLARIUM II.

120. Triangulum itaque dimidium Parallelogrammi est, super eadem vel æquali basi & inter easdem parallelas constituti (§. 22).

PROBLEMA XXXIII.

121. *Invenire Aream Rhombi & Rhomboidis.*

RESOLUTIO.

TAB. IV. *Fig.* 78.

1. In latus AB pro basi assumtum demittatur ex C perpendiculum CE (§. 69).

2. Mul-

2. Multiplicetur basis AB, per altitudiuem CE. Factum erit Area quæsita.

E. gr. Sit AB = 456″
CE = 234

1824
1368
912

10°67′04″

DEMONSTRATIO.

Rhombus vel Rhomboides AB DC æquatur Rectangulo, cujus basis AB, altitudo vero CE (§. 118. 103). Sed Area Rectanguli invenitur, si AB ducatur in CE (§. 117). Ergo Area Rhombi & Rhomboidis similiter invenitur, si AB ducatur in CE. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXIV.

122. *Invenire Aream Trianguli.*

RESOLUTIO.

1. In Latus AB pro basi assumtum, Tab. IV. *Fig.* 79.

tum, demittatur ex C perpendicularis CD (§. 69).

2. Investigetur longitudo linearum AB, & CD, ducanturque in se invicem.

3. Productum dividatur per 2. Et prodibit Area Trianguli.

DEMONSTRATIO.

Multiplicando AB per CD prodit Area Parallelogrammi, cujus latera AB & CD (§. 117. 121). Sed cum Triangulum sit hujus Parallelogrammi dimidium (§. 120); Area inventa per 2 dividenda est, quo Area Trianguli prodeat. *Q. E. D.*

ALITER.

Basis AB multiplicetur per dimidiam altitudinem CD, vel etiam altitudo CD per dimidiam basin AB. Factum erit Area Trianguli: ut ex exemplo adjecto apparet.

AB

AB = 3°4′2″	AB = 3°4′2″	½ AB = 1°7′1″
CD = 234	½ CD = 117	CD = 234
1368	2394	684
1026	342	513
684	342	342
2) 800 28	40014. ACB	40014 ACB
400 14. ACB.		

PROBLEMA XXXV.

Invenire aream cujuscunque Figuræ rectilineæ.

TAB. IV. *Fig.* 80.

DEMONSTRATIO.

Cum Figura quælibet ex angulo B per diagonales BE, BD, in tot Triangula resolvatur, quot sunt latera, demtis duobus, quemadmodum ex. gr. Pentagonum ABCDE in tria Triangula ABE, BED & BCD; inveniantur, juxta Problema præcedens, Areæ singulorum Triangulorum inventæque addantur.

Vel si duo perpendicula CF & EG ad eandem demittantur basin, Area Trapezii EBCD una opera re-

reperitur, ſi vel dimidia baſis BD per ſummam altitudinum EG, & CF, vel baſis integra per ſemiſummam altitudinum multiplicetur.

EXEMPLUM.

$\frac{1}{2}$BD = 4°3′	$\frac{1}{2}$BD = 4°3′	$\frac{1}{2}$EB = 4°2′
CF = 35	EG = 45	AH = 30
215	215	△AEB 1260′
129	172	
△BCD 1505	△EBD 1935	
	△AEB 1260	
	△BCD 1505	
	Area Figuræ = 4700′	

COROLLARIUM I.

Tab. IV. Fig. 81.

124. Poligonum regulare ex centro circuli circumſcripti C in tot Triangula æqualia reſolvitur, quot ſunt latera. Baſes enim horum Triangulorum AB, BE, EF &c. (§. 21), item eorum crura AC, CB, CE, EF &c. ſunt inter ſe æqualia (§. 27). Ergo Triangula quoque ipſa ſunt inter ſe æqualia (§. 51). Quod ſi igitur Area unius horum Triangulorum inveniatur (§. 122) eaque per numerum laterum multiplicetur, prodibit Area Poligoni.

Ex.

Ex. gr. $\frac{1}{2}$ AB = 2°7'
DC = 29

243
54

△ ABC 783
Numerus laterum 5

Area Pentagoni = 39°15'

COROLLARIUM II.

125. Hinc Poligonum regulare æquatur Triangulo, cujus basis peripheriæ totius Poligoni æqualis est, altitudo vero perpendiculo CD, ex centro C in latus unum AB demisso (§. 119). Tab. IV. Fig. 81. 82.

COROLLARIUM III.

126. Quod si latera Poligoni Circulo inscripti infinite parva assumantur, in peripheriam Circuli tandem desinent. Et tum altitudo Trianguli CD radio BC congruet. Proinde Circulus Triangulo æquatur, cujus basis peripheriæ Circuli, altitudo vero radio æqualis est (§. 125).

COROLLARIUM IV.

127. Sector igitur Circuli ACB æqualis est Triangulo, cujus basis, arcus AB, altitudo vero radius AC. Tab. IV. Fig. 83.

COROLLARIUM V.

128. Datis igitur peripheria & diametro Circuli, invenitur ejus Area, si illa in quartam hujus partem ducatur.

SCHOLION.

129. *In invenienda vera ratione diametri Circuli ad ejus peripheriam, ab omni ævo multi desudarunt: nemini tamen hactenus successit, ut ut nostra præsertim ætate ars inveniendi in Mathesi in immensum aucta fuerit. Rationem tamen haud infelici successu in numeris prope veris, nonnulli dare conati sunt.* Archimedes *in suo libello de dimensione Circuli, propositione secunda, primus demonstravit, rationem diametri ad peripheriam esse ut* 7 *ad* 22 *fére. Quoniam vero hæc ratio in Circulis majoribus in excessu peccat, alii accuratiorem investigarunt. Nemo autem plus operæ impendit* Ludolpho à Ceulen, *qui tandem reperit, posita diametro Circuli* 100 000 000 000 000 000 000 *peripheriam esse* 314 159 265 358 979 323 846 *fere.*

Enimvero quoniam hi numeri nimis prolixi, quo minus per eos calculus institui possit, adhibentur tantum utrinque tres notæ priores, & ratio diametri ad peripheriam Circuli ponitur ut 100 *ad* 314: *in qua* Ptolomæus, Vieta Hugenius, *cum* Ludolpho à Ceulen *consentiunt.*

Pro-

Proportio, quam Adrianus Metius, *tradit, inter omnes quæ parvis numeris exprimuntur, accuratissima, ut* 113 *ad* 355: *demonstratio sequitur infra in Trigonometria. Quod vero omnes diametri ad suas peripherias eandem rationem habeant, facile concipi potest. Nam si in diversis Circulis ratio peripheriarum ad diametros diversa foret, per eam distingui possent, ac proinde minime similes forent, contra superius demonstrata* (§. 34).

THEOREMA XIX.

130 *Area Circuli est ad quadratum suæ diametri ut* 785 *ad* 1000 *quam proxime.*

DEMONSTRATIO.

Nam posita diametro 100 partium, erit peripheria 314 (§. 129), adeoque Area Circuli 7850 (§. 128), Quadratum vero diametri 10000 (§. 114): consequenter Area ad Quadratum ut 7850 ad 10000, hoc est, dividendo utrinque per 10 ut 785 ad 1000 (§. 59 *Arithm.*). *Q. E. D.*

THEOREMA XX.

131. *Areæ Circulorum sunt inter se ut Quadrata diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Area Circuli unius , est ad Quadratum suæ diametri , ut Area Circuli alterius ad Quadratum suæ diametri , (§. 129. 130). Ergo erit quoque Area Circuli unius , ad Aream Circuli alterius , ut Quadratum diametri unius ad Quadratum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*). *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXVI.

132. *Data diametro Circuli invenire peripheriam.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 100, 314 & diametrum datam , numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm*). Qui est peripheria quæsita (§. 129),

Ex. gr. Sit diameter 56'. Dic.

100 — 314 — 56
    56
  1884
 1570
17°5'8"4''' Peripheria Circuli.

PROBLEMA XXXVII.

133. *Data peripheria Circuli* (17584''') *invenire diametrum.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 314, 100 & datam peripheriam 17584" numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). prodibit 56 diameter quæsita (§. 129).

314 — 100 — 17584
                 100
             1758400

18
202
1758400 — (5°6'0"0''' diameter
314444
3111
33

PROBLEMA XXXVIII.

134. *Data diametro (vel peripheria) Circuli, invenire Aream ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo peripheria (§. 132) vel diameter (§. 133).
2. Ducatur peripheria, in quartam diametri partem (§. 128).

E. gr. Sit diameter 5600‴, erit peripheria 17584‴, consequenter Area circuli 24617600‴.

ALITER.

Ducatur diameter (56′) in seipsam, & quæratur ad 1000, 785, & Quadratum diametri inventum 3136, numerus quartus proportionalis 246176″ (§. 85 *Arithm.*); quo facto habetur Area Circuli quæsita (§. 130.)

PROBLEMA XXXIX.

135. *Data Area circuli invenire diametrum.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 785, 1000, & Aream Circuli datam 246176 numerus quartus proportionalis 313600 (§. 85 *Arithm.*).

2. Inde extrahatur radix quadrata 560 (§. 77 *Arithm.*), quæ est diameter quæsita (§. 130).

COROLLARIUM.

136. Quam primum diameter innotuerit peripheria quoque reperietur, per Problema 36 (§. 132).

PROBLEMA XL.

137. *Dato radio circuli AC (6') una cum quantitate arcus AB (6. gr.) invenire Aream Sectoris ABC.* Tab. IV. *Fig.* 83.

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 100, 314 & radium AC numerus quartus proportionalis 1884''' (§. 85 *Arithm.*):

qui est semiperipheria (§. 132 *Geom.* & §. 59. *Arithm.*).

2. Quæratur porro ad 180°, arcum datum 6°, & semiperipheriam inventam 1884‴ numerus quartus proportionalis $62\frac{4}{5}$ (§. 85 *Arithm.*); qui arcum AB in lineis exhibebit.

3. Ducatur hic numerus in semiradium 300‴, factum exprimet Aream Sectoris ABC 18840‴ (§. 122. 127).

THEOREMA XXI.

Tab. IV. Fig. 84.

138. *Duo Parallelogramma ABDC & BEFD ejusdem altitudinis AC sunt inter se ut bases CD & DF: contra sunt, ut eorum altitudines, si bases æquales fuerint.*

DEMONSTRATIO.

Area Parallelogrammi AD habetur, si basis ejus CD per AC multiplicetur; Area vero Parallelogrammi BF, si basis ejus DF, per AC multiplicetur (§. 117.). Adeoque hæc duo

duo Parallelogramma ſunt ut facta ex A C in C D, & ex A C in D F, id eſt, ut C D ad D F (§. 59 *Arithm.*): *Quod erat primum.*

Nec abſimili modo demonſtratur, Parallelogramma æquales baſes habentia, eſſe inter ſe ut altitudines: *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

139. Quoniam quodlibet Triangulum conſiderari poteſt ut dimidium alicujus Parallelogrammi (§. 120); etiam Triangula ejuſdem altitudinis erunt inter ſe ut baſes; & quæ ſuper eadem vel æquali baſi, ut altitudines.

PROBLEMA XLI.

140. *Parallelogrammum A B E C ex dato puncto D in duas partes æquales dividere.* Tab. V. Fig. 85.

RESOLUTIO.

Fiat E F = A D & ducatur recta D F, erunt Trapezia A D F C & D B E F æqualia.

DE-

DEMONSTRATIO.

Triangula ABC & BCE sunt æqualia (§. 102). Quia AB ipsi EC æqualis & parallela (§. 102) & EF $=$ AD, erit $o = x$, $y = u$ (§. 72) & FC $=$ DB (§. 25 *Arithm.*). Ergo △DBG $=$ △GCF (§. 50); consequenter Trapezium ACFD æquale Trapezio DFEB (§. 24. 25 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLII.

141. *Data Area Trianguli (36′), una cum ejus basi (18′); invenire altitudinem.*

RESOLUTIO.

Area Trianguli (36′) per basin dimidiam (9′) dividatur, quotus (4′) est altitudo (§. 122).

PROBLEMA XLIII.

Tab. V. Fig. 86.

142. *Figuram rectilineam quamcun-*

cunque in quotlibet partes æquales dividere.

DEMONSTRATIO.

1. Quæratur Area Figuræ (§. 123) & dividatur in tot partes æquales in quot Figura dividi debet e. gr. in tres.

2. Area Trianguli AED subtrahatur à triente Figuræ, & residuum dividatur per $\frac{1}{2}$ AD; erit quotus altitudo Trianguli ADI priori AED addendi, quo AEDI triens Figuræ fiat (§. 141).

3. Intervallo hujus altitudinis ducatur parallela ipsi AD (§. 67), quæ secabit AB in I: quo puncto dato recta DI duci poterit.

4. Dimidium trientis Figuræ dividatur per $\frac{1}{2}$ DI; quotus erit altitudo Trianguli DIK, Sextans Figuræ.

5. Intervallo hujus altitudinis agatur ipsi ID parallela, ut habeatur punctum K.

6. Sextans totius Figuræ dividatur

tur per $\frac{1}{2}$ DK & intervallo quoti, denuo agatur ipsi DK parallela, quo punctum L reperiatur, & recta KL duci possit quæ alteram partem DIKL resecabit, simulque tertiam LKBC determinabit.

E. gr. Sit AD 516″, AC 580″, EH 154″, BG 315″ DF 375″; erit AED 39732″, ABC 91350″, ADC 108750″, adeoque Area integra 239832″, triens 79944″, Sextans 39972″, altitudo △li DIA 156″, △li DIK 151″ & △li DKL 139″.

SCHOLION.

143. *Perfecta divisione in charta; puncta I, K & L per quantitatem rectarum AI, IK & DL in Campo facile determinantur.*

THEOREMA XXII.

Tab. V. Fig. 87.

144. *In Triangulo rectangulo ABC Quadratum ACFG lateris maximi AC, æquale est summæ Quadratorum BC ED, & ABIK reliquorum laterum BC & AB.*

DEMONSTRATIO.

Ducantur rectæ AE & BF, itemque

que BK ipsi AG parallela (§. 67). Quoniam Triangulum BCF cum Rectangulo LCFK super eadem basi CF & inter easdem parallelas CF & BK existit, hujus semissis erit (§. 120). Pari modo quoniam Triangulum ACE cum Quadrato BCED, super eadem basi CE, & inter easdem parallelas AD & CE existit, hujus semissis est (§. 120). Sed CF = AC, & BC = CE (§. 20), & angulus ACE angulo BCF æqualis (§. 24 *Arithm.*), quia nempe ACF = BCE = 90° (§. 20. 37). Ergo tota Triangula ACE & BCF (§. 49), consequenter etiam Quadratum BDEC & Rectangulum LCFK æqualia sunt (§. 26 *Arithm.*).

Jam cum eodem modo ostendatur, quod Quadratum AHIB Rectangulo ALKG æquale sit; manifestum est, Quadrata AHIB & BCDE simul sumta esse Quadrato AGFC æqualia, *Q. E. D.*

SCHOLION.

145. *Hoc Theorema ab ejus Inventore* Pytagora

thagora *Theorema Pythagoricum*, & *ob ejus per Mathesin universam, usum amplissimum à nonnullis Magister Matheseos appellatur.*

PROBLEMA XLIV.

146. *Quadratum construere duobus aut pluribus simul sumtis æquale.*

RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 88.

1. Latera duorum Quadratorum AB & BC jungantur ad angulos rectos (§. 70. 89).

2. Ducatur recta AC, quæ erit latus Quadrati, quod duobus aliis simul sumtis æquale (§. 144.)

3. Super latere Quadrati tertii CD erigatur normaliter CE = AC.

4. Ducatur recta DE, quæ erit latus Quadrati quod tribus reliquis Quadrati simul sumtis æquale erit, (§. 144), & ita porro.

THEOREMA XXIII.

147. *Si in Figuris rectilineis anguli homologi æquales sunt, & rectæ quæ eos*

eos intercipiunt, utrobique eandem habent rationem; Figuræ ſunt ſimiles: & ſi Figuræ ſimiles ſunt; anguli & latera dicto modo ſe habent.

DEMONSTRATIO.

Figuræ rectilineæ diſtingui nequeunt niſi per quantitatem angulorum homologorum, & rationem eos intercipientium laterum, nihil enim præter hæc in eis diſtincte cognoſci poteſt. Proinde ſi anguli æquales ſunt & latera, quæ eos intercipiunt, eandem rationem habent, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. Ergo ſimiles ſunt (§. 4). *Quod erat primum.*

Si duæ Figuræ ſimiles ſunt, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. (§. 4).

Sed Figuræ rectilineæ per quantitatem angulorum homologorum & rationem laterum quæ eos intercipiunt, diſtinguntur. Ergo quanti-

tas angulorum & ratio laterum utrinque eadem esse debent. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXIV.

Tab. V. Fig. 89.

148. *Si in duobus Triangulis BAC & DFE fuerit B = D & C = E; erit BA : AC = DF : FE & AB : BC = FD : DE: & contra, si latera proportionalia, anguli homologi quoque æquales erunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & C = E, & ex duobus angulis datis & latere uno Triangulum construi potest (§. 60); Triangula BAC & DFE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter BA : AC = FD : FE & AB : BC = FD : DE (§. 147). *Quod erat primum.*

Quoniam in casu altero, tria latera unius Trianguli proportionalia sunt tribus lateribus alterius, & ex tribus lateribus construi potest Triangulum (§. 55); Triangula ABC & DFE

DFE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33), consequenter anguli homologi æquales (§. 147). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

149. *Si in Triangulo ABC recta DE basi BC parallela ducatur, erit AD ad AE, ut AB ad AC, & ut BD ad EC, item AD : DE = AB : BC.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE parallela ipsi BC; erit $o = x$ & $u = y$ (§. 72), hinc AD : AE = AB : AC, & AD : DE = AB : BC (§. 148); consequenter ob AD : AB = AE : AC (§. 83 *Arithm.*), AD : AE = BD : EC. *Q. E. D.*

Tab. V. *Fig.* 89.

PROBLEMA XLV.

150. *Datis duabus lineis AC & AB tertiam proportionalem invenire.*

Tab. V. *Fig.* 90.

RESOLUTIO.

1. Fiat pro lubitu angulus E A D. &

2. Ex A in C transferatur linea A C; ex A in B, item ex C in E linea A B.

3. Ducatur ex B ad C recta C B & ex E recta D E parallela ipsi C B, quod peragitur, si (§. 8) angulus E angulo C æqualis fit (§. 73); erit BD tertia proportionalis quæsita (§. 149).

PROBLEMA XLVI.

Tab. V. Fig. 91.

151. *Datis tribus lineis A B, A C & B D invenire quartam proportionalem.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur pro arbitrio angulus E A D.

2. Ex A in B transferatur linea A B, ex A in C linea A C, & ex B in D linea B D.

3. Ex B ad C ducatur recta, &

4. Ex

4. Ex D alia DE parallela ipsi CB, ut in Problemate præcedente: erit CE quarta proportionalis quæsita (§. 149).

THEOREMA XXVI.

152. *Si in duobus Triangulis ABC & FDE, fuerit B = D & AB: BC = FD: DE, erit quoque A = F & C = E, & BA: AC = DF: FE.* Tab. V. Fig. 89.

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & AB: BC = FD: DE, & ex duobus lateribus cum angulo intercepto Triangulum construi potest (§. 58); Triangula ABC & FDE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter A = F, C = E & BA: AC = DF: FE (§. 147). *Q. E. D.*

SCHOLION.

153. *Theoremata de similitudine Triangulorum sunt ex utilissimis in universa Mathesi, & ad plurima perducunt inventa, quæ in illa haberi*

beri possunt. Potissima quoque Geometriæ Praxis in Campo, iis innititur, ut mox pluribus patebit.

PROBLEMA XLVII.

Tab. V. Fig. 92.

154. *Datam rectam in quotcunque partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. In rectam CD pro arbitrio assumtam transferantur tot partes æquales, in quot data dividenda, e. gr. quinque.

2. Super CD construatur Triangulum æquilaterum CED (§. 53).

3. Ex E in A transferatur recta data, itidemque ex E in B.

4. Tandem agatur ex vertice Trianguli E versus primum divisionis punctum recta EG; erit AF pars quinta lineæ datæ AB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam EA : EB = EC : ED, erit A = C & EA : AB = EC : CD

CD (§. 152). Sed EC = CD: ergo EA = AB. Proinde AB æqualis rectæ datæ. Quare cum sit porro EA: AF = EC: CG (§. 148), hoc est, AB: AF = CD: CG, & CG = $\frac{1}{5}$ CD, erit etiam AF = $\frac{1}{5}$ AB (§. 53 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLVIII.

155. *Rectam datam in ea proportione secare, in qua alia CD secta fuit.* TAB. V. Fig. 93.

RESOLUTIO.

1. Super linea secta CD construatur Triangulum æquilaterum (§. 53).
2. Ex E in A & B transferatur linea data, erit AB æqualis datæ.
3. Ex vertice Trianguli E ad puncta divisionum G, I ducantur rectæ EG, EI. Hæ lineam datam AB secabunt in F & H in debita proportione.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quae Problematis praecedentis.

SCHOLION.

156. *Problematis hujus usus amplissimus est in Architectura, tam civili quam militari, praesertim ubi Ichnographiae vel ampliandae vel contrahendae.*

PROBLEMA XLIX.

157. *Parallelogrammum atque Triangulum in quotcunque partes aequales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. *Fig.* 106. 107.

1. Dividatur basis CD vel CB in tot partes aequales, in quot figura dividenda (§. 154).

2. Ex punctis divisionum 1. 2. ducantur in casu primo, cum altero latere AC parallelae 1. 1. & 2. 2 (§. 67), in casu altero rectae usque ad verticem Trianguli A1 & A2. Quo facto utra-

utraque Figura in partes æquales divisa est (§. 138. 139).

PROBLEMA L.

158. *Inter duas Lineas AB & BE mediam proportionalem invenire.*

Tab. VI. Fig. 108.

RESOLUTIO.

1. Jungantur lineæ datæ AB & BE in directum, dividaturque AE bifariam in C (§. 90).
2. Ex C intervallo ipsius AC describatur semicirculus.
3. Ex B erigatur perpendicularis BD (§. 70). Hæc est media proportionalis quæsita.

DEMONSTRATIO.

Angulus ADE est rectus (§. 86): ABD est etiam rectus (§. 18), angulus DAB utrique Triangulo DAB & DAE communis. Ergo angulus ADE æqualis est angulo DEB (§. 78). Sed in Triangulo DEB angulus

DBE est etiam rectus (§. 18). Ergo AB est ad BD ut BD ad BE (§. 148). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

159. Quod si aliqua Linea pro unitate assumatur, & exinde numerus datus per aliam lineam exprimatur, per presens Problema auxilio Scalæ Geometricæ, Radix quadrata extrahi potest (§. 74 *Arithm.*).

SCHOLION II.

160. *Eodem prorsus modo per Problema* 46 (§. 151). *Regula trium in lineis absolvi potest.*

PROBLEMA LI.

Tab. VI. Fig. 109.

161. *Data chorda alicujus arcus AB una cum ejus altitudine DF, invenire diametrum ED & per consequens centrum Circuli C.*

RESOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

1. Quæratur ad FD & FB tertia pro-

proportionalis (§. 85 *Arithm.*), ut habeatur E F (§. 158).

2. Ad F E si addatur altitudo arcus D F, habetur diameter E D, quæ

3. Bifariam secetur, ut habeatur radius E C & per consequens centrum C.

E. gr. Sit D F 8′3″ F B 1°6′6″

83 — 166 — 166

166	1	
996	22	
996	366	
166	27556	
27556	8333	
	88	
		332″ EF
		83 DF
		415″ ED
		2)2075‴ EC

SCHOLION.

162. *Hoc Problema in Architectura civili usum habet, cum aperturæ januarum & fenestrarum arcubus includendæ.*

PROBLEMA LII.

163. Data chorda alicujus arcus A B & ejus altitudine D F, invenire Aream segmenti A D B F A.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo diameter DE (§. 161).

2. Deſcribatur Circulus & in eo applicetur chorda AB.

3. Ope Tranſportatoris menſuretur angulus ACB (§. 43.)

4. Tum Inveſtigetur Area Sectoris ACBDA (§. 137). &

5. Ex data chorda AB & differentia FC inter altitudinem arcus DF & radium DC, Area Trianguli ACB (§. 122).

6. Tandem Triangulum ACB ex Sectore ACBDA ſubtrahatur, reſiduum erit ſegmentum ADBFA.

Ex gr. Sit AB 600‴, DF 80‴; erit DE 1205‴, arcus AB 60°, Ergo Area Sectoris ACBDA 189630‴. Jam cum FC 522‴, AF 300‴; erit △ ACB 156600‴, conſequenter Segmentum AFBDA 33030‴.

PROBLEMA LIII.

Tab. V. Fig. 94. 164. *Scalam Geometricam conſtruere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta AE, & in eam transferantur partes 10 æquales arbitrariæ magnitudinis ex A in B, & ulterius intervallum AB, quoties libuerit.

2. In A excitetur perpendicularis AC arbitrariæ longitudinis in partes 10 æquales divisa (§. 70).

3. Per singula divisionum puncta agantur parallelæ cum AE (§. 67). &

4. In ultimam CD transferantur partes 10 partibus ipsius AB æquales.

5. Superius 10 & inferius 9, superius 9 & inferius 8, superius 8 & inferius 7, superius 7 & inferius 6 &c. rectis connectantur.

Dico, si AB fuerit decempeda, fore partes B 1, 1. 2, 2. 3 &c. pedes: contra 9. 9 digitum unum, 8. 8 digitos duos, 7. 7 tres, 6. 6 quatuor &c.

DEMONSTRATIO.

Quoniam 10 pedes conficiunt decempedam (§. 9), evidens est, quod partes in recta AB sint pedes. Esse vero 9. 9 digitum unum, 8. 8 duos, 7. 7 tres &c. demonstratur ita. Quia 9. 9 est parallela ipsi C 9, erit ut A 9 ad AC, ita 9. 9 ad C 9 (§. 149). Quare cum sit A 9 $= \frac{1}{10}$ AC, erit 9. 9 $= \frac{1}{10}$ C 9, adeoque digitus (§. 9) &c. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

165. Quod si ergo circinus collocetur in tertia vel septima linea & aperiatur eo usque, donec rectam infra ex pede quinto ductam attingat; habentur 5 pedes & insuper 3 vel 7 digiti, & sic porro.

PROBLEMA LIV.

Tab. V. Fig. 96.

166. *Metiri distantiam duorum locorum A & B, ex eodem tertio D accessorum.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. In menſula Geometrica in D horizontaliter collocata aſſumatur punctum *c*.

2. Ex hoc puncto collimetur per Dioptras verſus A, ducaturque recta *ca*.

3. Similiter collineetur verſus B, ducaturque recta *cb*.

4. Menſurentur decempeda lineæ *c*A & *c*B, quæ

5. Ex Scala Geometrica (§. 164) transferantur ex *c* in *a* & *b*.

6. Tandem ſuper eadem Scala menſuretur linea *ab*, quæ indicabit diſtantiam quæſitam AB.

DEMONSTRATIO.

Quia angulus *c* utrique Triangulo *acb* & A*c*B communis, & latera, quæ eum intercipiunt, proportionalia ſunt; inferre licet, ut *ca* ad *c*A ita *ab* ad AB (§. 152). Sed *ca* totidem continet partes Scalæ ſeu menſuræ

suræ minoris quot *c* A majoris: ergo etiam *ab* totidem mensuræ minoris partes continebit, quot partes A B continebat majoris mensuræ, qua in Campo usus es. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Collocato Instrumento Goniometrico in D, mensuretur angulus A *c* B (§. 43).

2. Mensurentur quoque lineæ *c* A & *c* B (§. 44).

3. Ope transportatoris & Scalæ Geometricæ construatur Triangulum *acb* (§. 58).

4. Super Scala Geometrica (164) mensuretur linea *ab*: ita innotescet, quot decempedas, pedes atque digitos A B contineat.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum proxima præcedente.

PROBLEMA LV.

Tab. V. Fig. 96.

167. Invenire distantiam duorum loco-

locorum A & B quorum tantum unus A accessibilis est,

RESOLUTIO.

1. Mensula Goniometrica in statione ad arbitrium electa C collocata, per Dioptras collineetur ex puncto *c* ad utrumque locum A & B.

2. Quæratur distantia stationis C à loco accesso A.

3. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur ex *c* in *a*.

4. Transferatur mensula in A ita ut punctum *a* ipsi A immineat & per Dioptras regulæ ad *a c* applicatæ baculus in C defixus conspiciatur.

5. Mox per illas collineetur ex *a* in B ducaturque recta *ab*.

6. Denique in Scala Geometrica (§. 164), capiatur intervallum ipsius *ab*: ita distantia quæsita AB innotescet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *c* = C & *a* = A;

 erit

erit *ac* ad A C ut *ab* ad A B (§. 148). Sed linea *ac* totidem continet partes Scalæ Geometricæ, seu mensuræ minoris quot linea A C mensuræ majoris: ergo etiam *ab* totidem partes Scalæ Geometricæ, seu mensuræ minoris continere debet, quot A B mensuræ majoris continet. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Instrumento Goniometrico mensurentur, anguli C & A (§. 43), itemque longitudo ipsius A C (§. 44).

2. Construatur ex his datis ope Transportatoris & Scalæ Geometricæ Triangulum *acb* (§. 60).

3, Secundum Scalam Geometricam mensuretur linea *ab* & innotescet distantia quæsita A B.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, cum proxime præcedente.

PRO-

PROBLEMA LVI.

168. *Metiri diſtantiam duorum locorum innacceſſorum AB.*

Tab. V. Fig. 97.

RESOLUTIO.

1. Duabus ſtationibus in C & D electis in prima C collocetur menſula, in altera defigatur baculus.

2. Ex puncto *c* per Dioptras collineetur ad baculum D, itemque ad B & A, eoque verſus ducantur ſuper menſula rectæ.

3. Menſuretur diſtantia ſtationum CD (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur in menſulam ex *c* in *d*.

4. Baculo in C defixo menſula ita collocetur in D, quo punctum *d* ipſi D imineat, collimantique per Dioptras regulæ ad *cd* applicatæ, baculus in C occurrat.

5. Collimetur porro ex *d* ad A & B, ducanturque ſuper menſula rectæ *da* & *db*.

6. Tandem ſuper Scala Geome-

trica (§. 164) mensuretur *ab*, hoc modo innotescet distantia quæsita AB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *d* utrique Triangulo *dcb* & DCB communis, & angulus *c* angulo C æqualis; erit *cd* ad CD ut *bc* ad BC (§. 148). Rursus quia per eandem rationem Triangulum *acd* Triangulo ACD simile; erit *cd* ad CD ut *ac* ad AC (§. 148); consequenter etiam *bc* ad BC ut *ac* ad AC (§. 57 *Arithm.*). Jam cum præterea angulus *acb* angulo ACB æqualis sit, erit *ab* ad AB ut *ac* ad AC (§. 152), vel *cd* ad CD (§. 57 *Arithm.*). Quoniam vero totidem partes respondent rectæ *dc* in Scala Geometrica, quot rectæ DC in mensura majore: ipsi quoque *ab* totidem respondere debent partes, in Scala Geometrica, quot ipsi AB in mensura majore, qua in Campo usus es. *Q. E. D.*

RESO-

RESOLUTIO ALIA.

1. Ex prima ſtatione C menſurentur anguli x & y, & ex ſtatione D anguli z & w (§. 43) quorum ſummæ dant angulos ACD & BDC.

Tab. VI. *Fig.* 98.

2. Menſuretur porro diſtantia ſtationum CD (§. 44): quæ

3. Juxta Scalam Geometricam transferatur in chartam, & ope angulorum x & $z + w$ conſtruatur Triangulum BCD, & ope angulorum z & $x + y$ alterum ACD (§. 60).

4. Tandem in Scala Geometrica metire lineam AB, ita innoteſcet diſtantia quæſita.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum proxime præcedente.

SCHOLION.

169. *Simili methodo reperiuntur diſtantiæ plurium locorum ſimul, ſi nimirum ex duabus Stationibus ad ſingula collimetur.*

PROBLEMA LVII.

Tab. V. Fig. 99.

170. *Altitudinem accessam AB metiri.*

RESOLUTIO.

1. Statione in D electa mensula verticaliter erigatur, ita ut latus ipsius inferius sit horizonti parallelum: id quod haud dificulter obtinetur ope perpendiculi.

2. Regula cum Dioptris ad illam horizontaliter applicata collimetur versus locum, cujus altitudo quaeritur, ducaturque recta *c* E.

3. Circa punctum *c* vertatur regula donec oculo per Dioptras transpicienti apex altitudinis A occurrat, ducaturque in mensula recta *c b*.

4. Mensuretur distantia stationis ab altitudine C *c* (§. 44) &

5. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur in mensulam ex *c* in E.

6. In E erigatur perpendiculum E *b* (§. 70), quod

7. Ad

7. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicatum, partem altitudinis AC manifestat.

8. Huic addatur altitudo BC, Summa eſt altitudo quæſita AB.

DEMONSTRATIO.

Angulus *c* eſt utrique Triangulo E*cb* & C*c*A communis: anguli ad E & C ſunt recti: adeoque erit *c*E ad *c*C ut *b*E ad AC (§. 148.). Sed E*c* totidem continet partes Scalæ Geometricæ quot *c*C menſuræ majoris. Ergo etiam E*b* totidem partes Scalæ Geometricæ quot AC majoris menſuræ, qua in campo uſus es, contineat neceſſe eſt. *Q.E.D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Menſuretur angulus E (§. 43) & diſtantia ſtationum AD vel CE (§. 44.)

TAB. VI. *Fig.* 100.

2. Conſtruatur ex his datis Triangulum rectangulum *ebc* (§. 60).

3. Menſuretur altitudo *bc* ſuper

Scala Geometrica, & prodit altitudo BC.

4. Huic addatur altitudo instrumenti, summa est altitudo AB.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum præcedente.

SCHOLION.

171. *In omnibus his, resolutionibus supponitur linea AD horizontalis: Stante enim Instrumento in altiore vel humiliore loco, quam est altitudo BA sita; consultum est, ut angulus CEA, quoque mensuretur, & Triangulum CEA juxta Scalam in Charta construatur.*

PROBLEMA LVIII.

Tab. VI. Fig. 101.

172. *Altitudinem innaccessam AB metiri.*

RESOLUTIO.

1. Duabus Stationibus in D & E electis collineetur ut in Problemate præ-

præcedente, ad apicem A & punctum C, in statione prima D.

2. Mensuretur distantia stationum ED (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex puncto *f*, quod ipsi D imminere debet, in *e*.

3. Translata mensula in E, ita ut punctum *e* ipsi E immineat collineetur sicut ante ad baculum in D defixum & apicem A.

4. Ubi recta *ca* rectam *fa* intersecat, demittatur *ac* ad *fc* perpendicularis (§. 69), quæ

5. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicata dabit altitudinem AC.

6. Huic addatur altitudo BC, summa est altitudo desiderata AB.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

RESOLUTIO ALIA.

Mensuretur in statione D angulus

Tab. VI. Fig. 101. 102.

f & in altera E angulus *e* (§. 43), & distantia stationum E D (§. 44), hæc

2. Transferatur in chartam juxta Schalam Geometricam (§. 164).

Tab. VI. Fig. 102. 3. In ea ope angulorum *e* & *f* construatur triangulum *fea* (§. 60).

4. Demittatur ex *a* in basin *fe* continuatam in *c*, perpendicularis *ac* (§. 69).

5. Tandem super Scala Geometrica (§. 164) mensuretur *ac*, eique addatur altitudo Instrumenti, quo quantitas angulorum explorata fuit, vel observentur, quæ (§. 171) dicta sunt: ita prodibit altitudo quæsita A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA LIX.

Tab. V. Fig. 103. 173. *Figuræ quævis rectilineæ ABC D E quæ permeari potest Ichnographiam perficere.*

RE-

RESOLUTIO.

Mensurentur longitudines singulorum laterum AB, BC, CD, DE, EA; itemque diagonalium AC & AD; quo facto figura juxta Scalam Geometricam (§. 164) in charta delineari potest (§. 111).

DEMONSTRATIO.

Ichnographice Figuram descripturus parvam Figuram ita describere debet, ut ejus singuli anguli sint æquales singulis angulis Figuræ majoris, & latera inter se ut latera hujus. Quod si ergo pro quovis latere Triangulorum ABC, ACD, ADE, super Scala tot partes assumantur, quot in solo cuivis lateri respondent, erunt latera Figuræ parvæ, inter se ut latera figuræ magnæ. Existentibus enim AB e. gr. 6 & BC 7 in solo, erit etiam in charta AB 6, & BC 7: consequenter erit AB ad BC utrinque ut 6 ad 7: anguli igitur Figuræ parvæ æquales

sunt

ſunt angulis Figuræ magnæ (§. 148). Quoniam vero anguli Figuræ, cum angulis Triangulorum coincidunt, oportet ut ſinguli anguli Figuræ parvæ æquales ſint ſingulis angulis Figuræ magnæ. Q. E. D.

ALITER.

Tab. VI. Fig. 104.

1. Menſula intra Figuram poſita eligatur punctum F.

2. Ex F collineetur in baculos, in ſingulis Figuræ angulis A, B, C, D, E defixos, ducanturque rectæ F*a*, F*b*, F*c*, F*d*, F*e*.

3. Menſurentur lineæ FA, FB, FC, FD, FE, (§. 44).

4. Inde determinentur lineæ F*a*, F*b*, F*c*, F*d*, F*e* juxta Scalam (164).

5 Tandem ducantur rectæ *ab*, *bc*, *cd*, *ed* & *ea*; ita Figura quæſita terminabitur.

DEMONSTRATIO.

In Triangulo *a*F*b* eſt F*a* ad F*b* ut FA ad FB in Triangulo AFB, &

& angulus F est utrique Triangulo communis: ergo est quoque F*b*, ad FB ut *ba* ad BA (§. 152). Eodem modo ostenditur esse F*b* ad FB ut *bc* ad BC; consequenter etiam *ba* ad *bc* ut BA ad BC (§. 57 *Arithm.*). Est vero etiam angulus ABC æqualis angulo *abc* (§. 152). Quare cum eadem ratione demonstretur esse reliquos angulos *c*, *d*, *e*, *a* æquales angulis C, D, E, A atque reliqua latera inter se ut latera CD, DE, EA; patet, Ichnographiam Figuræ majoris esse perfectam. *Q. E. D.*

ALITER.

1. Ex F mensurentur anguli AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 43). Item Lineæ FA, FB, FC, FD & FE (§. 44).

2. Transferantur anguli in chartam (§. 48) itemque lineæ juxta Scalam Geometricam (§. 164).

3. Ducantur rectæ *ab*, *bc*, *cd*, *ed*, & *ea*; ita Figura desiderata terminabitur.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ proxime præcedens.

PROBLEMA LX.

Tab. VI. Fig. 105. 174. *Ichnographiam figuræ ABCDE perficere quæ ex duabus Stationibus A & B tota videri potest.*

RESOLUTIO.

1. Posita mensula in A, collimetur ad omnes figuræ angulos B, C, D & E, ducanturque rectæ versus eos ex puncto A.

2. Mensuretur distantia stationum AB (§. 44) & in mensulam ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex A in *b*.

3. Mensula ex A transferatur in B, ita ut punctum *b* ipsi B respondeat collimantique per Dioptras regulæ ad lineam *b* A applicatæ baculus in A defixus occurrat, tum

4. Collimetur ex puncto B versus sin-

ſingulos figuræ angulos, & verſus eos rectæ ducantur, quæ priores in *e*, *d*, *c* interſecant.

5. Tandem ducantur rectæ *ed*, *dc*, quo facto Ichnographia erit perfecta.

DEMONSTRATIO.

Eadem fere eſt, quæ Problematis 56 (§. 168).

ALITER.

1. Ex A menſurentur anguli CAB, DAC, EAD, itemque ex B anguli EBA, DBE, CBD (§. 43), ut & ſtationum diſtantia AB (§. 44).

2. In charta deſignetur linea *ab*, & in eam transferatur ex Scala Geometrica (§. 164) longitudo Lineæ AB.

3. In *bac*, *cad*, *dae* transferantur anguli CAB, DAC & EAD: in *abe*, *ebd*, *dbc* autem anguli ABE, EBD, DBC (§. 48).

4. Tandem puncta *a*, *e*, *d*, *c*, *b* rectis

rectis connectantur: quo facto Figuræ propositæ, Ichnographia erit absoluta.

DEMONSTRATIO.

Coincidit denuo cum demonstratione Problematis 56 (§. 168).

PROBLEMA LXI.

175. *Ichnographiam Figuræ ABCDE perficere, quam totam circumire licet.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. *Fig.* 105.

1. Mensula in A collocata collimetur in baculos in B & E defixos, ut angulus B A E seu *b a e* in eadem designari possit.

2. Mensuretur utraque recta A B & A E (§. 44) atque juxta Scalam transferantur in mensulam ex *a* in *b* & *e* (§. 164).

3. Mensula in B transferatur ita ut punctum *b* puncto B congruat, exinde

exinde retro collimetur in A ut & in C, quo angulus BCA in mensula designari possit.

4. Mensuretur Linea BC (§. 44) & transferatur in mensulam ex *b* in *c* (§. 164).

5. Hoc modo totam Figuram circumeundo, Ichnographia tandem absolvetur.

DEMONSTRATIO.

Singuli enim anguli Figuræ minoris, sunt æquales singulis angulis Figuræ majoris, & latera illius sunt inter se ut latera hujus: Figura igitur minor est majori similis (§. 147). *Q. E. D.*

ALITER.

Mensurentur omnia latera (§. 44) & tot anguli, quot sunt latera, demtis tribus (§. 43). His enim datis Ichnographia absolvi potest (§. 112).

PRO-

PROBLEMA LXII.

176. *Cujuscunque Campi vel agri Aream invenire.*

RESOLUTIO.

1. Perficiatur primo ejus Ichnographia juxta Problemata præcedentia. Postea

2. Quæratur Area figuræ juxta Problema 35 (§. 123).

DEFINITIO XV.

Tab. VI. Fig. 110. 177. Si semicirculus x circa diametrum AB gyretur; Sphæra generatur.

COROLLARIUM.

178. Omnia ergo puncta in superficie Sphæræ æqualiter à centro distant (§. 13).

DEFINITIO XVI.

Tab. VI. Fig. 111. 179. Si Figura rectilinea ABC juxta ductum lineæ rectæ AD motu

tu ſibi ſemper parallelo ſurſum vel deorſum feratur, *Priſma* deſcribit. Sed ſi Circulus *x* juxta ductum lineæ rectæ FG eodem modo ſurſum vel deorſum feratur, vel Rectangulum ABCD aut Quadratum circa altitudinem ſuam BC gyretur, *Cylindrus* generatur.

Fig. 112. 113.

COROLLARIUM I.

180. Quodlibet adeo Priſma habet duas baſes æquales & circum circa terminatur tot Parallelogrammis, quot latera baſis habet.

COROLLARIUM II.

181. In Cylindro & Priſmate, omnes ſectiones, baſi parallelæ ſunt inter ſe æquales.

DEFINITIO XVII.

182. Si rectangulum ABCD juxta rectam AE pari modo feratur; *Parallelepipedum* deſcribitur: ſi Quadratum O juxta rectam HI lateri ejus

Tab. VII. Fig. 114.

Fig. 115.

æqualem, deorsum feratur; *Cubus* generatur.

COROLLARIUM I.

183. Terminatur adeo Parallelepipedum sex rectangulis, quorum bina opposita inter se æqualia sunt. Et sectiones basi parallelæ sunt inter se æquales.

COROLLARIUM II.

184. Cubus terminatur sex Quadratis inter se æqualibus.

DEFINITIO XVIII.

Tab. VII. Fig. 116. 185. Si Triangulum rectangulum ABC circa latus unum AB gyretur, *Conus* generatur.

COROLLARIUM.

186. Omnes sectiones basi Coni parallelæ, Circuli sunt, tanto tamen minores, quo vertici A propiores.

DEFINITIO XIX.

Tab. VII. Fig. 117. 187. Si recta AD in puncto D fixa,

fixa, circa integram peripheriam Figuræ rectilineæ ABC, altera sua extremitate A convertatur, oritur Pyramis. Si figura ABC fuerit Circulus, emergit *Conus*. *Fig.* 116.

COROLLARIUM.

188. Pyramis pro basi figuram rectilineam habet, & terminatur circum circa tot triangulis, cum verticibus in uno puncto D coeuntibus, quot basis latera habet.

DEFINITIO XX.

189. *Corpus regulare* vel *ordinatum* est solidum æqualibus planis regularibus ejusdem speciei terminatum, cujus anguli solidi omnes inter se æquales sunt: reliqua corpora dicuntur *irregularia* vel *inordinata*.

DEFINITIO XXI.

190. Præter *Cubum* (§. 182) sunt adhuc quatuor alia Corpora regularia nimirum *Tetraëdrum*, quod quatuor; *octaëdrum*, quod octo; *Icosaë-drum* TAB. VII. *Fig.* 118. *Fig.* 119. 120.

drum quod viginti Triangulis æquilateris includitur; & *Dodecaëdrum* quod duodecim Pentagonis regularibus continetur.

Fig. 121.

PROBLEMA LXIII.

191. *Soliditatem ac ſuperficiem Cubi determinare.*

RESOLUTIO.

Menſura ſolidorum eſt pertica cubica, hoc eſt, Cubus perticam longus, & perticam latus. Hæc dividitur in pedes, digitos &c. cubicos. Illi ſunt Cubi, quorum latus pedem; hi Cubi, quorum latus digitum æquat.

Soliditatem adeo Cubi determinaturus.

1. Metitor latus Cubi, ducitoque in ſe ipſum; factum eſt baſis (§. 114. 184).

2. Idem factum porro ducito in latus, prodibit ſoliditas Cubi.

3. Contra ſi baſin per 6 multipli-

plicet, reperiet ſuperficiem integri Cubi (§. 184).

EXEMPLUM.

```
Latus    34'
         34                Baſis  1156'
        136                         34
       102                        4624
Baſis  1156                      3468
          6  Soliditas Cubi     39304'
Superficies 6936'
  Cubi
```

DEMONSTRATIO.

Si latus Cubi in partes quotcunque æquales diviſum concipiatur, evidens eſt tot proditura Cuborum minorum ſtrata quot altitudo habet partes, & in quolibet ſtrato tot fore Cubos minores quot Quadrata in baſi reperiuntur.

TAB. VII. *Fig.* 122.

Ex quo patet multiplicando baſin per altitudinem, proditurum numerum Cuborum minorum quos major continet. Q. E. D.

COROLLARIUM.

192. Quod si latus Cubi fuerit 10, erit Soliditas 1000. Quare si latus fuerit perticæ unius, sive 10 pedum, 1000 pedes cubici in majore cubo continentur. Adeoque pertica cubica 1000 pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus, 1000 lineas cubicas continet.

THEOREMA XXVII.

193. *Parallelepipeda, Prismata, & Cylindri, quorum bases & altitudines æquantur æqualia sunt.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Parallelepipedum, Prisma & Cylindrus in discos crassitiei quantumlibet exiguæ secari cogitentur: non solum disci erunt inter se æquales (§. 181. 183); verum etiam si duo corpora eandem altitudinem habent, tot disci ex uno prodibunt, quot ex altero. Adeoque hæc Corpora spatium æquale occupant. Q. E. D.

PRO-

PROBLEMA LXIV.

194. *Metiri Soliditatem ac superficiem Parallelepipedi.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicetur longitudo A B per latitudinem B C, ut habeatur basis A B C D (§. 117. 183). Tab. VII. *Fig.* 123.

2. Hæc si porro multiplicetur per altitudinem B F, prodibit Soliditas quæsita.

E. gr. Sit AB 36′ BC 15′ BF 12′

Longitudo AB	36	Basis ABCD	540
Latitudo BC	15	Altitudo BF	12
	180		1080
	36		54
Basis ABCD	540	Soliditas	6480

PRO SUPERFICIE.

1. Multiplicetur A B per B C, item A B per B F & B F per B C, ut habeantur quadrilatera B D, E B & B G (§. 117. 183).

2. Addantur hæc tria quadrilatera & summa multiplicetur per 2;

factum erit Superficies Parallelepipedi (§. 117. 183).

E. gr.

AB 36′	AB 36′	BC 15′
BC 15	BF 12	BF 12
180	72	30
36	36	15
□ DB 540′	□ BG 432′	□ BE 180′

□ DB 540′
□ BG 432
□ BE 180

1152′
2

2304′ Superficies Parallelepipedi.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis. (§. 191).

THEOREMA XXVIII.

195. *Planum diagonale DBFH dividet Parallelepipedum in duo Prismata, inter se æqualia.*

DEMONSTRATIO.

Tab. VII. *Fig.* 123.

Diagonalis DB dividit Parallelogrammum ABCD in duo Triangula æqualia (§. 102).

Sed

Sed cum Prismata ADBFGH & DBCEFH præter bases æquales, eandem quoque altitudinem DH habeant; ipsa quoque æqualia erunt (§. 193). *Q. E. D.*

PROBLEMA LXV.

196. *Metiri Soliditatem, ac Superficiem Prismatis.*

TAB. VII. *Fig.* 124.

RESOLUTIO.

1. Quæratur basis Prismatis (§. 117. 121. 122. 123. 124).

2, Inventa multiplicetur per altitudinem, prodibit Soliditas quæsita.

3. Peripheria baseos integra multiplicetur per eandem altitudinem; factum exprimet superficiem, seclusis basibus.

4. Quæ si addantur, habebitur superficies integra (§. 180).

E. Gr. Sit AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB 8′	ABC 24′
½ CD 3	AE 15
ABC 24′	120
	24
Soliditas Prismatis	360′

BC	91″
AB	80
AC	62
Peripheria	233″
AE	15.0
	11650
	233
Superf. absque basibus	34950″
ABC	2400
HEI	2400
Superf. integr.	39750″

DEMONSTRATIO.

Prisma Triangulare dimidium Parallelepipedi est, quod duplam basin, sed eandem altitudinem habet (§. 195). Quod si basis Parallelepipedi per altitudinem multiplicetur, prodit ejus Soliditas (§. 194). Ergo si dimidia Parallelepipedi basis, hoc est, basis

basis Prismatis Triangularis per altitudinem multiplicetur, Parallelepipedi dimidium, hoc est, Prismatis Soliditas habetur. Cum omnia Prismata reliqua in Triangularia resolvi possint, quæ de Triangularibus demonstravimus iis quoque conveniunt.

PROBLEMA LXVI.

197. *Data diametro & altitudine Cylindri invenire Soliditatem ac superficiem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur basis Cylindri (§. 134). quæ
2. Ducatur in altitudinem, quod prodit est Soliditas Cylindri quæsita.
3. E contra si Peripheria multiplicetur per eandem altitudinem, factum est superficies, seclusis basibus.
4. Quæ addantur, & prodibit tota superficies Cylindri quæsita.

E. gr.

TAB. VI. Fig. 113. E. gr. Sit Diameter 2 AB 560″, Altitudo BC 892″ erit.

Basis	246176″	Periph.	17584″
Altitudo BC	892	BC	8920
	492352		351680
	2215584		158256
	1969408		140672
Solid.	219588992″	Superf.	156849280″
Cylindri.		seclus. bas.	24617600
		Bases	24617600
		Superficies	206084480″

DEMONSTRATIO.

Quoniam Circulus est Poligonum regulare infinitorum laterum, Cylindrus considerari potest tanquam Prisma, infinitorum laterum. Proinde Soliditas ejus invenitur basi in altitudinem; Superficies vero peripheria baseos, in eandem altitudinem ducta (§. 196). Q. E. D.

THEOREMA XXIX.

198. *Pyramides & Coni super eadem*

dem basi, & ejusdem altitudinis sunt æquales.

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 223).

THEOREMA XXX.

199. *Quælibet Pyramis, est tertia pars Prismatis, super eadem basi & ejusdem altitudinis.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 224).

COROLLARIUM.

200. Cum itaque Conus, pro Pyramide infinitangula haberi possit; erit Conus tertia pars eandem Basin & eandem altitudinem habentis Cylindri.

PROBLEMA LXVII.

201. *Metiri Soliditatem Pyramidis & Coni.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur Soliditas Prismatis, vel Cylindri, eandem cum Pyramide vel Cono basin & altitudinem habentis. (§. 196. 197).

2. Inventa dividatur per 3: quotus erit soliditas Pyramidis vel Coni. (§. 199. 200).

VEL.

Multiplicetur basis utrinque per tertiam altitudinis partem.

E. Gr. Soliditas Prismatis (§. 196) est 360′. Soliditas ergo Pyramidis erit 120′. Soliditas Cylindri (§. 197) est 219° 588′ 992″. Soliditas itaque Coni erit 731 963 30 $\frac{2}{3}$″.

PROBLEMA LXVIII.

Tab. VII. Fig. 125.

202. *Invenire Soliditatem Coni truncati ABDC.*

RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut differentia AH Semi-

Semidiametrorum A G & C F ad altitudinem Coni truncati C H; ita semidiameter major A G ad altitudinem Coni integri E G (§. 149); invenietur per Regulam trium altitudo Coni integri E G (§. 85 *Arithm.*).

2. Ex hac & Diametro A B quæratur Soliditas Coni integri A E B (§. 201).

3. Altitudo Coni truncati F G ab altitudine integri E G subducatur, ut relinquatur altitudo ablati E F.

4. Ex hac, & Diametro C D quæratur Soliditas Coni E C D (§. 201).

5. Tandem Conus minor ECD à majore A E B auferatur, residua erit Soliditas truncati A C D B.

E. gr. Sit AB 36′ CD 20′, F G = C H 12′; erit A G 18′, C F 10′ & A H 8′; ergo

AH : CH = A G : GE

8 : 12 = 18 :

4) 2 : 3 = 18 (§. 96 *Arithm.*)

2) 1 : 3 = 9

3

27 = GE

12 = GF

15 = FE

100 : 314 = 18 :
18
2512
314
56′ 5″ 2‴ Semiperiph. major
1 800 AG
4521 600
5652
101736″ Basis major
90 $\frac{1}{3}$ GE
9° 156′ 2 40″ Conus AEB

100 : 314 = 10
10
314″ Semiperiph. minor
100 CF
31400″ Basis minor
50 $\frac{1}{2}$ EF
1570000″ Soliditas Coni CED
9156240 Soliditas Coni AEB
7586240″ Soliditas Coni truncati ACDB.

THEOREMA XXXI.

203. *Sphæra æquatur $\frac{2}{3}$ Cylindri super æquali basi & ejusdem altitudinis.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 551).

THEOREMA XXXII.

204. *Cubus diametri est ad Sphæram propemodum ut* 300 *ad* 157.

DEMONSTRATIO.

Si diameter Sphæræ 100, Cubus ejus erit 1000 000 (§. 191): & Cylindrus eandem cum Sphæra basin & altitudinem habens, 785000 (§. 197). Consequenter Soliditas Sphæræ $523333\frac{1}{3}$ (§. 203). Est itaque Cubus diametri ad Sphæram ut 1000 000 ad $523333\frac{1}{3}$, hoc est multiplicando utrinque per 3, ut 3000 000 ad 1570000 (§. 58 *Arithm.*) vel dividendo porro per 10000, ut 300 ad 157 (§. 59 *Arithm.*).

SCHOLION.

205. *Dico Cubum Diametri esse ad Sphæram* propemodum *ut* 300 *ad* 157. *In de-*

monstratione enim assumitur ratio prope vera diametri ad peripheriam 100 : 314 (§. 129).

THEOREMA XXXIII.

206. *Superficies Sphæræ est quadrupla Circuli maximi ejusdem Sphæræ.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 554).

COROLLARIUM.

207. Superficies ergo Sphæræ prodit peripheria in diametrum ducta. (§ 134).

PROBLEMA LXIX.

208. *Data Diametro Sphæræ invenire Superficiem ac Soliditatem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur peripheria Circuli maximi (§. 132).

2. Inventa ducatur in diametrum datam; factum est superficies Sphæræ (§. 207).

3. Hoc

3. Hæc si porro multiplicetur per sextam diametri partem vel per integram diametrum, & productum per 6 dividatur; prodibit Soliditas Sphæræ.

E. gr. Sit diameter 5600‴, erit peripheria Circuli maximi 17584‴

```
                    17584‴
         Diameter    5600
                  --------
                  10550400
                  87920
          ----------------
Superficies Sphæræ 984704″
         Diameter    560
          ----------------
                  59082240
                  4923520
          ----------------
                  551434240″

 55        4   {
 551434240     { 91905706 2/3″ Soliditas
 666666666     {               Sphæræ.
```

PROBLEMA LXX.

209. *Data diametro Sphæræ invenire Soliditatem ejus, alio adhuc modo.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur Cubus diametri (§. 191), vel excerpatur ex Tabulis Cuborum.

2. Inveniatur ad 300, 157 & Cubum inventum, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*), qui erit Soliditas Sphæræ (§. 204).

E. gr. Sit diameter Sphæræ 64″, erit Cubus ejus 262144″, consequenter

$$300 — 157 — 262144''$$

$$\begin{array}{r} 262144 \\ 157 \\ \hline 1835008 \\ 1310720 \\ 262144 \\ \hline 41156608 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12\ 222 \\ 41156608 \\ 33333300 \end{array} \Big\{ 137188\frac{208''}{300} \text{ Solid. Sphæræ}$$

THEOREMA XXXIV.

210. *Omnia Prismata, Parallelepipeda, Cylindri, Pyramides & Coni, si altitudines habeant æquales, sunt ut eorum bases, si vero bases æquales habeant, ut eorum altitudines.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Priſmata, Parallelepipeda & Cylindri ſunt ut facta ex baſibus in altitudines (§. 194. 196. 197), Pyramides vero & Coni, ut facta ex tertia altitudinum parte in baſes (§. 201): adeoque, ſi eorum altitudines fuerint æquales, ſunt ut baſes, ſi vero eorum baſes æquales fuerint, ut altitudines (§. 58 *Arithm.*). *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

211. Quoniam Cylindrorum baſes ſunt Circuli (§. 179), Circuli autem ut Quadrata diametrorum (§. 131); ergo & Cylindri æque alti, ſunt ut Quadrata diametrorum, vel peripheriarum baſium.

THEOREMA XXXV.

212. *Sphæræ ſunt ut Cubi diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum Sphæra una, ad

Cubum suæ diametri, ita altera ad Cubum suæ diametri (§. 204). Ergo erit etiam Sphæra una ad alteram, ut Cubus diametri unius ad Cubum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*) *Q. E. D.*

PROBLEMA LXXI.

213. *Virgulam Pithometricam construere, cujus ope haud difficulter invenitur numerus mensurarum fluidi alicujus e. gr. Cerevisiæ, Vini sublimati &c. in vase Cylindrico contenti, vel quot earum taleras capit.*

RESOLUTIO.

Tab. VII. *Fig.* 126.

1. Diameter AB, Vasis cylindrici unius mensuræ, jungatur Lineæ indefinitæ ad angulos rectos.

2. Ex A transferatur in 1 recta A 1, rectæ AB æqualis; erit B 1 diameter Vasis, quod duas mensuras capit, sed eandem cum vase priori altitudinem habet.

3. Fiat A 2 = B 1, erit B 2 diame-

meter Vasis tres mensuras capientis, sed ejusdem denuo altitudinis cum vase, quod non nisi unam capit. Eodem modo inveniuntur diametri Vasorum capaciorum A 4, A 5, A6, &c.

4. In unum Virgulæ latus, transferantur divisiones inventæ, A 1, A 2, A 3, A 4 &c. in alterum vero altitudo Cylindri uni mensuræ æqualis, quoties fieri potest. *Ita factum est, quod petebatur.*

DEMONSTRATIO.

Duo enim Cylindri eandem altitudinem habentes, & quidem altitudinem unius mensuræ, sunt inter se ut Quadrata diametrorum (§.211). Unde quadratum diametri Vasis, duas, tres, quatuor, &c. mensuras capientis, est duplum, triplum, quadruplum &c. quadrati diametri Vasis mensuram tantum unam capientis. Sed quadratum ipsius B 1 vel A 2 est duplum, quadratum ipsius B 2 vel A 3 triplum, quadra-

tum ipsius B 3 vel A 4 quadruplum &c. quadrati ipsius A B vel A 1 (§. 144). Quoniam vero A B vel A 1 diameter vasis est mensuram unam capientis, erit A 2 diameter Vasis duas, A 3 diameter Vasis tres, A 4 diameter Vasis quatuor &c. mensuras capientis. Quod si ergo unum Virgulæ latus, in quo hæ divisiones notatæ sunt, ad diametrum Vasis Cylindrici applices, illico constabit, quot mensuræ fundo insistere possunt. Jam si porro, ope alterius divisionis in altero Virgulæ latere factæ, longitudinem Vasis investiges; constabit, quot mensuræ sibi mutuo insistere possunt. Quare si diameter ducatur in altitudinem, prodibit numerus mensurarum, quas totum Vas capit. Beneficio itaque Virgulæ constructæ, invenitur capacitas Vasis Cylindrici, juxta mensuras, quibus ad fluida mensuranda utimur. *Q. E. D.*

SCHO-

SCHOLION.

214. *Sit e. gr. diameter Vasis cylindrici* 8, *altitudo* 12; *erit numerus mensurarum, quas capit* 96.

PROBLEMA LXXII.

215. *Invenire Capacitatem Dolii, hoc est, determinare numerum mensurarum, quas capit.*

RESOLUTIO.

1. Conveniente latere Virgulæ Pithometricæ metire longitudinem Dolii FE, & latere altero diametrum fundi AB, item diametrum Ventris, per orificium Dolii C.

Tab. VII *Fig.* 127.

2. Cum dolium in medio prope orificium Ventrem habeat, versus fundum autem utrinque depressum sit, habetur (consentiente experientia, tametsi Geometrice demonstrari nequeat) pro Cylindro cujus basis est Circulus, medius *Arithmetice* proportionalis, inter Circulum mi-

minorem fundi & majorem ventris. Addatur ergo diameter major CD & minor AB.

3. Semisumma multiplicetur per longitudinem Dolii, erit factum, *vi demonstrationis problematis præcedentis* (§. 213) numerus mensurarum, quas capit Dolium.

E. gr. Sit AB = 8
CD = 12
erit summa = 20
Semisumma = 10
FE = 15
Capacitas Dolii = 150 mensurarum.

SCHOLION.

216. *Notandum est methodum justam ac facilem fluida in Dolis non plenis, juxta longitudinem jacentibus, mensurandi, hactenus desiderari: si vero erigantur, atque altitudo vini pro longitudine Dolii assumatur, per Problema præsens, quot mensuras contineat, inveniri poterit.*

PROBLEMA LXXIII.

Tab. VII. Fig. 128.

217. *Corporis irregularis cujuscunque Soliditatem invenire.*

RESOL-

RESOLUTIO.

1. Indatur corpus Parallelepipedo cavo, ſuperfundatur aqua aut arena, illaque exacte complanata ejus altitudo AB notetur.

2. Corpore extracto obſervetur denuo aquæ aut arenæ rurſus complanatæ altitudo AC: ita innoteſcit BC.

3. Quoniam Corpus irregulare æquatur Parallelepipedo DFCGE, menſuretur ejus Longitudo FC & latitudo CG, & quæratur Soliditas ejus (§. 194).

E. gr. Sit AB 8′, AC 5′; erit BC 3′. Sit porro FC 12′, CG 4′: erit Soliditas corporis 144′.

SCHOLION.

218. *Quod ſi corpus in iſtiuſmodi Vas commode deponi nequeat, e. gr. Si ſtatua immobilis menſuranda eſſet; Parallelepipedo aut Priſmate quadrangulari circumdari & ſpatium vacuum arena expleri poterit; reliqua peragendo ut ante.*

PRO-

PROBLEMA LXXIV.

219. *Retia describere, ex quibus rite inter se complicatis, corpora Geometrica componi possunt.*

RESOLUTIO.

Tab. VIII. Fig. 129.

1. Construatur Triangulum æquilaterum ABC (§. 53): latera bifariam secentur in D, E & F, ducanturque rectæ DE, EF & FD: & Rete *Tetraëdri* perfectum erit.

Tab. VIII. Fig. 130.

2. Quod si latus AC prolongetur in G, BC in H, & ED in L, donec CG = DC, CH = FC, DI = IL = ED; rectas GL, CI & IH ducere licet, & Rete *Octaëdri* perfectum erit (§. 190).

Tab. VIII. Fig. 131.

3. In rectam AB latus Cubi AI quater transferatur; ita ut sit AI = IL = LN = NB, & construatur Rectangulum ACDB eo modo, ut sit AC = AI (§. 99). Ducantur rectæ IK, LM, NO cum AC parallelæ, producanturque IK & LM utrinque

que in E & F, G & H, donec EI = IK = KF & GL = LM = MH; ita Rete *Hexaëdri* vel *Cubi* determinatur. (§. 182).

4. Describatur Pentagonum regulare ABCDE (§. 107); applicetur regula ad D & B, ducaturque recta BL; eademque pariter applicata ad D & A, ducatur recta AG: fiat AG = AB = BL & intervallo AB ex G & L intersectio in Q; ita Pentagonum ABLQG determinatur. Eodem modo si annectantur reliqua Pentagona BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, item reliqua sex *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, rete *Dodecaëdri* (§. 190) perfectum erit.

Tab. VIII. *Fig.* 132.

5. Describatur Triangulum æquilaterum ACB (§. 53); recta AB prolongetur in D, & in eam transferatur adhuc quater; agatur CE ipsi AD parallela, (§. 67) & fiat CI = IK = KL = LM = ME = AB; producatur AC in N, donec fiat CN = AC; applicetur regula ad B & I, F & K, G & L, H & M,

Tab. VIII. *Fig.* 133.

& M, D & E, ducanturque rectæ YO, SP, TQ, VR & XE; eadem porro applicata ad D & M, H & L, G & K, F & I, B & C agantur rectæ DQ, XP, VO, TN, SC; tandem fiat MR = ME & BY = BA, & ducantur rectæ RE & AY. Figura descripta est Rete *Icosaëdri* (§. 190).

Tab. VIII. *Fig.* 134. 6. In rectam BD transferatur ex B in H latitudo, ex H in I longitudo, ex I in K iterum latitudo, & ex K in D, longitudo Parallelepipedi; in B erigatur normaliter altitudo Parallelepipedi BA, & compleatur Rectangulum BACD (§. 99). Ducantur EH, FI, GK ipsi AB parallelæ (§. 67), & producatur EH utrinque in L & N, item FI in M & O, donec LE, MF, IO & NH, latitudini Parallelepipedi æquales fiant: ita Rete *Parallelepipedi* determinatur (§. 182).

Tab. VIII. *Fig.* 135. 7. In rectam CF transferantur latera basis Prismatis, CG, GH & HF; describatur rectangulum CAEF, cujus

cujus altitudo CA altitudini Priſmatis æqualis eſt (§. 99). Super BD & GH, lateribus AB & DE, CG & HF, conſtruantur △△BKD & GIH (§. 55): ita Rete *Priſmatis* factum erit (§. 179). Quod ſi baſis fuerit Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum, &c; ſuper BD & GH, Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum &c. deſcribitur.

Tab. VIII. *Fig.* 136.

8. Ex A latere Pyramidis AE deſcribatur arcus EB; ei applicentur latera baſis, ED, DC, CB, & ducantur rectæ AE, AD, AC, AB. Tandem ſuper DC deſcribatur baſis Pyramidis; ita Rete *Pyramidis* perfectum erit (§. 187).

Fig. 137

9. Pro Rete *Cylindri* deſcribatur rectangulum (§. 99), cujus altitudo BC altitudini Cylindri, longitudo CF peripheriæ æqualis eſt (§. 132); prolongetur BC in A & D, donec BA & CD diametro fiant æquales, & deſcribantur Circuli, baſes Cydri. *Ita factum eſt, quod petebatur.*

SCHO-

SCHOLION.

220. *Ut Corpora ex Retibus conglutinari queant, relinquuntur margines dum exscinduntur, quemadmodum per lineas punctatas Fig. 129. indicavimus. Hic labor Tironibus conducit, ad corpora Geometrica distincte concipienda.*

ELEMENTORUM GEOMETRIÆ
FINIS.



ELE-



ELEMENTA TRIGONOMETRIÆ

DEFINITIO I.

1. TRIGONOMETRIA, eſt ſçientia ex datis tribus Trianguli rectilinei partibus, quarum ſaltem una latus eſt, inveniendi tres reliquas; Ex. gr. ex duobus lateribus AB & AC, atque angulo uno C, duos angulos reliquos A & B, cum latere BC.

Tab. Trigon. *Fig.* 1.

DEFINITIO II.

2. Dimidia chorda AD arcus AB, dicitur ſinus arcus AE, item-

Fig. 2.

que arcus AI, qui arcuum AEB & AIB semisses sunt.

COROLLARIUM I.

Fig. 2. 3. Sinus ergo cujusvis arcus AD, ad radium circuli EC perpendicularis est (§. 95 *Geom.*): consequenter sinus diversorum arcuum sunt inter se paralleli. (§. 75 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

Fig. 2. 4. Quoniam arcus AE, anguli ACE mensura est, & arcus AI mensura anguli ACI (§. 16 *Geom.*), & AD eorundem angulorum sinus erit.

COROLLARIUM III.

Fig. 2. 5. Duo igitur anguli deinceps, seu super eadem recta EI juxta se positi, eundem sinum habent.

DEFINITIO III.

Fig. 2. 6. Recta EF, in extremitate radii EC perpendiculariter erecta, arcus AE, consequenter etiam anguli ECA, *Tangens* dicitur; FC autem ejusdem & arcus & anguli *Secans*.

DE-

DEFINITIO IV.

7. Contra ED ejus *Sinus versus*, & AG (= DC) ſinus arcus AH, cum arcu EA 90 gradus efficientis, dicitur *Sinus complementi*, ſive *Coſinus*: hujus Tangens HL, *Tangens complementi* ſive *Cotangens*; ſimiliter ſecans CL, *Secans complementi* vel *Coſecans* ejuſdem arcus EA, vel anguli ECA. *Fig.* 2.

DEFINITIO V.

8. Radius denique EC vel HC, vocatur *Sinus totus*. *Fig.* 2.

COROLLARIUM.

9. Quoniam radius HC eſt ſinus quadrantis EH: ſinus totus anguli recti ſinus eſt. (§. 37 *Geom.*). *Fig.* 2.

THEOREMA I.

10. Sinus arcuum ſimilium BC & EF ad radios ſuos AB & ED eandem rationem habent. *Fig.* 3.

DEMONSTRATIO.

Si arcus BG & EH fuerint similes, uterque eundem habet graduum numerum, consequenter anguli A & D æquales sunt (§. 35 *Geom.*). Sed anguli C & F sunt recti (§. 3). Ergo radius AB ad sinum BC est, ut radius ED ad sinum EF (§. 148 *Geom.*). Q. E. D.

SCHOLION I.

11. *Hinc sinui toti cujusvis circuli vulgo tribuuntur* 10000000 *partes, & ope Geometriæ supputatur, quot horum partium Sinui & Tangenti cujusvis gradus, immo cujusvis quoque minuti per integrum quadrantem cedant.* Hoc modo Tabulæ Sinuum & Tangentium *conditæ fuerunt, quibus in Trigonometria indigemus: quemadmodum* in Elementis *fusius ostenditur.*

SCHOLION II.

12. *Quoniam Sinus & Tangentes sunt numeri prolixi, qui multiplicationem & divisionem in Trigonometria permolestas reddunt; ideo* Johannes Neperus *in Scotia Baro &*

post

post eum Henricus Briggius *Anglus certos numeros excogitarunt, qui loco vulgarium, non sine insigni calculi compendio possunt adhiberi; quia multiplicationem in additionem, & divisionem in subtractionem convertunt. Dicuntur* Logarithmi *& non solum pro omnibus Sinibus & Tangentibus; verum etiam, pro numeris naturalibus ab* 1 *usque ad* 1000, *nonnunquam ultra, in Tabulis Sinuum & Tangentium vulgaribus extant. De his igitur agendum est antequam* ad Problemata Trigonometrica accedamus.

DEFINITIO VI.

13. Si duæ numerorum Series, altera in Geometrica, altera in Arithmetica Proportione progrediuntur; posteriores *Logarithmi* dicuntur priorum.

SCHOLION I.

14. *Sint duæ series numerorum.*

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

quorum illi in Geometrica, hi in Arithmetica Proportione progrediuntur, erit 0 *Logarithmus unitatis:* 1 *Logarithmus binarij* 2: 2 *Logarithmus quaternarii* 4: 7 *Logarithmus* 128 *&c.*

SCHOLION II.

15. *Si Logarithmus unitatis est 0, erit Logarithmus facti, æqualis aggregato ex Logarithmis factorum.* E. gr. 3. *summa logarithmorum* 1 & 2 *est logarithmus producti* 8 *ex* 2 *in* 4. *Rursus* 7 *summa logarithmorum* 2 & 5, *item* 4 & 3, *est logarithmus producti* 128 *ex* 4 *in* 32, *item ex* 8 *in* 16. *Hinc logarithmus quadrati, æqualis est duplo logarithmi radicis.* E. gr. 4 *Logarithmus numeri quadrati* 16 *est duplus logarithmi* 2 *radicis* 4; & 6 *Logarithmus numeri quadrati* 64 *est duplus logarithmi* 3 *radicis* 8. *Et vicissim dimidium logarithmi numeri alicujus est logarithmus radicis quadratæ ejusdem numeri. Sic dimidium logarithmi* 8 *est logarithmus radicis* 16, *numeri quadrati* 256. *Similiter logarithmus Cubi, est triplus logarithmi radicis. Sic* 9 *logarithmus numeri cubici* 512 *est triplus logarithmi* 3 *radicis* 8; *ac proinde logarithmus radicis cubicæ pars tertia logarithmi numeri cubici.* Ex. gr. 2 *logarithmus numeri* 4 *est pars tertia logarithmi* 6 *numeri cubici* 64.

SCHOLION III.

16. *Si Logarithmus unitatis est* 0; *erit logarithmus quoti æqualis differentiæ logarithmorum divisoris & dividendi. Et logarithmus fra-*

fractionis invenitur, si logarithmus numeratoris subtrahatur a logarithmo denominatoris & residuo præfigatur signum subtractionis —. Sic 2 differentia inter 5 & 7 est logarithmus quoti 4 ex 128 per 32. Similiter 5 differentia inter 3 & 8 est logarithmus quoti 32 ex 256 per 8. Ast —1 differentia inter 0 & 1 est logarithmus fractionis $\frac{1}{2}$.

SCHOLION IV.

17. *Hinc liquet, quomodo ope logarithmorum multiplicatio in additionem, divisio in subtractionem, extractio radicis quadratæ, in bipartitionem & extractio radicis cubicæ, in tripartitionem convertatur.*

SCHOLION V.

18. Pro logarithmis
Numerorum 1. 10. 100. 1000. 10000 *assumyerunt Tabularum conditores,* 0. 00 000 000, 1. 00 000 000, 2. 00 000 000, 3. 00 000 000, 4. 00 000 000 *hincque laboriosissimo modo, omnium numerorum logarithmos ab* 1 *usque ad* 10000 *immo postea usque ad* 100000 *deduxerunt, quemadmodum in Elementis docetur. Inde porro logarithmos Sinuum & Tangentium determinarunt, ut ibidem videre est. Methodum utendi logarithmis sequentia problemata declarabunt.*

THEOREMA II.

Fig. 4. 19. *In omni Triangulo ABC latera ſunt ut ſinus oppoſitorum angulorum.*

DEMONSTRATIO.

Si concipiatur Triangulum ABC Circulo inſcriptum, quod ſemper fieri poteſt (§. 97 *Geom.*), dimidius arcus AB menſura anguli C erit (§. 84 *Geom.*), adeoque dimidium latus AB ſinus ejuſdem (§. 2). Pariter dimidius arcus AC, eſt menſura anguli B, ac proinde dimidium latus AC, ſinus anguli B. Ergo ut latus AB, ad ſinum ſibi oppoſiti anguli C, ita latus AC, ad ſinum ſibi oppoſiti anguli B, (§. 59 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA I.

Fig. 4. 20. *Datis duobus angulis A & C, una cum latere AB; invenire latus BC.*

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19).

Ut ſinus anguli C
ad latus ſibi oppoſitum AB
Ita ſinus anguli A
ad latus ſibi oppoſitum BC

E. gr. Sit C = 48° 35′, A = 57° 29′, AB = 74′: per logarithmos ita operamur:

Log. Sin C. - - - - 9 .8750142
Log. AB - - - - - 1 .8692417 }
Log. Sin. A - - - - 9 .9259487 }

Summa 11 .7951804

Log. BC - - - - - - 1 .9201662, cui in Tabulis proxime reſpondent 83′.

SCHOLION I.

21. *Quod ſi* 83 *pedibus non contentus, etiam digitos deſideres, evolve eundem logarithmum* BC, *ſub Characteriſtica* 2 *poſt* 830: & *Logar.* 832 *quam proxime ad eum accedere deprehendes, adeoque præter* 83 *pedes adhuc* 2 *digitos eſſe. Si porro lineas deſideres, quære eundem logarithmum denuo ſub characteriſtica* 3 *poſt* 8320 & ipſi quam proxime Logarithmum 8320 reſpondentem reperies; proinde fore latus B C, 8°, 3′, 2″, 1‴. Hoc pacto ſemper ratio inſtituenda eſt, quando Loga-

rithmus sub sua characteristica, non accuratus reperitur.

SCHOLION II.

22. *Quoniam Resolutio Problematis per Regulam trium peragitur (§. 85 Arithm.) ideoque sinus A per latus AB multiplicari & productum per sinum anguli C dividi deberet; liquet, logarithmum lateris AB ad logarithmum sinus A addendum & à summa logarithmum sinus C subtrahendum esse (§. 15. 16).*

PROBLEMA II.

Fig. 4. 23. ***Datis lateribus AB & BC una cum angulo C uni eorum opposito invenire angulos reliquos.***

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19):
Ut latus unum AB
ad sinum anguli dati sibi oppositi C;
Ita latus alterum BC
ad sinum anguli quæsiti, sibi oppositi A

E. gr.

E. gr. Sit AB = 82', BC = 75', C = 64° 33'.

Calculum ita inſtitues

Logar. AB - - - - 1. 9138138
Logar. Sin C - - - 9. 9556688
Logar. BC - - - - 1. 8750613

Summa 11. 8307301

Log. Sin A - - - 9. 9169163, cui in Tabulis proxime reſpondent 55° 40'

SCHOLION I.

24. *Quod ſi 55° 40' ſatis non habes, poteris inſuper Secunda hunc in modum reperire.*

A logarithmo invento.... 9. 9169. 163 ſubtrahatur in
Tabulis proxime minor... 9. 9168. 593
& notetur differentia prima 570
Similiter à proxime majore. 9. 9169. 455
Subtrahatur proxime minor. 9. 9168. 593
& notetur differentia altera 862
Inferatur: 862 dant 60'' quot dabunt 570
60
34200

862) 34200 (39''
2586
8340
7758
582

Quo facto obtinebis 39''. Eſt ergo angulus A 55° 40' 39''.

SCHO-

SCHOLION II.

25. *Datis duobus angulis A & C, tertius invenitur per Geometriam (§.77 Geom.): Ceu ex adjuncto apparet exemplo.*

C =	64°	33′	0″
A =	55	40	39
A + C	120	13	39
A + C + B	179	59	60
B	59	46	21

PROBLEMA III.

Fig. 5. 26. *Datis in Triangulo rectangulo duobus lateribus AB & BC angulum rectum B intercipientibus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

Assumto BC pro sinu toto, erit AB Tangens anguli C (§. 6). Inferatur ergo

Ut latus unum BC
ad alterum AB;
Ita sinus totus
ad Tangentem anguli C.

E. gr.

E. gr. Sit BC 79′; AB 54′; calculus talis erit.

Log. BC -------- 1.8976.271
Log. AB -------- 1.7323.938
Log. Sin.tot. --- 10.0000 000

Log. Tang. C. ---- 9.8347667, cui in Tabulis quam proxime respondent 34° 21′. Est ergo angulus C 34° 21′; angulus vero A 55° 39′ (§. 75 *Geom.*).

LEMMA.

27. *Si ad Semisummam duorum numerorum vel quantitatum addatur Semidifferentia, prodit numerus major: Si vero hæc ab illa subtrahatur, relinquitur numerus minor.*

DEMONSTRATIO.

Numerus major componitur ex minore & differentia, ergo summa componitur, ex minore bis sumto & differentia. Quare cum semisumma componatur ex minore & semidifferentia; prodit numerus major, si ad semisummam semi-

ſemidifferentia addatur, contra relinquitur minor, ſi ab illa ſubtrahatur. *Q. E. D.*

PROBLEMA IV.

Fig. 6.

28. *Datis duobus Trianguli lateribus* AC & CB *cum angulo intercepto* C, *invenire angulos reliquos.*

RESOLUTIO.

I. Inferatur:
Ut ſumma laterum AC & CB
ad differentiam eorumdem:
Ita Tangens ſemiſummæ angulorum quæſitorum A & B
ad Tangentem ſemidifferentiæ eorumdem

2. Addatur ſemidifferentia ad ſemiſummam; aggregatum erit angulus B, datorum laterum majori AC oppoſitus. Eadem à ſemiſumma ſubtrahatur, remanebit angulus A (§.27).

Ex. gr. ſit AC 75′, BC 58′, C 108°, 24′; calculus ita inſtituetur.

AC

AC	75°	AC	75′	A+B+C	179°	60′
BC	58	BC	58	C	108	24
AC+BC	133′	AC-BC	17′	A+B	71°	36′
				½(+AB)	35°	48′

Log. AC + BC . . . . 2 .1238516
Log. AC — BC . . . . 1 .2304489
Log. Tang. ½(A + B) 9 .8580694
Summa 11 .0885183

Log. Tang. ½(A—B) 8 .9646667, cui in Tabulis proxime respondent 5° 17′.

½(A + B)	35° 48′		½(A+B)	35° 48′
½(A — B)	5 17		½(A—B)	5 17
B	41° 5′		A	30° 31′

DEMONSTRATIO.

Latus AC prolongetur in D, donec CD = BC, & fiat CE = BC; erit DA summa, EA differentia laterum CB & CA, & angulus DBE rectus (§. 86 *Geom.*). Ducatur AG ipsi EB parallela; erit angulus G etiam rectus, & GAD = BED (§. 37. 72 *Geom.*); item GB tangens anguli GAB, & GD tangens anguli GAD (§. 6). Est vero DCB = CBA + CAB = CBE + CEB = 2 CEB (§.74.79 *Geom.*);

adeoque CEB itemque CAG semisumma angulorum quæsitorum CBA & CAB, consequenter BAG semidifferentia (§. 27). Ergo est ut DA summa laterum AC & CB, ad EA differentiam eorundem; ita DG tangens semisummæ angulorum quæsitorum, ad BG tangentem semidifferentiæ (§. 149 *Geom.*). Q.E.D.

PROBLEMA V.

29. *Datis tribus Trianguli lateribus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

1. Ex vertice anguli A, latere minimo AB, describatur circulus; erit ob AD = AB = AF (§. 27 *Geom.*) CD summa crurum AC & AB; CF vero differentia eorundem.

Fig. 7.

1. Inferatur: ut basis Trianguli BC ad summam crurum AB + AC; ita differentiá eorundem FC ad segmentum basis GC.

3. Sub-

3. Subtrahatur CG à basi BC, ut relinquatur BG.

4. Demittatur ex A perpendicularis AE ad chordam BG; erit BE = EG = ½ BG (§. 95 *Geom.*); adeoque datis in Triangulo rectangulo AEB lateribus AB & BE, inveniri possunt anguli A atque B, & in altero AEC, ex datis lateribus AC & CE, anguli C atque A (§. 23).

Ex. gr. Sit AB = 36′, AC = 45′, BC = 40′. Calculus ita subducitur:

AB = 36′ AC = 45′
AC = 45 AB = 36
AB+AC = 81 FC = 9

Log. BC ------ 1. 6020600
Log. AB+AC -- 1. 9084850
Log. FC ------ 0. 9542425
Summa 2. 8627275
Log. GC 1. 2606675, cui in Tabulis proxime respondent 18′. Quod si ulterius quæsiveris (§. 21) invenies tandem GC 1822‴

BC = 4000‴ EG = 1089‴
GC = 1822 GC = 1822
BG = 2178‴ EC = 2911‴
BE = 1089‴

Log. AB ------ 3. 5563025
Log. Sin.tot. --- 10.0000000 }
Log. EB ------- 3. 0370279 }
Log. Sin. A. 9. 4807254, ad quem in Tabulis quam proxime accedit Logarith. 17° 36′ adeoque angulus B, 72° 24′.

Log. AC ----- 3. 6532125
Log. Sin.tot. --- 10.0000000
Log. EC ------ 3. 4640422
Log. Sin. A ----- 9. 8108297, cui in

Tabulis quam proxime respondet logarith. 40° 19′; adeoque angulus C 49° 41′.

Est ergo in Triangulo ABC angulus A 57° 55′, B 72° 24′, & C 49° 41′

DEMONSTRATIO.

Nihil aliud demonstrandum est, quam CB esse ad CD, uti CF ad CG: fit modo sequente.

Quoniam anguli y vel GBD mensura, est arcus dimidius GFD, & anguli x mensura arcus dimidius GBD (§. 84 *Geom.*); erit $x + y = 180°$. Est vero etiam $x + o = 180°$ (§. 38 *Geom.*). Ergo $o = y$ (§. 25 *Arithm.*). Cum porro angulus C, sit utrique Triangulo CGF, & CBD com-

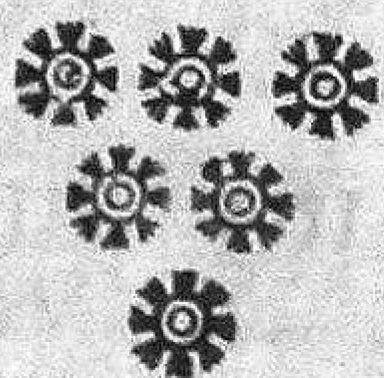
communis; erit CB : CD = CF : CG (§. 148 *Geom.*). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

30. *Quoniam BE & EC dantur in lineis, etiam in calculo loco 36 pro AB 3600''', & loco 45 pro AC, 4500''' assumere oportuit.*

SCHOLION II.

31. *Paucis adhuc usum Trigonometriæ in resolvendis quibusdam Problematibus Geometricis ostendemus.*



APPENDIX

PROBLEMA I.

32. *Invenire altitudinem e. gr. Turris ex assumta statione E accessibilis.*

RESOLUTIO.

Fig. 8.

1. Mensuretur angulus ADC (§. 43 *Geom.*) & recta BE vel DC (§. 44 *Geom.*).

2. Innotescet etiam angulus A, quia angulus C rectus est (§. 75 *Geom.*).

3. Quo dato inveniatur linea AC (§. 20).

4. Addatur altitudo instrumenti DE = BC (quia rectæ CD & BE sunt parallelæ, & CB & ED ad BE perpendiculares); prodibit altitudo AB. Quod si BE non fuerit horizontalis, portio BC seorsim mensuranda foret (§. 171 *Geom.*).

PRO-

PROBLEMA II.

33. *Metiri altitudinem innaccessam AB.*

RESOLUTIO.

1. Elige duas stationes in E & G, eo majore intervallo distantes, quo mons vel turris dimetienda altior est, hinc metire angulos ADC & AFC (§. 43 *Geom.*), insuper distantiarum GE vel DF longitudinem (§. 44 *Geom.*). *Fig. 9.*

2. Ab angulo AFC subtrahatur angulus ADF; remanebit angulus FAD (§. 74).

3. Jam ex notis in Triangulo AFD, angulis & latere FD, quæratur latus AF, &

4. Ex datis in Triangulo rectangulo angulo F & latere AF latus AC (§. 20).

5. Tandem addatur ad altitudinem AC, altitudo instrumenti DE, vel si BG altitudini Instrumenti

non fuerit æqualis, inveniatur porro FC, tandemque BC, in Triangulo FBC (§. 20): ita prodibit altitudo quæsita AB.

PROBLEMA III.

34. *Ex duabus fenestris E & F in diversis ædificii contignationibus, metiri altitudinem, cujus cacumen A, ex ambabus fenestris conspici potest.*

RESOLUTIO.

1. Ope ponderis, ex funiculo suspensi, mensuretur altitudo fenestræ superioris supra inferiorem EF, & inferioris supra terram FG, atque ex fenestris, quantitas angulorum AEC & AFD (§. 43 *Geom.*).

Fig. 10.

2. Addatur angulus AEC ad 90°; & exsurget angulus AEF; subtrahatur à 90° angulus AFD, residuum erit angulus AFE.

3. Addantur anguli AEF & AFE, & summa auferatur, ex 180°; remanebit angulus EAF (§. 77. *Geom.*).

4. In-

4. Inveniatur in Triangulo AEF, latus AF, & porro

5. In Triangulo AFD latus AD (§. 20).

6. Tandem huic addatur altitudo fenestræ ſupra terram; vel ſi GB non fuerit horizontalis, inveniatur porro DF, & dein ope anguli explorati DFB (§. 43 *Geom.*), ſeorſim DB (§. 20) ita prodibit altitudo AB.

PROBLEMA IV.

35. *Metiri diſtantiam duorum locorum AB, quorum uterque, ex eodem tertio C acceſſibilis eſt.* Fig. 11.

RESOLUTIO.

1. Menſuretur angulus C (§. 43 *Geom.*) nec non lineæ AC & CB (§. 44 *Geom.*).

2. Ex his cognitis angulus A (§. 28) & hinc porro diſtantia quæſita AB (§. 20), reperiri poterit.

PROBLEMA V.

Fig. 12. 36. *Invenire distantiam duorum locorum, quorum tantum unus B ex statione in C assumta accessibilis e. gr. latitudinem fluminis.*

RESOLUTIO.

1. Mensurentur anguli B & C (§. 43 *Geom.*), itemque linea BC (§. 44 *Geom.*).

2. Et inveniri poterit distantia quæsita AB (§. 20).

PROBLEMA VI.

37. *Invenire distantiam duorum locorum innaccessorum AB.*

RESOLUTIO.

Fig. 13. 1. Electis 3 stationibus D, C & E, in eadem recta, mensurentur anguli ADC, ACD, BCE & BEC (§. 43 *Geom.*), itemque lineæ DC & CE (§. 44 *Geom.*).

2. Sum-

2. Summa angulorum ADC & ACD, itemque ACD & BCE, nec non BCE, & BEC ſubtrahatur ex 180°; & relinquitur in caſu primo angulus DAC, in ſecundo angulus ACB & in tertio angulus CBE (§. 77. 38 *Geom.*).

3. Inde inveniantur latera AC & BC (§. 20) & ſic porro.

4. Angulus CAB (§. 28), tandemque latus AB (§. 20).

PROBLEMA VII.

38. *Invenire rationem diametri ad peripheriam.*

RESOLUTIO.

1. Si radius circuli CD fuerit 10000000, erit Sinus AG æque ac Tangens ED, arcus unius minuti DA 2909 fere, adeoque arcus AD aliàs aliquanto major quam AG, & minor quam ED itidem 2909 fere eſſe debet. Multiplicentur 2909, per 21600, hoc eſt per nu- *Fig. 14.*

numerum minutorum in peripheria integra contentorum: productum erit 62834400; est ergo diameter ad peripheriam ut 20000000 ad 62834400 fere, id est (dividendo utrinque per 200000) ut 100 ad 314 (§. 59 *Arithm.*).

TRIGONOMETRIÆ.

FINIS.



ELE-



ELEMENTA MECHANICÆ.

DEFINITIO I.

1. MECHANICA est ſcientia, vel virium vel temporis compendio aliquid movendi; hoc eſt majorem vel celeriorem motum producendi, quam alias vis data, nudè applicata potis eſſet.

SCHOLION.

2. *Mechanica proprie de omnibus motus legibus tractat, quemadmodum eam nonnulli in ſcriptis ſuis Mechanicis definire velle videntur. Communiter tamen de Machinis tantum in Mechanica loquimur, quarum ope vis movens*

vens valentior efficitur, ut vel majorem movens valentior efficitur, ut vel majorem mo-

lem, quam alias movere, vel motum cele-

rius quam alias producere possit.

DEFINITIO II.

3. Quidquid motum producit *Vis* vocatur; quidquid vero movetur, vel motui resistit, *Moles* seu *Pondus* dicitur.

COROLLARIUM I.

4. Quamobrem res creatæ omnes, tam animæ, quam inanimæ, ad motum producendum adhiberi solitæ, viribus moventibus annummerantur: ut Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis, Pondera, Elatera.

COROLLARIUM II.

5. Quoniam Mechanica docet, quomodo motus compendiosus datâ vi produci queat, (§. 1), in eadem quoque doceri debet, quomodo Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis &c. ad compendiosos motus producendos adhiberi queant.

DEFINITIO II.

6. Si motus actualis consequitur, vis

vis *viva* dicitur: ſi autem pondus tantum ſuſtentatur, vis *mortua*, aut etiam *ſuſtentans* vocatur.

DEFINITIO IV.

7. Quidquid vim ad motum compendioſum producendum, efficacem ſeu potentem reddit, *Machina* audit.

DEEINITIO V.

8. *Vectis*, eſt linea recta, & rigida A B, tribus punctis diſtincta, quorum uni C innititur, alteri B vis, tertio A moles ſeu pondus applicatur.

Tab. I. *Fig.* 1.

SCHOLION I.

9. *In genere autem notandum eſt, in examinandis machinarum potentiis, ſeu virtutibus, non conſiderari materiam, ex qua conſtant, nec materiæ affectiones, nec varias figuras, quas propter ſingulares circumſtantias Machina accipit; ſed eorum tantum rationem haberi, quæ Machinæ eſſentiam abſolvunt, ut nempe conſtet, quæ Machinæ, qua tali conve-*

veniant; Quod si enim usu veniat, ut Materia, Figura, vel aliud quodcunque obstaculum impediat, quò minus effectus essentialis plene obtineri queat; hoc ex suis principiis seorsim determinandum est.

COROLLARIUM.

10. Ubicunque adeo in motu Machinæ, tria puncta concipere licet, circa quorum unum motus peragitur, alteri autem vis, tertio pondus applicatur; ibi vectis est.

SCHOLION II.

11. *His probe animadversis, non solùm de omnibus fere instrumentis, aliisque artis operibus recte judicari, sed etiam mirandorum animalium motuum, ratio reddi, & amborum potentia computari poterit. Hoc fundamento nituntur, quæ* Borellus *de motu animalium scripsit.*

DEFINITIO VI.

12. *Axis in peritrochio* est circulus AFDA, cylindro BIKB affixus, quo cum circa commune centrum C converti potest. Imo sufficit circulum concipi posse, qui describitur, dum cylindrus circa suum axem revolvitur.

Tab. I. *Fig.* 2.

CO-

COROLLARIUM.

13. Axi in peritrochio adeo locus est, quotiescunque concipere licet, circulum plano sectionis cylindri majorem describi, dum cylindrus circa suum axem convertitur: ex. gr. sensu mechanico, vulgares *Ergatæ* FGHI, ad axes in peritrochio referri debent, quia temo IH qui in motu cylindri circa suum axem FG protruditur, circulum describit (§. 11 *Geom.*).

Tab. I. *Fig.* 3.

SCHOLION.

14. *In praxi Rotæ diversimode construuntur, pro vis applicandæ conditione, vel pro constitutione partis cui motum communicare debent.*

DEFINITIO VII.

15. Rota quæ aliam partem circumagere debet, dentibus vel paxillis instruitur. Rota *stellata* vocatur, quæ illos superne in fronte gerit (AB *Fig.* 5). Rota vero *dentata* nuncupatur, quæ illos à latere prope peripheriam habet. (*Fig.* 4. AB)

Tab. I. *Fig.* 5. & 4.

DEFINITIO VIII.

16. *Tympanum* est rota, quam altera dentibus suis movet.

DEFINITIO IX.

Tab. I. Fig. 4.

17. Si ex duobus discis KL & MN Tympanum aptatur, bacillique rotundi loco dentium insiguntur, nomine *Curriculi* venit.

DEFINITIO X.

Tab. I. Fig. 6.

18. *Trochlea* vel *Orbis Polyspasti* est circulus vel orbis, qui circa suum centrum C volvitur, dum vis in D pondus E sursum trahit.

DEFINITIO XI.

Tab. I. Fig. 7.

19. Planum inclinatum AC est, quod cum linea horizontali efficit angulum obliquum ACB.

DEFINITIO XII.

Tab. I. Fig. 8.

20. Si hujusmodi planum, in super-

perficie Cylindri in orbem circumducitur, oritur *Cochlea*. Cochlea *mas*, vel simpliciter Cochlea appellatur, quæ suas helices, in superficie cylindri externa IK habet.

DEFINITIO XIII.

21. *Cochlea fœmina* LM dicitur, quæ suas helices in superficie interna Cylindri excavati habet.

TAB. I. Fig. 8.

DEFINITIO XIV.

22. Punctum C, circa quod Machina moveri potest, *Centrum motus*, vel etiam *Centrum quietis* vocatur.

TAB. I. Fig. 1.

DEFINITIO XV.

23. *Linea directionis* est linea recta, juxta quam vis aut moles vel actu movetur, vel moveretur, nisi motus impediretur. Ut si pondus O, filo in A abscisso, juxta lineam AO deorsum caderet, linea AO ejus linea directionis dicitur. Rursus si vis in H juxta lineam BH

TAB. I. Fig. 1.

trahat, erit pariter BH ejus linea directionis.

DEFINITIO XVI.

Tab. I. Fig. 1.

24. *Distantia à centro motus* est linea CD, ex centro motus C ad lineam directionis BH perpendiculariter ducta.

COROLLARIUM.

25. Quamobrem vis & moles maxime à centro motus distant, si sub angulo recto machinæ applicentur. Etenim si linea directionis BE cum machina AB angulum rectum constituit, distantia erit CB; sin vero angulum obliquum CBH, distantia erit CD. Sed in triangulo rectangulo CBD linea CB, major est linea CD (§. 144 *Geom.*).

DEFINITIO XVII.

26. *Centrum gravitatis* est punctum, quo corpus in duas partes æquiponderantes dividitur.

DEFI-

DEFINITIO XVIII.

27. *Centrum magnitudinis* est punctum, quo corpus in duas partes æquales dividitur.

DEFINITIO XIX.

28. *Linea horizontalis* est, cujus singula puncta à centro Telluris æque distant.

COROLLARIUM I.

29. Proprie linea horizontalis est arcus circuli ex centro Terræ descriptus (§. 13. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

30. Quoniam vero chordæ parvorum arcuum potissime in circulis majoribus cum arcubus fere coincidunt, vel non sensibiliter ab his differunt (126 *Geom.*); linea recta MP, quæ lineam horizontalem veram in loco dato C tangit, pro horizontali accipitur.

TAB. I. *Fig.* 9.

DEFINITIO XX.

Tab. I. Fig. 9. 31. *Linea horizontalis apparens* MP est, quæ veram in dato puncto C tangit.

DEFINITIO XXI.

32. *Gravitas* est vis, qua corpora versus Centrum Telluris pelluntur.

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 10. 33. *Corpus DE ita suspensum, ut linea AB, ex qua suspenditur, per centrum gravitatis transeat, quiescet. Similiter quiescet, si centro gravitatis innititur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim corpus centro gravitatis in duas partes æquiponderantes dividitur (§. 26.) pars E tantum premit deorsum ex uno latere, quantum pars D ex altero. Unde nulla adest ratio, cur potius pars D quam

quam pars F attollatur. Ergo neutra attollitur, adeoque grave quiescit. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

34. Ergo quicquid centrum gravitatis sustinet, pondus totius corporis sustinet.

COROLLARIUM II.

35. Hinc tota corporis gravitas, tanquam in centro gravitatis collecta concipi potest.

THEOREMA II.

36. *In corporibus homogeneis ejusdem ubique latitudinis & crassitiei, centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidit.*

DEMONSTRATIO.

In hoc enim casu nulla adest ratio, cur partes æque magnæ non sint æquiponderantes; sunt ergo æquiponderantes. Quare cum corpus centro magnitudinis in duas

partes æque magnas (§. 27.), centro vero gravitatis in duas partes æque graves (§. 26.) dividatur; centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidere debet. Q. E. D.

PROBLEMA I.

37. *Determinare centrum gravitatis in corpore quocunque.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 11.

Super fune extenſo aut acie priſmatis trigoni F G corpus datum H I huc illucque promoveatur, donec in æquilibrio permaneat; erit in linea K L, cui innititur, centrum gravitatis (§. 34).

2°. Quod ſi jam corpus eidem funi aut priſmati juxta aliam lineam M N imponatur, erit denuo in ea centrum gravitatis (§. cit.); conſequenter in puncto O, ubi ſe ambæ lineæ interſecant.

Subinde centrum gravitatis invenitur, ſi corpus ſuper cuſpide ſtyli ul-

ultro citroque promoveatur. E. gr. diſcus ſuper cuſpide furculæ.

THEOREMA III.

38. *Si linea directionis intra baſin cadit cui corpus innititur, immotum manet, & cadere nequit: quamprimum vero linea directionis extra baſin emovetur, in eam partem corpus ruet, in quam linea directionis à baſi recedit.*

DEMONSTRATIO.

Linea directionis eſt linea recta, juxta quam corpus in dato caſu vel actu movetur, vel moveretur, niſi impedimentum obſtaret, (§. 23). Jam ſi hæc intra baſin corporis cadit, corpus juxta hanc lineam moveri nequit, manebit igitur immotum: *Quod erat primum.*

Contra ſi linea directionis extra baſin corporis cadit, nihil impedit, quo minus juxta illam movea-

tur. Proinde necesse est, ut cadat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

39. Quo latior igitur basis est, cui corpus innititur, eo difficilius subverti potest; nam linea directionis per magnum intervallum moveri debet, antequam extra basin dimoveatur.

LEMMA.

TAB. I. *Fig.* 9.

40. *Recta MP circulum tangens in C efficit cum radio CL angulum rectum in puncto contactus C.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus radium CL non esse ad MP perpendicularem; ergo ex L duci poterit alia linea ad MP perpendicularis (§. 69 *Geom.*). Sit ea LP; quoniam angulus P est rectus, erit LC major quam LP (§. 144 *Geom.*). Est vero LC = LN (§. 27 *Geom.*), consequenter LN major quam

quam L P: quod cum ſit abſurdum, angulus ad C rectus eſt. Q. E. D.

THEOREMA IV.

41. *Linea directionis corporum gravium, ad lineam horizontalem apparentem eſt perpendicularis.*

DEMONSTRATIO.

Corpora gravia vi gravitatis verſus centrum Terræ tendunt (§. 32), adeoque eorum lineæ directionis cum radio Terræ CL coincidunt (§. 23. *Mech.* & §. 13 *Geom.*). Linea horizontalis apparens MP tangit peripheriam Terræ in C (§. 31). Ergo linea directionis gravium, cum linea horizontali apparente facit angulum rectum (§. 40), conſequenter ad hanc eſt perpendicularis (§. 18 *Geom.*). Q. E. D.

TAB. I. *Fig.* 9.

COROLLARIUM.

42. Quoniam tota corporis gravitas in centro gravitatis collecta eſt (§. 35); linea dire-

directionis gravium, ex centro gravitatis ad lineam horizontalem apparentem perpendiculariter ducenda est.

PROBLEMA II.

43. *Invenire, utrum corpus grave in dato situ à lapsu securum sit, nec ne.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur centrum gravitatis corporis gravis (§. 37).
2. Ex eo demittatur perpendicularis in lineam horizontalem apparentem (§. 69 *Geom.*).

Quod si perpendiculum intra basin corporis cadit, à lapsu securum est; si vero extra basin cadit, certo ruet in eam partem, versus quam perpendiculum cadit. Q. E. D.

DEMONSTRATIO.

Quoniam perpendiculum ex centro gravitatis, ad lineam horizontalem apparentem ductum fuit, erit illud

illud linea directionis corporis (§. 42). Quod si hæc intra basin corporis cadit, à lapsu securum est; sin minus, corpus in eam partem ruet, in quam cadit linea directionis (§. 38). Q. E. D.

SCHOLION.

44. *Per præsens Problema ratio inveniri potest omnium possibilium positurarum, & incessus & hominum & animalium explicari, quemadmodum* Borellus *in opere suo* de motu animalium. Part. I. Prop. 145. & seqq. *fecit.*

THEOREMA V.

45. *Si ex duabus extremitatibus A & C vectis ABC duo pondera G & F suspenduntur, quorum ea est ratio, quam habet distantia minoris F ad distantiam majoris G, gravia in æquilibrio sunt & neutrum potest alterum movere.*

TAB. II. Fig. 12.

DEMONSTRATIO.

Æquet ex. gr. F libram unam & G 3

G 3 libras]; ſint præterea ponderum lineæ directionum CF & AG, in C & A ad AC perpendiculares; erit BC diſtantia ponderis F, & AB diſtantia ponderis G (§. 24). Conſequenter ſecundum noſtram hypotheſin AB : BC = 1 : 3.

Quoniam gravitas corporum non mutatur quomodocunque varietur figura, cogitetur utrumque pondus in cylindros ejuſdem craſſitiei converti; ita ut ſemilibra longitudinem diſtantiæ minoris AB recipiat, ſic cylindrus IK, in quem minus pondus F converſum fuit, 2; alter vero HI, qui ex majori G provenit, 6 partes ipſi AB æquales continet. Quod ſi porro cogitetur lineam BC in D prolongari, uſque dum CD = AB, & contra AB in E uſque dum AE = BC, linea ED longitudini totius cylindri HK æqualis erit. Atqui linea ED in puncto B in duas partes æquales diviſa eſt: quandoquidem à B uſque ad E 4, & à B uſque ad D itidem 4 partes

tes sunt ipsi AB æquales. Cum cylindri HK centrum gravitatis in centro magnitudinis sit (§. 36); linea BM, ex qua suspenditur, per illius centrum gravitatis transit. Pendet igitur quietus (§. 33); adeoque neuter cylindrorum HI & IK, consequenter etiam neutrum æquipollentium ponderum G & F præponderabit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

46. Quocirca, si pondera F & G æqualia esse debent, necesse est, ut æquales quoque sint distantiæ AB & BC. Nam F: G = AB: BC. Ergo si F = G, erit quoque AB = BC (§. 53 *Arithm.*).

SCHOLION.

47. *Hoc unico Theoremate omnia nituntur, quæ in universa Mechanica demonstranda veniunt. Proinde ut familiare reddatur, necesse est; in hunc finem insuper ostendam juxta exemplum* Jungnickelii in Clave Mechanicæ, p. 107. 108. *qua ratione experimento comprobari possit.*

PRO-

PROBLEMA III.

48. *Legem Mechanicæ fundamentalem, vel Theorema præcedens experimento examinare.*

RESOLUTIO.

1. Elaborari curetur per ſcriniarium baculus priſmatico quadrangularis, cujus latitudo craſſitudinem excedere poteſt, ab eoque reſecari 8 ſegmenta ejuſdem longitudinis; præterea aliud duplæ, aliud triplæ, aliud quadruplæ longitudinis.

Tab. II. Fig. 13.

2. Segmentum longitudinis duplæ imponatur aciei priſmatis trigoni, deprehendes illud in æquilibrio permanſurum, ſi pars AC parti CB æqualis fuerit.

3. Quod ſi ſuper eodem priſmate collocetur ſegmentum triplæ longitudinis DE, ita ut FD duas partes, & EF unam accipiat, ipſi FE 3 ſegmenta ſimplicis longitudinis ſuper imponenda erunt, antequam DE ad æquilibrium reducatur.

4. Si-

4. Similiter ſi aciei priſmatis imponatur ſegmentum longitudinis quadruplæ GH, ita ut GI tres partes, HI unam habeat, ipſi HI 8 alia ſuperimponenda erunt, antequam GH in æquilibrio ſuſtineatur.

Dico hæc conſona eſſe legi fundamentali, quæ in theoremate præcedente demonſtrata fuit.

DEMONSTRATIO.

Etenim ſupponere licet partes ſegmentorum AC & CB, DF & FE, GI & IH omni prorſus gravitate carere, & ejus loco in ipſarum centris gravitatum quæ in medium incidunt (§. 36.) pondera appenſa eſſe gravitati partium & ſegmentorum ipſis ſuperimpoſitorum ſimul æqualia (§. 35). Quoniam vero ſegmenta librata horizonti ſunt parallela; erunt lineæ directionum ponderum, ad lineas AB, DE & HG perpendiculares (§. 41.), horumque diſtantiæ à centro motus,

dimidiis lineis AC & CB, DF & FE, GI & IH æquales. Quare cum gravitates partium æquiponderantium eam habeant rationem, quam distantiæ inverse sumtæ, ita ut e. gr. posito IG 3 librarum, & IH unà cum segmentis superimpositis 9 librarum, IH sit 1 & IG 3; clare patet hoc experimento theorema præcedens confirmari. Q. E. D.

DEFINITIO XXII.

49. *Libra* est instrumentum, quo cujusvis corporis gravitas explorari potest.

PROBLEMA IV.

50. *Justam libram construere.*

Tab. I. *Fig.* 14.

RESOLUTIO.

1. Jugum AB bifariam dividatur in C, fiantque tum brachia AC & CB, tum lances D & E, ejusdem prorsus ponderis.

2. In

2. In C excitetur perpendiculariter lingula CK, fiatque jugum AB intra trutinam HI mobile;

Quod si lingula suspensa libra ex trutina HI, intra eandem abscondatur, corpora lancibus imposita sunt æque gravia.

DEMONSTRATIO.

Si libra ex I suspendatur; erit trutina HI ad lineam horizontalem perpendicularis (§. 41). Proinde quando lingua CK intra eam absconditur, cum ea sit ad jugum AB perpendicularis, jugum AB erit horizonti parallelum. Cum vero lineæ directionum ponderum in D & E, cum brachiis AC & CB angulos rectos constituant (§. 41.) eorum distantiæ brachiis AC & CB æquales sunt (§. 24). Quoniam vero AC = CB; pondera utrinque in D & E suspensa, etiam æqualia sunt (§. 46). Q. E. D.

COROLLARIUM.

51. Quocirca si brachia AC & CB sunt inæqualia, libra dolosa est.

PROBLEMA V.

52. *Libram examinare, utrum justa sit nec ne.*

RESOLUTIO.

Permutentur lances aut pondera in iis æquilibrata. Quod si maneat æquilibrium, libra justa est; sin minus, dolosa.

DEMONSTRATIO.

Si libra dolosa est, brachia inæqualia sunt (§. 51.); adeoque lanx ex majori brachio suspensa levior altera (§. 45). Quare si lancem leviorem è minori, graviorem è majori brachio suspendas, æquilibrium tollitur. Q. E. D.

DE-

DEFINITIO XXIII.

53. *Statera* est libra, qua ope unius ponderis, gravitas diversorum corporum explorari potest.

Tab. I. *Fig.* 15.

PROBLEMA VI.

54. *Stateram construere.*

RESOLUTIO.

1. Jugum MN dividatur in quotlibet partes æquales.

2. In extremitate primæ divisionis O erigatur perpendiculariter lingula OP, cum trutina eo modo, quo in libra vulgari (§. 50.) factum est.

3. Brachium minus OM oneretur, donec majori ON æquilibretur.

4. Ex brachio majori suspendatur pondus R quod pro lubitu huc illucque promoveri potest, quo facto statera erit constructa.

DEMONSTRATIO.

Quia inter brachia MO & NO æquilibrium eſt, idem eſt ac ſi prorſus gravitate carerent. Ergo pondus R in 1 cum una, in 2 cum duabus, in 3 cum tribus, in 4 cum quatuor &c. libris in M æquilibratur (§. 45). Proinde ope unici ponderis gravitas corporum admodum diverſæ gravitatis explorari poteſt, atque adeo MNO (§. 53) eſt ſtatera. Q. E. D.

SCHOLION.

55. *Tutius eſt, ut puncta* 1. 2. 3. 4. &c. *in brachio majori experientia determinentur, & tum non opus eſt, ut ad æquilibrium reducantur brachia, imprimis ſi onera ingentia ex. gr. currus fœno onuſti ponderandi; enim vero quo brachium majus gravius eſt minore, eo minori pondere magnum onus ponderari poteſt.*

PROBLEMA VII.

Tab. I. Fig. 1.

56. *Data gravitate vectis AB, diſtantia centri gravitatis CV, diſtantiis pon-*

ponderis AC, atque vis CB, unà cum pondere O, invenire magnitudinem vis mortuæ.

RESOLUTIO.

1. Concipiamus vectem gravitatis expertem, hujusque loco in ejus centro gravitatis V appensum pondus eidem æquale G (§. 35): reperietur pondus in A suspendendum, ut vectis in æquilibrio maneat. (§. 45.)

2. Pondus inventum subtrahatur à pondere dato, residuum erit pondus à vi in B sustentandum.

3. Quoniam vero illud ad vim mortuam in B applicandam se habet ut BC ad CA (§. 45.); hæc per regulam trium (§. 85 *Arithm.*) eruetur.

EXEMPLUM.

Sit CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 tb. O = 300 tb.

```
1—2—10          5—1—280
   10              5)25 (56 tb. vis.
  ————           ————
   20 tb             30
  300 pondus         30
  ————             ————
  280                 0
```

PROBLEMA VIII.

Tab. I. Fig. I.

57. *Data gravitate vectis AB, distantia centri gravitatis CV, distantiis vis BC atque ponderis CA, unà cum vi mortua invenire pondus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur ut in problemate præcedente pars ponderis, quam solus vectis sustentare valet.

2. Quæratur eadem ratione pars altera ponderis, quam vis in B applicata sustentare valet.

3. Partes sigillatim repertæ addantur: ita prodit pondus quæsitum.

EXEMPLUM.

Sit CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 ℔; vis mortua 56 ℔.

1—2—10
10
20 ponderis prima pars.

1—5—56
5
280 ponderis pars altera.
20 ——— prima.
300 pondus integrum.

PRO-

PROBLEMA IX.

58. *Datis gravitate vectis G, pondere O, vi mortua, longitudine ac centro gravitatis V vectis AB, invenire centrum gravitatis commune C, ubi sc. vectis fulcro imponendus, ut pondus à vi sustentari queat.*

TAB. I. Fig. 1.

RESOLUTIO.

1. Quæratur primò centrum gravitatis commune Z, vis mortuæ in B applicatæ & gravitatis vectis G, inferendo: ut summa ex vi mortua & gravitate vectis, ad gravitatem vectis, ita VB ad ZB, vel distantiam à centro gravitatis communi. (§. 45.)

2. Subtrahatur ZB ex AB, innotescet AZ;

3. Concipiatur in Z appensum pondus gravitati vectis G, & vi mortuæ in B junctim sumtis æquale (§. 35); invenietur ut ante linea CZ, consequenter punctum C, quod quærebatur.

EXEMPLUM.

Sit vis in B $=$ 56, gravitas vectis G $=$ 10, pondus O $=$ 300 ℔. AB $=$ 6, VB $=$ 3.

$$66 - 10 - 3$$

$$\frac{3}{30} \qquad \frac{30}{66}\left(0\,\frac{30}{66} = \frac{5}{11} = ZB.\right.$$

$$\frac{66}{11} = AB.$$

$$\frac{61}{11} = AZ.$$

$$366 - 66 - \frac{61}{11}$$

hoc est $61 - 11 - \frac{61}{11}$ (§. 59. 96 *Arithm.*)

$$\frac{11}{11}$$

$$\frac{61}{61}\left(1 = AC.\right.$$

THEOREMA VI.

TAB. I. Fig. 16.

59. *Si pondus in B inter centrum motus C & locum vis A applicatum est, pari modo vis mortua in A ad pondus in B eam rationem habebit, quam habet distantia ponderis CB ad distantiam vis CA.*

DEMONSTRATIO.

Producta CA in D, donec DC = CA, manifestum est vim in A tantum valere, quantum vis in D (§. 46.). Atqui si vis in D pondus in B sustinet, ad illud est, sicut BC ad CD, seu CA (§. 45.). Ergo necesse est, ut vis in A ad pondus in B sit, sicut BC ad CA. Q. E. D.

SCHOLION.

60. *Vectem hunc in posterum* vectem homodromum, *priorem vero* vectem heterodromum *vocabimus.*

PROBLEMA X.

61. *Datis gravitate E & centro gravitatis F vectis homodromi CA, pondere G, distantia ponderis CB, & vis mortuæ CA, invenire quantitatem vis mortuæ in A.*

TAB. I. Fig. 16.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Quæratur vis in A applicanda, vectem ſolum ſuſtentatura (§. 59.).

2. Quæratur porro vis in A requiſita ad pondus datum G ſolum ſuſtentandum (§. cit.).

3. Addantur vires ſigillatim repertæ in unam ſummam: ita prodit vis quæſita.

EXEMPLUM.

Sit CB = 1, CF = 3, CA = 6, G = 300 ℔. E = 10 ℔.

6 — 3 — 10
vel 2 1 10 (§. 95. 96. *Arithm.*)
1
~~10~~ (5 ℔. vis pars prima.
2

6 — 1 — 300
1
~~300~~ (50 ℔. vis pars altera.
~~66~~ 5 ℔. ——— prima.
55 ℔. vis integra.

SCHOLION.

62. *Qui problemata de vecte hucuſque tradita*

dita sibi familiaria reddit, & præterea meminit, quæ supra (§. 10.) *monuimus: is totum* Borelli *opus de motu animalium intelliget. Innummeros alios casus jam silentio transeo, in quibus hi calculi usui sunt. Etenim nullum fere datur instrumentum in artibus, nec ullus corporis motus in natura, quo applicari non possint.*

THEOREMA VII.

63. *Si vis vectem ex L in M deprimit, erit spatium quod vis percurrit, ad spatium per quod movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.*

Tab. II. *Fig.* 17. 18.

DEMONSTRATIO.

Dum enim vis per arcum LM se movet, pondus per arcum HN elevatur. Est ergo spatium ponderis ad spatium vis, ut arcus HN ad arcum LM, hoc est, ob angulos ad I æquales (§. 40. *Geom.*) ut HI ad IL; consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 45.). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Tab. II. *Fig.* 17. 18.

64. Si ex N ad HI demittatur perpendiculum NO, & ad IL ex M perpendiculum MR; erit NI ad NO, ut MI ad MR (§. 10 *Trigon.*); consequenter NI : MI = NO : MR (§. 83. *Arithm.*). Est ergo altitudo per quam pondus movetur, ad altitudinem per quam descendit vis, ut vis mortua ad pondus.

COROLLARIUM II.

65. Proinde tantundem virium requiritur ad movendas 3 libras per 1 pedem, quantum ad movendam eodem tempore 1 libram per 3 pedes.

COROLLARIUM III.

66. Quia celeritas motus ex spatio certo quodam tempore percurso æstimatur; erit etiam celeritas, qua vis se movet, ad celeritatem qua movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.

SCHOLION.

67. *Videmus itaque per vectem vim minime augeri, sed tantum aptam reddi, ut motum lentius quam aliàs producat. Motum igi-*

igitur acceleraturus, vim in H & pondus in L transferre debet: tum vis major est pondere, compendium vero temporis habetur.

THEOREMA VIII.

68. *Si linea directionis vis mortuæ cum radio rotæ AC, & linea directionis ponderis E cum radio cylindri CB angulum rectum efficit; vis mortua ad pondus est, ut radius cylindri CB ad radium rotæ AC.*

Tab. I. Fig. 2.

DEMONSTRATIO.

Vis pondus sustineret, etsi præter lineam AB nihil restaret. Quare cum centrum motus sit in C, in B pondus & in A vis mortua normaliter applicata; erit hæc ad illud ut CB ad CA (§. 10. 45.). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

69. Si linea directionis vis mortuæ FH cum radio rotæ FC angulum obliquum efficit; perinde est ac si esset applicata in G; erit ergo ad pondus ut CB ad CG.

CO-

COROLLARIUM II.

70. Si angulus GFC, quem vis cum radio rotæ conſtituit, & radius rotæ dantur, linea GC per *Trigonometriam* invenitur (§. 20. *Trigon.*).

COROLLARIUM III.

71. Vis eſt efficaciſſima, ſi ejus linea directionis cum radio rotæ angulum rectum efficit. (§. 25. 45.).

COROLLARIUM IV.

72. Quoniam ratione vis mortuæ, rota tanquam vectis conſiderari poteſt (§. 10.); omnia problemata de vecte, rotis applicari poſſunt.

PROBLEMA XI.

Tab. II. Fig. 19.

73. *Dato pondere C, una cum radiis axium BH, AD, EF, & rotarum BA, DE, FG, invenire vim mortuam in G applicandam.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo vis periphæriæ rotæ primæ applicanda, ut pondus C cylindro ejus BH appenſum ſuſtentare valeat. (§. 68.)

2. Hæc

2. Hæc vis ſpectetur tanquam pondus cylindro rotæ ſecundæ appenſum, indeque iterum determinetur (§. cit.) vis peripheriæ ejuſdem rotæ applicanda, ut illud, conſequenter etiam rotam cum pondere C detinere poſſit.

3. Hæc operatio continuetur, donec ad vim peripheriæ ultimæ applicandam ventum erit.

EXEMPLUM.

Sit C = 6000. ℔. BH = 6, AB = 34, AD = 5, DE = 35, EF = 4, FG = 27.

34 — 6 — 6000
vel 17 3 3
18000

1
17
1554
18000
17777
111

$1058\frac{14}{17}$ vel 1059 vis in A.

35 — 5 — 1059
7 1

3 2
1059
777

$151\frac{2}{7}$ vis in E.

27 — 4 — $151\frac{2}{7}$
4
$605\frac{1}{7}$

1
2
261
605
277
2

$22\frac{11}{27}$ vis in G.

SCHOLION.

74. *Si data vi quæratur pondus, non alia re opus est, quam ut à vi in G initium fiat, & pondus in E pro vi in E assumatur, &c.*

THEOREMA IX.

Tab. I. Fig. 2.

75. *Si ope axis in peritrochio vis movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Dum rota semel circumagitur, cylindrus IBK etiam semel circumvolvitur, (§. 12.); adeoque pondus E attollitur per tot pedes, quot continet peripheria cylindri. Ergo peripheria cylindri repræsentat spatium ponderis, & peripheria rotæ spatium vis. Est adeo illud ad hoc, ut peripheria cylindri ad peripheriam rotæ, vel (quod eodem recidit) ut radius cylindri CB ad radium rotæ CA, consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 68.). Q. E. D.

SCHOLION.

76. *Si plures rotæ se mutuo excipiunt, adver-*

vertendum est, quod eidem cylindro affixæ, eodem tempore in orbem redeant; minor vero, quæ majori occurrit vel à majore circumagitur, toties circumvolvatur, interea dum major semel circumvolvitur, quoties peripheria minoris in peripheria majoris continetur, seu, quod idem est, quoties numerus dentium majoris numerum dentium minoris complectitur.

PROBLEMA XII.

77. *Datis rationibus radiorum vel peripheriarum rotarum minorum, ad radios vel peripherias majorum, invenire conversiones, quas subit rota velocissime circumacta, eo tempore quo tardissime mota semel convertitur.*

TAB. II. Fig. 19.

RESOLUTIO.

1. Dividantur peripheriæ rotarum majorum per peripherias minorum.
2. Quoti ducantur in se invicem.

Factum erit numerus, qui indicat conversiones, quas subit rota G velocissime mota, eo tempore, quo tardissime mota A semel convertitur, (§. 76.)

EXEMPLUM.

Sit peripheria rotæ A 24, minoris D 12;

alterius rotæ majoris E 36, alterius minoris F 9.

$$\left.\begin{matrix}24\\12\end{matrix}\right\}2 \qquad \left.\begin{matrix}36\\9\end{matrix}\right\}\begin{matrix}4\\2\\\hline 8\end{matrix}$$

Rota igitur ultima G 8 conversiones subit, dum A semel circummeat.

SCHOLION.

78. *Peripheriæ quoque dantur per numeros dentium, quia dentes in rotis sibi mutuo occurrentibus æque magni sunt.*

PROBLEMA XIII.

79. *Datis revolutionibus rotæ velocissime circumactæ, dum tardissime mota semel circummeat; invenire numerum rotarum & numerum dentium in rotis atque tympanis, vel paxillorum in curriculis.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datarum revolutionum resolvatur in factores; hinc intelligetur, quot rotis dentatis & tympanis vel curriculis opus sit, tot sc. quot factores prodibunt.

2. Nu-

2. Numerus dentium in tympanis pro arbitrio assumtus ducatur sigillatim in singulos factores antea inventos; facta exhibebunt numeros dentium in rotis, quibus totidem tympana vel curriculi occurrunt. (§. 77. 78).

EXEMPLUM.

Rota velocissime mota 40 revolutiones absolvere debet, dum tardissime mota semel circumagitur. Quoniam 40 ex multiplicatione 5 in 8 oritur, intelligitur duabus opus esse rotis dentatis totidemque tympanis vel curriculis. Quod si curriculi habuerint bacillos 6; rota tardissime mota A habebit dentes 48, media E 30, ultima G, cui vis applicatur, nullis instruenda, figuram sortitura pro vis applicandæ conditione.

TAB. II. *Fig.* 19.

PROBLEMA XIV.

80. *Data vi, datoque pondere, invenire numerum rotarum & rationes radiorum illorum ad radios axium, seu rotarum minorum, eidem cylindro affixarum.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, ut conſtet, quoties hæc in illo contineatur.

2. Quotus diſcerpatur in factores. Numerus enim factorum indicat numerum rotarum; & diametri axium vel tympanorum aut curriculorum ſe habebunt ad diametros rotarum, eidem cylindro cum illis affixarum, ut unitas ad factores ſingulos (§. 73).

EXEMPLUM.

Sit pondus 30000 ℔ vis 60 ℔, erit quotus 500 ℔., qui reſolvitur in factores 4. 5. 5. 5. Quatuor igitur conſtrui poſſunt rotæ, in quarum una diameter axis eſt ad diametrum rotæ ut 1 ad 4, in reliquis ut 1 ad 5.

SCHOLION.

81. *Reſolutio numerorum in ſuos factores ab exercitio pendet. Commodiſſime vero inſtituitur, diviſionem numeri reſolvendi per numeros parvos tentando. Subinde non ſuccedit, ut numerus datus in puros integros reſolvi queat. Quo in caſu, vel tandem cum integris fractio eſt retinenda, vel, ſi res id per-*

permittit, numerus aliquantum est augendus, donec exacte dividi possit.

THEOREMA X.

82. *Si corpus D, super plano inclinato AC, sustinetur à vi K, cujus directio DK longitudini plani AC parallela: vis K ad corpus D est, ut altitudo plani AB ad longitudinem AC.*

Tab. I. Fig. 7.

DEMONSTRATIO.

Sit DH linea directionis ponderis D: tota ejus gravitas in unum punctum veluti in F collocata concipi potest (§. 23. 35.). Idcirco ponderis distantia à centro motus est EF, distantia vero vis est ED (§. 24). Verum cum DEF repræsentet vectem (§. 10.), cujus centrum motus in E; vis K in D est ad pondus D in F, ut EF ad ED (§. 45). Et quia anguli DEG & EFG sunt recti; nec non angulus EGF utrique triangulo EFG & DEG communis; erit quoque angulus EDF angulo FEG, consequenter angulus DEF angulo EGF æqualis (§. 78. *Geom.*); adeo-

que EF : ED = GF : EG (§. 148. *Geom.*). Rursus quia anguli ad G verticales æquales sunt (§. 40. *Geom.*) & anguli ad F & H recti; erit etiam GF : EG = GH : GC (§. 148 *Geom.*). Tandem quoniam GH : GC = AB : AC (§. 149. *Geom.*), atque adeo EF : ED = AB : AC (§. 57. *Arithm.*); AB est ad AC, ut vis mortua ad pondus. Q. E. D.

THEOREMA XI.

Tab. II. Fig. 20.

83. *Si pondus R, impositum plano inclinato LN, sustinetur à vi, cujus directio RI est parallela basi MN: vis ad pondus est, ut altitudo LM ad basin MN.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex demonstratione theorematis præcedentis (§. 82.) assumi posse, ac si in vecte TQS, vis in T, pondus in S applicatum esset: consequenter vis ad pondus est, ut QS ad TQ seu RS (§. 45). Quare cum in demonstratione modo memorata porro ostensum sit, triangula RQS, SQO,

SQO, OPN & LMN esse similia; erit QS : SR = SO : QS = OP : PN = LM : MN (§. 148. 149 *Geom.*) atque adeo vis ad pondus, ut LM ad MN. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

84. Proinde in cochlea, vis mortua est ad pondus vel resistentiam superandam (§. 3), sicut distantia helicum ad peripheriam cochleæ; Nam cochlea nil aliud est, quam planum inclinatum in superficie cylindri in orbem circumductum (§. 20). Vis autem juxta directionem basi parallelam movetur.

COROLLARIUM II.

85. Quamobrem cochleæ helicum angustiorum, plus efficaciæ habent, quam quæ instructæ sunt helicibus amplioribus, eadem cylindri manente crassitudine.

COROLLARIUM III.

86. Si pondus ex N usque in O movetur, ad altitudinem OP elevatum fuit, vis vero movetur per lineam PN. Est ergo spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam (§. 83).

TAB. II. *Fig.* 20.

COROLLARIUM IV.

87. Idem quoque locum obtinet in cochlea. Dum enim vis movetur per peripheriam cochleæ, pondus per distantiam heli-

cum deprimitur. Est adeo spatium ponderis ad spatium vis, ut distantia duarum helicum, ad peripheriam cochleæ, hoc est, ut vis mortua ad pondus (§. 84.)

PROBLEMA XV.

88. *Data vi, peripheria cochleæ & distantia helicum, determinare resistentiam, quam vis ope cochleæ superare valet.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad distantiam helicum, peripheriam cochleæ & vim, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). *Sic factum est, quod petebatur.*

EXEMPLUM.

Sit distantia helicum 3″, peripheria cochleæ 25″, vis 30 ℔.

3—25—30
1 10 10 (§. 59. *Arithm.*)
250 pondus

PROBLEMA XVI.

89. *Data vi, datoque pondere, cochleæ diametrum & distantiam helicum invenire.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, erit dis-

distantia helicum 1, & quotus peripheria cochleæ (§. 84).

2. Distantia helicum, pro circumstantiarum conditione assumta in digitis vel lineis, ducatur in quotum modo inventum, habetur peripheria cochleæ in digitis vel lineis (§. 85 *Arithm.*).

3. Indeque inveniatur diameter ejus (§. 133 *Geom.*).

EXEMPLUM.

Sit pondus 250 ℔. vis 30 ℔.

1
250 (8 1/3
30 |3''' distantia helicum.
25 peripheria cochleæ

314 — 100 — 25
100
30 2500
432
2500 (7 302/314 vel 7 151/157 diameter cochleæ.
314 314 157

COROLLARIUM.

90. Quod si peripheria cochleæ inventa 25''' in rectam BC transferatur, & in B perpendicularis erigatur AB (§. 70. *Geom.*) rectangulumque ABCD compleatur (§. 99. *Geom.*), in eam distantiæ helicum ex B versus

TAB. II. *Fig.* 21.

ſus A, & ex C verſus D toties transferantur, quot helices fieri debent, heliceſque B 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4. &c. ducantur; charta ADCB circa cylindrum, cujus peripheria rectæ BC æqualis, circumvoluta, helicem qua cylindrus ſulcandus, exhibebit.

SCHOLION.

91. *Cochlea plerumque ope temonis convertitur, qui cum cylindro axem in peritrochio format (§. 13.) & hinc vim præter efficaciam cochleæ auget (§. 68).*

DEFINITIO XXIV.

TAB. II. Fig. 22.

92. ***Cochlea infinita*** ſeu ***perpetua*** vocatur, ſi rotam ſtellatam circumagit.

COROLLARIUM I.

93. Dentes rotæ ſtellatæ juxta obliquitatem helicum cochleæ incidi debent.

SCHOLION.

94. *Cochlea infinita pluribus quam tribus helicibus non indiget.*

COROLLARIUM II.

95. Dum cochlea ſemel circumvolvitur, rota nonniſi dentis unius intervallo promovetur, adeoque motus eſt tardiſſimus.

THEOREMA XII.

TAB. I. Fig. 6.

96. *Si vis D ope funis trochleam C am-*

ambientis pondus E sustinet, erit ea ponderi æqualis.

DEMONSTRATIO.

Vis D ad pondus E est, sicut AC ad BC (§. 18. 45.). Atqui AC = BC (§. 18). Ergo vis ponderi æqualis est (§. 53. *Arithm.*) Q. E. D.

THEOREMA XIII.

97. *Si vis E pondus F ope funis trochleam ambientis sustinet, ita ut ambo funes sint paralleli & trochlea sursum unà cum pondere trahatur, si motus sequeretur, erit ea ad pondus, ut 1 ad 2.*

TAB. H. *Fig.* 23.

DEMONSTRATIO.

Quoniam funis in D est fixus, & pondus F in H appensum, vis est ad pondus, sicut AH ad AB (§. 59.). Sed AH = $\frac{1}{2}$ AB (§. 18.). Est adeo vis dimidium ponderis. Q. E. D.

COROLLARIUM.

98. Proinde in polyspasto non superiores, sed inferiores tantum orbes effectum augent.

THEO-

THEOREMA XIV.

Tab. II. Fig. 24.

99. Si in polyspasto omnes funes MN, SX, QR, PO, TV paralleli sint, vis in Z ad pondus W est, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur.

DEMONSTRATIO.

Quia enim in hoc casu pondus
singulos funes æqualiter tendit: to-
tum pondus per eos æqualiter distri-
buitur. Itaque vis in Z nil sustinen-
dum habet, præter partem funi MN
tributam (§. 96). Est adeo vis ad
pondus, ut 1 ad numerum funium,
qui à pondere trahuntur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

100. Si pondus (500) per numerum funium (5) dividatur, vis (100) prodibit.

COROLLARIUM II.

101. Contra si vis (100) per numerum funium (5) multiplicetur, pondus (500) prodibit.

COROLLARIUM III.

102. Et quia numerus trochlearum superiorum & inferiorum simul sumtarum in po-

polyspasto simul æqualis est numero funium, is prodit, si pondus (500) per vim (100) dividatur.

SCHOLION.

103. *Interdum orbes in polyspasto non supra sed juxta se invicem collocantur, præsertim si plures fuerint, ne polyspasti altitudo in nimium excrescat.*

THEOREMA XV.

104. *Si vis ope polyspasti movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Nam si pondus per pedem elevandum est, singuli funes ab eo tensi, pede sunt decurtandi. Vis igitur tot pedes extrahere debet, quot sunt funes. Quare spatium ejus est ad spatium ponderis, ut numerus funium, qui à pondere tenduntur, ad unitatem, hoc est, ut pondus ad vim mortuam (§. *99*). Q. E. D.

THEOREMA XVI.

105. *In cuneo vis se habet ad pondus, vel corporis discindendi resistentiam,* Tab. II. Fig. 20.

tiam,

tiam, ut dimidia craſſities ML ad longitudinem MN.

DEMONSTRATIO.

Cuneus componitur ex duobus planis inclinatis. Quare cum eodem res recidat, ſive pondus per plani acclivitatem trahatur, ſive hoc ſub illo protrudatur; præterea directio vis, quæ ope cunei corpora findit cum longitudine cunei coincidat, vis ad pondus eſt, ut dimidia craſſities ML ad longitudinem MN (§. 83). Q. E. D.

COROLLARIUM.

106. Quamobrem acutior cuneus plus efficere valet, quam minus acutus: quia ratio ipſius ML ad MN in illo minor quam in hoc eſt.

DEFINITIO XXV.

107. Si aqua, quæ machinam ad motum animat, deſuper in rotam irruit, & ſuper eam ſubſiſtit, ut gravitate ſua in uno latere rotam ulterius deprimat; *Rota directa* vocatur.

DEFI-

DEFINITIO XXVI.

108. *Rota* vero *retrograda* eſt, ſi aquæ ſuperimpendet, & ab ejus impulſu circumagitur.

COROLLARIUM I.

109. Quoniam aqua rariſſime præter quam in fluminibus permagnis ea rapiditate fertur, ut rotas molares circumagere poſſit, neceſſe eſt, ut ex alto præcipitata, impetum acquirat, ut alia corpora gravia; ac proinde locus, ubi rota conſtituenda, multo depreſſior eſſe debet, quam is, unde derivatur.

COROLLARIUM II.

110. Quoniam vero aqua declivitatem ſuam ab uno loco ad alterum ſucceſſive acquirit; declivitas in præcipitium eſt mutanda, ſi impetum concipere debet; ac proinde explorandum, quanta ſit declivitas, hoc eſt, quanto intervallo locus, ubi rota collocanda, ſit terræ centro propior quam alter, unde derivatur.

DEFINITIO XXVII.

111. *Ars libellandi* eſt ars inveniendi, quanto intervallo locus aliquis centro terræ vicinior, quam alius.

COROL-

COROLLARIUM I.

112. Quoniam lineæ horizontalis puncta singula à centro telluris æque distant (§. 28.); non alia re opus est, quam ut linea horizontalis loci unius usque ad alterum producatur, hujusque profunditas infra lineam horizontalem illius mensuretur.

COROLLARIUM II.

113. Hinc in libellatione aquarum, ante omnia lineam horizontalem invenire oportet.

PROBLEMA XVII.

Tab. II. Fig. 25.

114. Libellam *construere, hoc est, instrumentum, quo invenitur linea horizontalis.*

RESOLUTIO.

1. Ex assere probe dedolato exscindatur semicirculus ACBD & ex centro C linea tenui DH dividatur in duas partes æquales.

2. In F & E infigantur duo unci &

3. Ex centro filo tenui vel seta equina suspendatur globus plumbeus.

Quod si enim instrumentum per uncos F & E, ita ex funi suspendatur, ut filum CD incidat in lineam

DH,

DH; erit tam funis extensus, quam diameter instrumenti AB pars lineæ horizontalis apparentis.

DEMONSTRATIO.

Linea directionis gravium ad lineam horizontalem apparentem est perpendicularis (§. 41.). Sed filum CD, est linea directionis globi plumbei (§. 23.) & ad lineam AB perpendiculare, si lineam DH tegit (§. 17. 37 *Geom.*). Ergo hoc in casu AB est pars lineæ horizontalis apparentis. Q. E. D.

SCHOLION.

115. Ricciolus (Geogr. Reform. Lib. 6. cap. 26. f. 229.) *jam annotavit, hanc libellam, nisi sit ingens, in distantiis magnis facile aberrare, quandoquidem differentiam 5 minutorum, immo dimidij gradus vix indicat. Quod si vero ingens fuerit, ægre hinc inde transfertur. Enim vero in hoc casu loco semicirculi, asserem tantum tenuem EGHF diametro AB normaliter adjungere solent, ut radius CD usque in G prolongari possit. Alias libellarum species Dioptris instructas describo in* Elementis.

Tab. II. *Fig.* 26.

DEFINITIO XXVIII.

116. *Declivitas* aquarum est linea

recta, indicans quanto ſuperficies earum in uno loco centro telluris vicinior ſit quam in altero.

PROBLEMA XVIII.

Tab. III. Fig. 27.

117. *Aquas libellare vel declivitatem earum determinare mediante libella dioptris inſtructa.*

RESOLUTIO.

1. In utroque ripæ loco, ubi fit initium & finis libellandi, ope ponderis ex fune ſuſpenſi exploretur altitudo ripæ ſupra ipſam ſuperficiem aquarum: quæ in ſchedula notetur.

2. In prima ripa A collocetur libella, & in altera ripa B infigatur baculus ad horizontem perpendicularis cum tabula quadrangulari nigro colore tincta, ſed in medio circulo albo vel cruce alba notata, quæ ope cochleæ altius humiliuſve pro lubitu ad baculum firmari poteſt.

3. Tabula nunc attollatur nunc deprimatur, donec per dioptras collineanti centrum tabulæ occurrat.

4. Ab A uſque in D inveſtigetur alti-

altitudo oculi AD, & à B uſque in C altitudo centri tabulæ C.

5. Priori addatur altitudo ripæ in A; poſteriori vero altitudo ripæ in B.

6. Quoniam adeo hoc modo manifeſtum fit, quantum linea DC, quæ cum linea horizontali in A parallela excurrit, utrobique à ſuperficie aquarum abſit; non alia re opus eſt quam ut ſumma prima inventa ab altera ſubtrahatur, reſiduum erit declivitas. Q. E. F.

Hic vero libella, quæ in P conſtituta eſt, loco tabulæ D in A collocata concipi debet.

Altit: ripæ in A 64″	Altit: ripæ in B 58″
AD 56	BC 72
120	130
	120
	Declivitas 10

7. Quod ſi ex uno loco alter videri nequit, procedatur per partes, dividendo ſcilicet diſtantiam datam in partes aliquot. Quoniam vero per viam loca occurrere poſſunt, altiora loco unde initium fit, collocetur libella EF inter duos baculos AQ & BH, Tab. III. Fig. 27.

BH, & ſemper ſeorſim notentur altitudines centri tabulæ D ad ſiniſtram, & altitudines centri tabulæ C ad dextram itidem ſeorſim. Addantur priores in unam ſummam itemque poſteriores. Quod ſi enim aggregata à ſe invicem ſubtrahantur, relinquetur declivitas.

Altit. ſiniſt. AD	34″	Altit. dext. BC	57″
BO	68	MP	102
Altit. ripæ in A	64	Altit. ripæ in M	58
	166		217
			166
		Declivitas	51.

Cum libella antea (§. 114.) deſcripta res peragitur tendendo funes baculis alligatos; nec tabulis opus eſt.

PROBLEMA XIX.

TAB. III. *Fig.* 28.

118. *Vi venti machinam movere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruantur 4 alæ ex ſcandulis, prout figura monſtrat: longitudo EA eſt circiter 30, latitudo HI 6 pedum. Cylindro FL ſub angulo 45° infigantur. Si enim axi ad angulum rectum aptarentur, prorſus à vento

vento circumagi non poſſent. Alæ optime aptantur, ſi axem ſecant ad angulum 54°, tum ventus vim maximam exerit ad eas convertendas.

2. Cum vero alæ vento ſemper obverſæ eſſe debeant: tota machina circa axem K verſatilis eſt, ut ope vectis PQ ad turriculam firmati pro lubitu huc illucque verſari poſſit.

ALITER.

1. Turricula ex lapidibus extruatur uſque ad tectum, ita ut tantummodo hoc verſatile exiſtat.

TAB. III. *Fig.* 29.

2. Tectum trajiciatur cylindro, alis ut antea paratis inſtructo.

3. Ad tectum firmetur trabs AB directe deorſum tendens uſque ad aream, quæ circulariter circa turriculam exſtructa fuit.

4. Hæc connectatur adhuc alii AC, quæ pariter ſupra in C ad tectum firmata eſt.

5. In area hinc inde defigantur unci ferrei.

Quod ſi enim funis per unum du-

catur, & ſuccula G convertatur, tectum cum axe alligato ad uncum adducitur.

SCHOLION.

119. *Prior modus noſtris in oris uſitatus, poſteriore in Batavia utuntur. Ut in modo Batavino tectum commode circumverti poſſit, turricula annulo ligneo cingitur, & in eo canaliculus effoditur, in cujus fundo hinc inde trochleæ orichalceæ ita immittuntur, ut exiguum ſegmentum ultra eum promineat. Tandem intra canaliculum alius annulus deponitur, cui tectum ſuperſtruitur.*

PROBLEMA XX.

120. *Machinam conſtruere, quam brutum trahendo movere poſſit.*

RESOLUTIO.

1. Erigatur cylindrus verticalis: eique

2. Infigatur temo 7, 8, vel plurium etiam pedum, ſi è re fuerit, ut ad eum equus vel bos jungi queat.

3. Supra circa eundem cylindrum aptetur horizontaliter rota ſtellata paulo ampla, & connectatur cum cylindro trabibus validis, quæ numero

&

& longitudine radios rotæ æquent, ſed quorum latitudo ſemiſſis, craſſities dupla radiorum eſſe poteſt. E. gr. ſi longitudo radiorum 7 pedum, craſſities 2, & latitudo 7 digitorum, numerus radiorum 16; rota trabibus 16, quorum longitudo 7 pedum, craſſities $8\frac{1}{2}$, & latitudo 4 digitorum, connecti poteſt.

Sic factum eſt, quod petebatur.

PROBLEMA XXI.

121. *Machinam conſtruere, quam brutum calcando movere poteſt.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur rota ingens, & ſubcudibus transverſis muniatur, ut in rota directa fieri ſolet.

2. Stabulo ſuper rota conſtructo includatur brutum; pavimentum foramine perforetur, quo brutum pedibus poſterioribus ſubcudibus inſiſtat.

3. Quoniam rota ab illo latere deprimitur, brutum pedes retrahit, iiſque ſubcudem ſequentem calcat; ita rota movetur.

SCHOLION.

122. *Si pondera minora moveri debent, veluti veru cum assa; loco subcudum rota in fronte asseribus sternitur, & canis intus collocatur sedibus eandem circumagens.*

PROBLEMA XXII.

123. *Machinam construere, quam homo deprimendo movere possit.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 30. *Ad cylindrum horizontaliter positum aptentur brachia plura per centrum axis transeuntia, vel saltem versus id infixa; quod si enim alternatim brachia DC, AB manu prehendas, & deprimas, cylindrus circa axem suam circumagetur.

PROBLEMA XXIII.

124. *Machinam versando movere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 31. Ad cylindrum applicetur manubrium vel rectangulum ABCD (n. 1.) vel in arcum circuli incurvatum (n. 2) EFG; cujus ope cylindrus circumduci poterit. Q. E. F. & D.

PRO-

PROBLEMA XXIV.

125. *Machinam trudendo movere.*

RESOLUTIO.

Hoc fit ope suculæ FGIH.

TAB. I. *Fig.* 3.

PROBLEMA XXV.

126. *Machinam calcando movere.*

RESOLUTIO.

Construatur rota ingens, intra cujus ambitum duo homines stare possint eodem fere modo, quem in Scholio Problematis 21 (§. 122) exposuimus.

ALITER.

TAB. III. *Fig.* 32.

1. Vectis HF, cujus centrum motus F, sit circa clavum ferreum mobile, horizontaliter ponatur,

Idem suspendatur ope perticæ EH ex manubrio EL, cylindro cuidam impacto.

Quod si posito pede in G vectis deprimatur, mox iterum pes attollatur &c. cylindrus circumagetur. Q. E. F. & D.

RE-

COROLLARIUM.

127. Quoniam in casu posteriori pondus, quod in H applicatum intelligi debet, à centro motus longius distat, quam pes ipsi G insistens; vis major esse debet pondere movendo (§. 59.). Proinde hoc movendi modo tantummodo utimur, si pondus movendum est exiguum. Attamen cum virium compendio pertica in G applicari, & manu in H vectis moveri poterit.

PROBLEMA XXVI.

128. *Machinam construere, quæ à pondere descendente moveatur.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 34.

1. Circa cylindrum LM horizontaliter positum funis circumvolvatur, &

2. Idem circa trochleam G circumducatur in maxima à pavimento distantia.

3. Ejus denique extremitati alligetur pondus P.

Quod dum ob gravitatem suam des-

descendit, & funem devolvit, cylindrum circumagit. Q. E. F & D.

COROLLARIUM I.

129. Quo major est altitudo, per quam pondus P descendit, eo lentius funis devolvitur (quippe qui in hoc casu multo longior esse potest) & eo diutius durat motus.

COROLLARIUM II.

130. Ut funis lentius devolvatur, pondus P ex polyspasto FG suspendatur; si enim e. gr. polyspastus 4 habet orbes, à cylindro 4 pedes funis devolvuntur, antequam pondus P per altitudinem unius pedis descendat.

PROBLEMA XXVII.

131. *Pondere appenso adjuvare potentiam moventem.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. elevandum pondus 100 librarum

TAB. III. *Fig.* 35.

1. Ponderi E alligetur funis &

2. Cir-

2. Circa trochleam H F circumducatur.

3. Alteri ejus extremo alligetur pondus D elevando fere æquale.

Quod ſi manu funis H D deorſum trahatur, exigua vi opus eſt ad elevandum pondus E.

PROBLEMA XXVIII.

132. *Machinam elateris vi movere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. *Fig.* 36.

1. Fabricari curetur lamella chalybea, & in gyros contorqueatur: ſic elater A B erit paratus; qui

2. Thecæ cylindricæ includatur, & catenula vel chorda fidium altero ſui extremo affigatur.

3. Quoniam elater ſub initium tenſionis fortius, in fine continuo ſegnius trahit; figura fuſi G L H I, cui chorda vel catenula circumplicata, non cylindrica ſed conoidica eſſe debet. Quamquam enim potentia ſub initium fortius, ſub finem

nem vero segnius trahit; attamen sub initium centro motus propior est quam sub finem, adeoque in casu primo ejus efficacia minuitur, in altero augetur.

SCHOLION.

133. *Quantum fusus* GH *à* G *versus* H *successive crescere debeat, hucusque experientia determinatum est, cum ex auditu judicarunt, num horologiorum ab elatere animatorum motus sit uniformis nec ne. Enim vero* Schottus in sua Technica curiosa lib. 9. c. 4. *prop.* 10. p. 641. *jure postulat, ut ad oscillationes perpendiculi examinetur, num rotæ tardissime motæ circumvolutiones, sint æqui diuturnæ.*

PROBLEMA XXIX.

134. *Motum machinarum temperare, ita ut cursus earum sit uniformis.*

RESOLUTIO.

In hunc finem adhibentur rotæ libratoriæ MN, quarum peripheria integra vel plumbo obductæ vel solum-

Tab. III. Fig. 33.

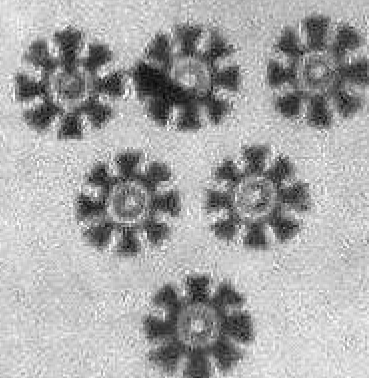
lummodo quatuor in locis ponderibus æquidiſtantibus inſtructæ ſunt.

Ad eundem finem automatis perpendicula applicantur.

COROLLARIUM.

135. Rotis libratoriis opus habemus in machinis, quæ ab hominibus & brutis moventur, ne interdum in motu intermittant.

MECHANICÆ.
FINIS.





ELEMENTA HYDROSTATICÆ.

DEFINITIO I.

1. HYDROSTATICA est scientia actionis fluidorum in gravitatem corporum.

DEFINITIO II.

2. *Corpus fluidum* dicitur, cujus particulæ non firmiter inter se cohærent, sed facillime separabiles sunt.

SCHOLION.

3. *Hæc fluidorum proprietas dignoscitur, ex eo quod aliis corporibus libere transitum permittant, proprio pondere in guttas abeant, figuram cujuslibet vasis promte assumant, &, nisi intra vasa cohibeantur, diffluant.*

DEFINITIO III.

4. *Corpus solidum* est, cujus par-

ticulæ ita firmiter inter se cohærent, ut ægre divelli possint.

DEFINITIO IV.

5. *Corpus specifice levius* est, quod sub eodem volumine minus pondus continet quam alterum.

DEFINITIO V.

6. Contra, *Corpus specifice gravius* est, quod sub eodem volumine majus continet pondus quam alterum

SCHOLION.

7. *Si globus plumbeus tantundem spatii occupat, quantum lapideus, ille tamen gravior erit lapideo. Proinde plumbum est corpus lapide specifice gravius; contra lapis est corpus plumbo specifice levius.*

DEFINITIO VI.

8. *Vis resistens* dicitur, quæ actionem alterius vel in totum vel ex parte destruit.

AXIOMA I.

9. *Corpora gravia alia ipsis subjecta premunt, eaque è locis suis expellere nituntur.* (§. 32 Mech.).

AXIO-

AXIOMA II.

10. *Quo corpus est gravius, eo magis premit alia sibi subjecta.*

AXIOMA III.

11. *Si duo vel plura corpora eandem habent gravitatem, æqualiter premunt.*

AXIOMA IV.

12. *Si duo vel plura corpora eandem magnitudinem, sed diversam gravitatem habent; gravius magis premit quam levius.*

AXIOMA V.

13. *Si duo corpora se mutuo vi æquali, sed juxta lineas directionum oppositas premunt, motus nullus subsequitur: si vero alterutrum magis premit, quam ei resistitur, motus fit juxta directionem fortioris.*

LEMMA.

14. *Si duo cylindri sunt æque magni, & tamen inæquales habent altitudines ac bases: altitudo primi in altitudine se-*

secundi toties continetur, quoties basis secundi, in basi primi.

DEMONSTRATIO.

Si duo cylindri æquales sunt, idem factum prodire debet, si cujusque cylindri basis per suam altitudinem multiplicetur: (§. 197 *Geom.*). Si altitudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secunda ad basin primi; erit factum ex basi primi in suam altitudinem æquale facto ex basi secundi in suam altitudinem (§. 81. *Arithm.*). Ergo si duo cylindri æquales sunt, altitudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secundi ad basin primi. Q. E. D.

THEOREMA I.

15. *Si duo tubi communicantes aqua repleantur, illa in utroque tubo æque alta erit.*

DEMONSTRATIO.

Tab. Hydr. *Fig.* 1.

Casus primus. Si tubi AB & CD sunt ad lineam horizontalem normales, eorumque diametri æquales, aqua utrinque ejusdem est gravitatis, si

ſi eſt æque alta (§. 193. *Geom.*). Ergo aqua EB tanto conatu aquam BD è loco ſuo expellere nititur, quanto FD contra nititur (§. 9. 11). Neutra itaque alteram expellet (§. 13). Æque alta igitur ſit oportet aqua in utroque tubo: *Quod erat primum.*

Caſus ſecundus. Si baſis tubi GI eſt quadrupla baſeos tubi HK, & aqua in GI deſcendit ex L ad O: ex. gr. per unum pollicem: in anguſtiore ex M ad N per 4 pollices aſcendat neceſſe eſt (§. 14). Ponamus in tubo ampliore 4 libras per 1 moveri: in anguſtiore igitur 1 libra per 4 movenda eſt. Quare, cum uterque motus eandem vim poſtulet (§. 65. *Mech.*) eorumque lineæ directionum ſibi invicem contrariæ ſint; aqua in tubo ampliore GI, aquam in anguſtiore HK ultra punctum M elevare nequit (§. 13): *Quod erat ſecundum.*

Fig. 2.

Caſus tertius. Si tubus PQ cum linea horizontali efficit angulum rectum,

Fig. 3.

tum, & tubus R S obliquum; gravitas aquæ in tubo R S est instar globi in plano inclinato. Aqua igitur in tubo R S tantum valet, quantum in tubo T V, si utriusque eadem est altitudo (§. 82. *Mech.*). Atqui aqua in T V aquam in tubo P Q sustinet, si utraque est æque alta, *vi casus primi & secundi.* Æquilibris igitur etiam sit oportet aqua in tubo P Q aquæ in tubo R S, si utraque æque alta est. *Quod erat tertium.*

Fig. 4.

Casus quartus. Hinc porro liquet, aquam in duobus tubis X W & Y Z æquiponderaturam, dummodo utrinque æque alta sit, etiamsi tubi diversæ sunt amplitudinis, & diversos angulos cum linea horizontali efficiunt. *Quod erat quartum.*

COROLLARIUM I.

Fig. 5.

16. Proinde, si fundo dolii intus pice probe obducti, tubus longus in C inseratur, & foramine pice oblito prohibeatur, ne aër vel aqua penetrare possit, dein dolium A B pariter ac tubus C D aqua impleatur; videbis modicam aquam in tubo C D fundum A E tanta vi sursum ursuram, ut ali-

quot

quot centupondia imposita vincat. Etenim nisus aquæ in tubo CD tantus est, quantus esset aquæ in toto cylindro FA.

COROLLARIUM II.

17. Quamobrem in pressione fluidorum nonnisi eorum altitudo, & magnitudo baseos pressioni resistentis considerandа venit.

THEOREMA II.

18. *Si duo tubi communicantes fluidis diversæ gravitatis repleantur, altitudo fluidi specifice levioris ad altitudinem specifice gravioris est, ut gravitas gravioris ad gravitatem levioris sub eodem volumine.*

DEMONSTRATIO.

Sit ex. gr. in tubo CD mercurius & in tubo AB aqua. Quoniam gravitas mercurii quater decies major est gravitate æqualis voluminis aquæ; demonstrare oportet, aquam quater decies altiorem esse futuram in AB, quam est mercurius in CD. *Fig. 1.*

Si enim tubi sunt ejusdem amplitudinis, cylindri altitudinum rationem habent (§. 210 *Geom.*). Proinde si altitudo mercurii in tubo CD

eſt quater decies minor altitudine aquæ in tubo A B, erit quantitas aquæ in A B quater decies major quantitate mercurii in C D; conſequenter gravitates aquæ & mercurii æquales ſunt. Quare, cum mercurius tantum premat verſus DB, quantum aqua verſus B D, (§. 11.) neutrum fluidorum alterum movebit (§. 13). Quoniam porro nihil refert, utrum tubi ſint ejuſdem amplitudinis, item utrum uterque ad lineam horizontalem perpendicularis ſit, nec ne (§. 15.); in nullo caſu nec aqua mercurium, nec hic illam movere poterit, ſi aqua quaterdecies mercurio altior fuerit. Q. E. D.

THEOREMA III.

19. *Si corpus ſpecifice gravius in fluidum levius immergitur: tantum ponderis ſui perdit, quantum eſt pondus fluidi, quod ab ipſo expellitur.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus ex. gr. pedem cubicum plumbi ſub aquam demergi: demonſtran-

trandum eſt, quod tantum ponderis ſui amittat, quantum pes cubicus aquæ ponderat. Pes cubicus aquæ, à plumbo expulſus, ab aqua circumſtante in loco ſuo ſuſtinebatur. Jam ſi plumbum in ejus locum pervenit, oportet ut ponderis ejus tanta pars, ab aqua circumfluente ſuſtineatur, quantum fuit pondus aquæ expulſæ. Proinde plumbum tantum amittit ponderis, quantum eſt pondus, pedis cubici aquæ. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

20. Quoniam igitur pes cubicus ferri tantum ponderis in aqua perdit, quantum pes cubicus plumbi, & tamen pes cubicus plumbi gravior eſt pede cubico ferri; evidens eſt, ferrum & generaliter quodvis corpus ſpecifice levius, in eodem fluido, ex. gr. in aqua majorem ponderis ſui partem amittere, quam plumbum, vel generaliter quodvis corpus ſpecifice gravius.

COROLLARIUM II.

21. Quamvis itaque corpus ſpecifice gravius ex. gr. plumbum, corpori ſpecifice leviori, ex. gr. ferro in aere æquiponderet: attamen in aqua vel alio fluido, inter ſe non

æquiponderabunt, ſed plumbum præponderabit.

COROLLARIUM III.

22. Quoniam pes cubicus plumbi in aqua tantum ponderis ſui amittit, quantum eſt pondus pedis cubici aquæ: contra in vino tantum ponderis ſui perdit, quantum eſt pondus pedis cubici vini; plumbum plus ponderis in aqua quam in vino; adeoque quodlibet corpus plus ponderis in fluido ſpecifice graviori, quam in ſpecifice leviori amittit.

COROLLARIUM IV.

23. Hinc libra plumbi æquilibrium non ſervat cum libra plumbi, ſi una aquæ, altera vero vino immergatur. Vel generaliter duo corpora, ejuſdem ſpeciei & magnitudinis, æquilibrium non ſervant, ſi fluidis diverſæ gravitatis immerguntur.

COROLLARIUM V.

24. Gravitas fluidi alicujus, eſt ad gravitatem alius corporis ejuſdem magnitudinis, ut pars ponderis, quam hoc in illo amittit, ad pondus ejus integrum. Ex. gr. gravitas aquæ ad gravitatem ferri eſt, ut pars ponderis, quam pes cubicus ferri in aqua amittit, ad pondus ejus integrum.

PROBLEMA I.

25. *Invenire pondus fluidi cujuſcunque, ex. gr. vini in dolio contenti.* RE-

RESOLUTIO.

1. Pollex cubicus plumbi è filo suspensus in fluidum, ex. gr. in vinum immittatur, ponderisque quod amittit, quantitas notetur; sic enim patet pondus quo pollet pollex cubicus fluidi dati (§. 19).

2. Per Geometriam determinetur massa fluidi, ex gr. vini in dolio contenti (§. 215. *Geom.*); quo facto

3. Per regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenietur pondus totius fluidi quæsitum.

Ex. gr. Pes cubicus plumbi Parisinus in aqua amittit 72 lib. Quæritur pondus 345 pedum cubicorum aquæ.

1′——72 lib——345
72
690
2415
Pondus aquæ 24840 lib.

COROLLARIUM.

26. Simili modo ex determinato pondere fluidi, massa illius reperiri poterit; ex. gr. quæritur, quantum spatium occupent 325000 lib. aquæ.

72

72 lib—1′—325000 lib

1 6   1

3227   325000

47384

325000 (4513′ $\frac{8}{9}$ Massa aquæ.

72222

777

PROBLEMA II.

27. *Invenire rationem gravitatis fluidi ad gravitatem alterius fluidi sub eodem volumine.*

RESOLUTIO.

1. Exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido uno, ex. gr. in aqua, amittat: ita innotescit pondus pollicis cubici aquei (§. 19).

2. Eodem modo exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido altero, ex. gr. in oleo amittat: ita innotescet pondus, pollicis cubici olei. (§. cit.)

Itaque gravitas aquæ ad gravitatem olei est, ut pondus, quod cubus pollicaris lapideus in aqua perdit, ad pondus, quod idem amittit in oleo.

Ex.

Ex. gr. Pes cubicus lapideus in aqua perdit 72 lib., in oleo 66 lib. Eſt adeo gravitas aquæ ad gravitatem olei, ut 72 ad 66 vel ut 12 ad 11. (§. 59. *Arithm.*)

PROBLEMA III.

28. *Dato pondere corporis ex dūobus miſcibilibus compoſiti, unà cum pondere, quod in fluido aliquo amittit, invenire pondera miſcibilium ſigillatim.*

RESOLUTIO.

1. Per experientiam determinetur, quantum ponderis, ex. gr. libra utriuſque miſcibilis in dato fluido, ex. gr. in aqua amittat.

2. Hinc per regulam trium porro eruatur, quantum ponderis in eodem fluido, ex. gr. in aqua amittere debeat utriuſque miſcibilis maſſa, ſi quævis mixtum pondere æquaret.

3. Decrementum minus ſubtrahatur è majori, ut conſtet exceſſus, quo pondus à ſpecifice leviori amiſſum ſuperat pondus à graviori amiſſum.

4. Porro pondus à ſpecifice gravio-

viori amissum subtrahatur à decre-
mento ponderis corporis mixti, ut
constet excessus, quo pondus à mix-
to amissum superat pondus à gravio-
ri amissum.

5. Quod si ad excessum primum,
excessum alterum & pondus mixti
quæratur numerus quartus propor-
tionalis (§. 85. *Arith.*): erit is pondus
miscibilis specifice levioris: quod

6. A pondere mixti subductum
relinquit pondus massæ specifice gra-
vioris.

Ita inventum est, quod peteba-
tur.

EXEMPLUM.

Massa 120 librarum, ex stanno & plumbo
commixtis composita, in aqua amittit 14
lib.; quæruntur pondera stanni & plumbi si-
gillatim? Quoniam experimentando repe-
ritur, stannum 37 librarum in aqua amit-
tere pondus 5 librarum, plumbum vero li-
brarum 23 amittere 2; calculum ita inibis.

37—5—120
5
600 lib.
37

23

23—2—120
2
240 lib.
23

$\frac{600}{37}$—$\frac{240}{23}$=13800—8880=$\frac{4920}{851}$
                                  851

14—$\frac{8880}{851}$=11914—8880=$\frac{3034}{851}$
                                  851

4920—3034—120
41 ... 1 (120
1
26
3034 (74 lib. Pondus specif. lev.
111 | 120 Pondus mixti.
1 | 46 Pondus specif. grav.

SCHOLION.

29. *Eodem modo solvi potest problema, quod Hydrostaticæ originem dedit, & ab Archimede primo solutum fuit: quantum scilicet argenti coronæ Regis Syracusarum, 18 libr. ponderanti admiscuerit aurifex. Nam quia 18 libr. auri in aqua perdunt 1 lib.: at 18 lib. argenti 1 $\frac{1}{2}$ lib, tandemque corona amisit 1 $\frac{1}{3}$ ponderis sui, eam ex 12 lib. argenti & 6 lib. auri conflatam esse deprehensum fuit.*

THEOREMA VIII.

30. *Corpus specifice gravius, in flui-*

de

do specifice leviori, vim adhibet ad descensum æqualem excessui ponderis sui, supra pondus fluidi ejusdem voluminis.

DEMONSTRATIO.

Corpus immersum amittit partem sui ponderis, æqualem ponderi fluidi, quod æquale spatium cum corpore occupat (§. 19). Ergo nonnisi vim residuam in descensum impendere potest. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

31. Vis igitur, quæ corpus ex. gr. in aqua sustentat, æqualis est excessui gravitatis corporis supra gravitatem æqualis voluminis aquæ. Ex. gr. 37 libræ stanni in aqua amittunt de pondere suo libras 5. Adeoque 32 libræ hanc massam in aqua sustentare possunt.

SCHOLION.

32. *Datis igitur solidi submersi magnitudine & gravitate, determinari potest vis, qua super aquas attolli potest.*

Sit pondus massæ submersæ 104500 librarum, magnitudo 340 pedum cubicorum. Pondus pedis cubici aquæ, in qua massa submersa, est 72 lib.

```
     340
      72
     ---
     680
    238
    -----
   24480 lib. Pondus aquæ maſſam æquantis
  104500      Pondus maſſæ.
  ------
   80020      Vis ſuſtentans.
```

COROLLARIUM II.

33. Quare cum pondus corporis ſolidi pondus fluidi ſpecifice gravioris, quod expulit, magis excedat quam pondus ſpecifice levioris, (§. 22.) ut in hoc celerius, in illo tardius ſubſidat neceſſe eſt. Ex. gr. Globus plumbeus celerius in vino quam in aqua ſubſidit.

THEOREMA V.

34. *Corpus ſpecifice levius in fluido graviore, ex. gr. in aqua mergitur, donec aqua, quæ ſpatium à parte merſâ occupatum impleret, toti corpori æquiponderat.*

DEMONSTRATIO.

Corpus immerſum eſto cylindrus ligneus. Concipiamus aquam conſtare ex pluribus cylindris, qui omnes æquiponderabunt, quia eandem

habent altitudinem (§. 15.). Jam si cylindrus ligneus aquæ imponatur, cylindrus aqueus subjectus magis premit, quam collaterales resistunt, (§. 10.); adeoque aquam collateralem sursum pellet (§. 13.); consequenter cylindrus ligneus immergitur. Quamprimum vero tanta quantitas aquæ à cylindro ligneo expulsa est, quæ ponderi ejus integro æqualis est, cylindrus aqueus, qui eum sustentat, gravior non est, quam erat antea, cum aqua locum cylindri lignei occuparet; ergo quia antea aqua circumfluens eidem æquiponderabat, etiam nunc pondere æquipollente pro illa aquæ parte substituto, eidem æquiponderare debet; proinde cylindrus ligneus ulterius non immergitur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Si idem corpus fluidis diversæ gravitatis specificæ imponatur, profundius mergitur in specifice leviori, quam in specifice graviori; ex. gr. profundius in vino, quam in aqua, quia plus vini, quam aquæ gravitatem corporis æquat.

CO-

COROLLARIUM II.

36. Quo propius gravitas corporis ad gravitatem fluidi, ex. gr. aquæ accedit, eo profundius corpus mergitur. Ex. gr. lignum ſpecifice gravius profundius mergitur, quam lignum ſpecifice levius.

COROLLARIUM III.

37. Si corpus fuerit ejuſdem gravitatis ſpecificæ cum fluido, ita ut ex. gr. pes cubicus æquiponderet pedi cubico aquæ, corpus totum ſubmergitur, & quieſcit in quovis loco intra fluidum in quem propellitur.

COROLLARIUM IV.

38. Si corpus mergitur ex. gr. parte ſui quarta, pars quarta tantundem aquæ ac pondus totius corporis æquat. Proinde ſi quatuor aquæ partes accipias, hoc eſt, tantum, quantum capere poteſt ſpatium totius corporis, pondus earum erit quadruplum ponderis totius corporis. Eſt ergo gravitas corporis, ad gravitatem fluidi ejuſdem voluminis, ut magnitudo partis immerſæ ad corporis magnitudinem integram.

COROLLARIUM V.

39. Corpus adeo ſpecifice levius fundo vaſis incumbens, non attollitur, niſi fluidum gravius affuſum ultra partem aſſurgat, quæ immergitur corpore in vaſe pleno natante.

PROBLEMA IV.

40. *Data gravitate ex. gr. pedis cubici aquæ, unà cum magnitudine partis immersæ solidi, invenire pondus totius corporis.*

RESOLUTIO.

Quia pondus corporis solidi æquale est ponderi aquæ, quæ idem cum parte immersa spatium occupat, (§. 34.), inferatur: ut pes cubicus aquæ ad datam suam gravitatem, ita pars solidi immersa ad pondus totius corporis, quod proinde per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenitur.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ est 72 librarum. Pars solidi immersa 740 pedum cubicorum.

1′—72 lib—740′
72
1480
518
53280 lib. Pondus totius corporis.

PROBLEMA V.

41. *Data gravitate, ex. gr. pedis cubici*

cubici aquæ, & gravitate solidi, invenire magnitudinem partis immergendæ.

RESOLUTIO.

Cum sit, ut gravitas pedis cubici aquæ, ad magnitudinem pedis cubici, ita pondus corporis dati ad magnitudinem partis immergendæ (§. 34.); per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) denuo invenitur magnitudo quæsita partis immergendæ.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ est 72 librarum, gravitas corporis 53280 lib.

72 lib—1′—53280 lib.

$$\frac{1}{53280}$$

2
48
53280 (740′ Magnitudo partis immergendæ.
7222
77

SCHOLION.

42. *Per præsens Problema invenitur onus, cui ferendo navis par est.*

PROBLEMA VI.

43. *Datis magnitudine & gravita-*

 te

te solidi specifice levioris, ex. gr. frusti ligni, unà cum gravitate fluidi specifice gravioris, ex. gr. pedis cubici aquæ; invenire vim, qua corpus sub aqua demersum detineri potest.

RESOLUTIO.

Patet (§. 34.) vim, qua opus est ad solidum sub aqua detinendum, æqualem esse excessui ponderis aquæ, quæ æquale cum solido spatium occupat, supra pondus solidi. Idcirco

1. Ex datis gravitate pedis cubici aquæ & magnitudine solidi, quæratur per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) gravitas aquæ, quæ æquale spatium cum integro corpore occupat.

2. Inde subtrahatur pondus solidi, ita nimirum vis quæsita relinquetur.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ ponderat 72 lib. solidum sub aqua detinendum 100 lib. Magnitudo ejus 8 pedum cubicorum.

1′—72—8′

8

576 lib. Pondus aquæ solido æqualis.
100 lib. Pondus solidi.

476 lib. Vis, quæ solidum sub aqua detinet

CO-

COROLLARIUM.

44. Quoniam corpus eadem vi ſurſum urgetur, qua ſub aqua vel alio fluido detineri poſſet; per præſens Problema invenitur quoque vis, qua ſolidum ſpecifice levius in fluido dato graviori ſurſum urgetur. Ut in exemplo antecedente, ea eſt 476 lib.

THEOREMA VI.

45. *Vis, quæ requiritur ad vas vacuum AB ad lineam AC uſque immergendum, ad quam aqua plenum immergitur, vi quæ tantundem aquæ in aëre ſuſtentare poſſet, æqualis eſt.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Vis aquam in aëre ſuſtentans gravitati ejus æqualis eſt. Sed vis vas vacuum A B ad lineam AC in aquam immergens æquatur gravitati aquæ vas replentis, quia hæc ad eandem lineam A C vas immergit, *per hypoth.* Ergo hæc vis æquatur alteri, quæ aquam in vaſe contentam in aëre ſuſtentare valet (§. 22. *Arith.*) Q. E. D.

THEOREMA VII.

46. *Vis, quæ requiritur ad ſolidum*

ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, itemque pondus à ſolido leviori amiſſum, gravitati fluidi accreſcit, & cum ea ponderat.

DEMONSTRATIO.

Vis enim, quæ requiritur, ad ſolidum ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, premit fluidum ſubjectum; adeoque perinde eſt, ac ſi maſſa ejuſdem ponderis eidem imponeretur; ſed hæc maſſa, utpote unum grave cum fluido conſtituens, unà cum eodem ponderaret. Ergo & vis eidem æquivalens cum fluido ponderare debet: *Quod erat unum.*

Pars ponderis, quam ſolidum ſpecifice gravius in fluido leviori amittit, à fluido ſuſtentatur; ceu patet ex demonſtratione *Theorem.* 3. (§. 19.); cum autem hæc ponderis pars, unà cum ſuperiore & inferiore aqua in eodem cylindro, circumfluenti aquæ æquiponderet: neceſſe eſt, ut unà cum illa aqua fundum vaſis premat, conſequenter unà cum illa gravitet. *Quod erat alterum.*

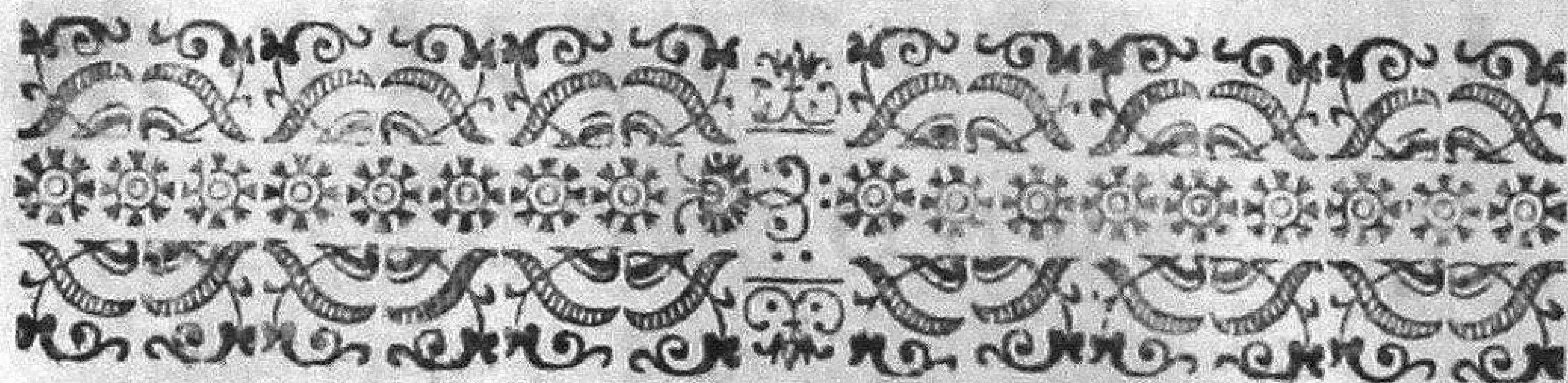
SCHO-

SCHOLION.

47. *Omnia, quæ hucusque demonstrata fuerunt, experimentis facile comprobantur. Experimenta autem spectanda sunt tanquam examina, quibus convincimur, nos per ratiocinia legitima veritatem fuisse assecutos. Hæc examina occurrunt in Tomo primo experimentorum.*

HYDROSTATICÆ FINIS.





ELEMENTA AEROMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. AEROMETRIA eſt ſcientia metiendi aërem.

DEFINITIO II.

2. *Metiri*, eſt quantitatem quampiam pro unitate aſſumere, aliarumque ejuſdem ſpeciei, rationem ad eandem inveſtigare.

SCHOLION.

3. *Ex. gr. Panni longitudinem menſuraturus, longitudinem quampiam, quam ulnam vocas, pro unitate aſſumis, & quoties ulnæ longitudo in panni longitudine contineatur, inquiris. Similiter aëris calorem menſuraturus, quendam caloris gradum pro unitate aſſumere, & rationem illius ad hunc inveſtigare debes, hoc eſt, quærere, quoties ille ſit ſumendus, ut gradus menſurandus prodeat.* (§. 52. *Arithm.*)

CO-

COROLLARIUM.

4. Cum quantitatis nomine veniat, quicquid augeri vel minui poteſt: omnia de aëre conceptibilia, quæ intenſitatis gradus admittunt, vel extenſionis terminos habent, metiri licet.

DEFINITIO III.

5. Per *Aërem* intelligo corpus fluidum, Telluri circumfuſum, quod ſpatia ab aliis corporibus relicta, quæ vacua nobis eſſe viderentur, occupat, niſi ab alio quodam impediatur.

SCHOLION.

6. Hic tantum proprietatem tradimus, ex qua Aër dignoſci poſſit.

COROLLARIUM.

7. Quod ſi manus celeriter per ſpatia, quæ vacua eſſe videntur, faciem verſus promoveatur; faciem aliquid leviter contingere ſenties, ut ut manus ipſam non contingat. Neceſſe eſt adeo, ut ſpatia illa materia quadam admodum ſubtili repleta ſint, cum non videatur, & ejus partes non cohæreant, cum motum corporum non impediant. Spatia igitur in tellure ab aliis corporibus derelicta, fluidum aliquod ſubtiliſſimum occupat (§. 2. *Hydroſt.*) hoc eſt, Aër datur (§. 5.)

DEFI-

DEFINITIO IV.

8. *Comprimitur* corpus, cujus materia propria in angustius spatium cogitur.

DEFINITIO V.

9. *Dilatatur* corpus, cujus materia propria in amplius spatium expanditur.

SCHOLION.

10. *Illa materia corpori propria est, quæ unà cum eo ponderat, movetur, & in motu in alia corpora impingit. Omnem vero aliam materiam, quæ per corpus libere transfluit, materiam alienam vocamus.*

PROBLEMA I.

11. Antliam pneumaticam *construere, hoc est, instrumentum, cujus ope vasa aëre exhauriri possint.*

RESOLUTIO.

Tab. Aërom. Fig. 1.

1. Paretur cylindrus cavus AB ex orichalco, in tota sua superficie interiori optime politus, ut embolus DE ipsam arctissime undiquaque contingat, ne ulli moleculæ aëreæ inter

inter eam & embolum locus relinquatur.

2. Embolus DE, aptetur ex orbibus coriaceis, pinguedine ſuilla excocta oleoque olivarum ſaturatis, qui intra duos orbes orichalceos, alter ſuperne in D, alter inferne in E, concludantur, mediante cochlea. Affigatur deinde embolo lamella ferrea dentata DC, à C uſque in D dentata, ut ope manubrii NO, atque rotulæ dentatæ eidem cylindro affixæ, commode extrahi & intrudi poſſit. Notandum autem, corium optimum eſſe bubulum, ex quo ſuccingula militum parari ſolent, vel potius cervinum bubulo tractabilius.

3. In B afferruminetur baſi cylindri tubulus BFKL, cui in F epiſtomium GHI inſeritur, ut antlia pro lubitu claudi ac recludi poſſit; in quem finem epiſtomium primum in medio perforatur, ut aër per ipſum ex tubulo LK in corpus antliæ irruere queat: dein iterum ab uno tantum latere nonnihil oblique ſurſum

ſum verſus inforetur, ut aër ex corpore antliæ per cavitatem epiſtomii expelli poſſit. Superne eſt aënea acicula, qua cavitas epiſtomii, cum neceſſe fuerit, obturari poteſt.

4. Denique tubulus KL, in L inſtruatur cochlea, ut vaſa aëre evacuanda, quorum orificia cochleis fœminis inſtructa, ad eundem firmari poſſint. Eodem modo adaptandus eſt, quoties uſus poſtulat, catinus orichalceus PQ, cui vitra campaniformia commode imponere liceat.

SCHOLION.

12. *Superne circa A pelvis afferruminatur, cui aqua infunditur, ſi inter embolum & internam cylindri AB ſuperficiem aër in antliam penetrat: item ne pulvis, vel aliæ quisquiliæ intrare queant. Fundus catini contegitur orbe coriaceo madefacto, ſecus enim campanæ vitreæ impoſitæ non ſatis exacte ipſi congruerent, atque adeo aëri tranſitum permitterent. Quemadmodum etiam omnes tubi orbiculis coriaceis, ſebo calido illinitis muniuntur. Quando embolus difficulter promovetur, oleo olivarum illinitur, ut & epiſtomium ſebo ad carbones candentes inungitur.*

EX-

EXPERIENTIA I.

13. *Si vesica agnina flaccida, pauculo aëre nonnisi intra rugas relicto, collo arctissime constricto, sub campana vitrea suspendatur, & ex hac aër educatur; vesica magis magisque intumescere conspicitur, perinde ac si inflaretur, quo major aëris copia ex campana educitur. Quod si rursus mediante epistomio, aliquid aëris in campanam immiseris, vesica statim detumescit & flaccida, ut prius, apparet.*

COROLLARIUM.

14. Cum in vesica nil nisi paululum aëris, hinc inde in ejus rugis latentis relictum sit, necesse est, ut is aëre ambiente educto sese dilatet (§. 9.). Aliàs enim vesica non intumesceret. Quoniam vero magis magisque intumescit, quo magis aër ambiens exhauritur, aëri inesse vim sese insigniter dilatandi, eam etiam, nisi quid obstet, constanter effectum sortiri, manifeste colligitur.

DEFINITIO VI.

15. Vim, qua aër compressionis capax redditur, & sublata pressione ite-

iterum dilatatur, in posterum *vim elasticam* dicemus.

COROLLARIUM.

16. Si embolus DE ex Antlia pneumatica AB extrahitur, in ejus cavitate fit spatium vacuum, in quod aëri externo nullus aditus patet. Quod si epistomium GH aperiatur, aër sub campana catino PQ appressa, dilatatur, & per tubulum LKF in cavitatem antliæ irruit, donec ubique ejusdem sit densitatis. Atque ita aër sub campana rarior evadit, quam erat antea. Quo facto, si epistomium GH ita convertas, ut foramen oblique sursum versus pertusum, cavitati antliæ respondeat, aciculam æneam I removeas, embolumque DE in antliam intrudas; aër per tubum FG & epistomium GK extruditur.

Fig. 1.

EXPERIENTIA II.

17. *Globo vitreo, cavato, & satis capaci A coëmento agglutinetur tubus orichalceus brevior, cum epistomio & cochlea fæmina B, ut ad arbitrium claudi, ac ad antliam in L firmari possit. Ex isto globo exhauriatur omnis aër, quantum fieri potest. Quo facto epistomium claudatur, & ab antlia removeatur globus, & alteri lanci libra*

Fig. 4.

Fig. 1.

bræ imponatur, altera vero oneretur ponderibus, quoad cum globo in æquilibrio sit; hoc facto si recludatur episiomium, aërem externum cum strepitu irruere audies, & globus præponderabit; imo constanter post admissum aërem plus ponderabit, quam antea, cum aëre vacuus esset.

COROLLARIUM I.

18. Quoniam globus lancem magis deprimit, si aëre plenus, quam si vacuus est, aërem gravem esse necesse est (§. 32 *Mech.*).

SCHOLION I.

19. *Methodo hac* Burcherus de Volder, *pondus unius pedis cubici aëris*, 1 *unciæ* & 27 *granorum, seu* 507 *granorum fere reperit. Vid.* Quæstiones Academicæ de aëris gravitate. Thes. 48. p. 50. & *seq.*

COROLLARIUM II.

20. Cum aër compressionis capax sit, & aër superior pondere suo premat inferiorem (§. 18 *Aërom.* & §. 9. *Hydrost.*); mirum non est, quod aër inferior densior, superior vero rarior deprehendatur.

COROLLARIUM III.

21. Hinc aër inferior specifice gravior est

 su-

ſuperiore; quia major illius copia in eodem ſpatio continetur.

SCHOLION II.

22. *Quid itaque mirum, quod vapores, per aërem inferiorem aſcendentes, in ſuperiori ſuſpenſi hæreant?* (§. 37 *Hydroſt.*).

THEOREMA I.

23. *Vis aëris elaſtica, vi aërem comprimenti, eſt æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Cum aër à vi minore, minus quam à majore comprimatur, illi reſiſtat neceſſe eſt. Sed aër gaudet vi elaſtica, qua, quantum poteſt, ſeſe expandere nititur (§. 15.). Ergo ut vi ſua elaſtica vi comprimenti reſiſtat neceſſe eſt (§. 8. *Hydroſt.*). Et quia hæc nihil ulterius contrà illam poteſt, ei æqualis ſit oportet. (§. 13. *Hydroſt.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

24. Quo magis itaque aër comprimitur, eo fortior fit ejus vis elaſtica: è contrario quo rarior evadit, eo debilior fit.

COROLLARIUM II.

25. Si itaque aër comprimitur in ſpatium du-

duplo angustius, vis ejus elastica evadit duplo fortior. Si comprimitur in spatium triplo angustius, vis ejus elastica est triplo fortior, quam antea, &c.

COROLLARIUM III.

26. Vis elastica aëris inferioris tanta est, quanta est gravitas, qua à superiore premitur.

COROLLARIUM IV.

27. Quicquid igitur gravitas superioris efficit, idem præstat inferioris elasticitas.

EXPERIENTIA III.

28. *Tubus ultra 32 pedes Rhenanos longus aqua repleatur, superne obturetur, ne aër ingredi queat, & inferne epistomio claudatur. Tubo verticaliter erecto, epistomium in aquam immergatur. Quo recluso, aqua è tubo effluere incipiet, isque effluxus, statim ac ad altitudinem 31 vel 32 pedum Rhenanorum descenderit, cessabit.*

COROLLARIUM I.

29. Quoniam aqua intra tubum pendula aquam in vasculo sibi subjectam premit (§. 9. *Hydrost.*), nec tamen aqua circumfusa cedit, necesse est, ut circumcirca æquali vi prematur. Sed aquæ incumbit aër (§. 5.) eamque

premit (§. 18). Aër igitur eadem vi, aream circularem premat necesse est, ac cylindrus aqueus hunc circulum pro basi habens, & 32 pedes Rhenanos altus.

COROLLARIUM II.

30. Quoniam aër aquam ad altitudinem 32 pedum in tubo vacuo suspendit, mercurius vero quaterdecies gravior est aqua, aër mercurium ad altitudinem decimæ quartæ partis 32 pedum suspendit. (§. 18. *Hydrost.*)

SCHOLION.

31. *Unde si tubus vitreus A B superne in A hermetice sigillatus mercurio repleatur, atque orificium B in vasculum mercurio plenum immergatur, non omnis è tubo delabetur mercurius, sed in eo ad altitudinem 28 circiter digitorum subsistet. Ut primum* Torricellius *observavit, à quo etiam* Tubus Torricellianus *dicitur. Quod si mercurio in vasculo stagnanti aqua affundatur, mercurius altius ascendit, quia aër unà cum aqua gravitat. Contra si Tubus Torricellianus sub campana vitrea, collo longiori instructa collocetur, & aër educatur, mercurius successive descendere notatur.*

PROBLEMA II.

32. ***Data basi columnæ aëreæ invenire pondus.***

RE-

RESOLUTIO.

1. Basis columnæ aëreæ multiplicetur per altitudinem aquæ ipsi æquiponderantis (§. 29.); factum erit soliditas columnæ aqueæ eandem cum aërea gravitatem habentis (§. 197 *Geom.*).

2. Quod si jam constet pondus pedis cubici aquæ, pondus columnæ aëreæ desideratum per Regulam trium eruetur (§. 85 *Arithm.*).

EXEMPLUM.

Sit diameter circuli 100''', erit area 7850''' (§. 134. *Geom.*)

Altitudo columnæ aqueæ 3100'''

785000

23550

Soliditas columnæ aquæ 24335000'''

1000'' —— 72 lib —— 24335''

72

48670

17034

1752120

1752120 (1752 $\frac{3}{25}$ pondus columnæ aëreæ.
1000

COROLLARIUM.

33. Si diameter ſphæræ alicujus fuerit 1, baſis columnæ aëreæ incumbentis eſt circulus, cujus diameter 1′, maximus nimirum ſphæræ circulus; adeoque ejus pondus 1752 lib. Aſt hujuſmodi columna non ſolum deorſum, verum etiam ſurſum premit (§. 26. 27).

THEOREMA II.

34. *Si vas fuerit aëre plenum, nullus eſt preſſionis aëris ambientis in ipſum effectus; aſt ubi evacuatur, ſequitur effectus vi prementi aëris ambientis reſpondens.*

DEMONSTRATIO.

Si vas fuerit aëre plenum ejuſdem cum ambiente externo denſitatis; elater aëris incluſi æqualis eſt vi prementi aëris ambientis (§.23.). Ergo aër internus tantundem premit extrorſum ac externus introrſum: conſequenter nullus eſt preſſionis aëris ambientis in vas effectus (§. 13. *Hydroſt.*) *Quod erat primum.*

Enim vero ſi vas vel prorſus vel ex parte aëre evacuatur (§. 11.); in caſu

casu primo pressioni aëris externi nihil resistit, in casu vero altero aër internus rarior evadit externo (§. 16); consequenter elater ejus minuitur (§. 24.). Cum itaque pressioni aëris externi, intus vel omnino non resistatur vel non satis valide, sequi debet effectus, vel vi toti aëris prementi, vel ejus excessui supra resistentiam interni proportionalis (§. 13. *Hydrost.*) *Quod erat alterum.*

SCHOLION.

35. *Hinc ratio manifesta, cur campana vitrea, disco orichalceo, aëre educto, ita pertinaciter adhæreat, ut ab eo avelli nequeat; cur duo hemisphæria cuprea, quorum fissura sebo obducta, aëre exhausto adeo firmiter cohæreant, ut ne quidem plurium equorum viribus divelli possint; cur vitra angulosa, si per antliam aëre evacuantur, à pressione aëris externi frangantur; & cur id generis plura contingant.*

THEOREMA III.

36. *Si in Tubo Torricelliano aliquid aëris super mercurio relinquatur, mercurius ad minorem altitudinem suspenditur, quam si vacuus fuerit.*

DEMONSTRATIO.

Si aër internus ejuſdem cum externo eſt denſitatis, ejus elater ſolus æquilibratur aëri externo prementi (§. 23 *Aerom.* & §. 13. *Hydroſt.*). Mercurius igitur vi gravitatis propriæ deſcendere incipit (§. 13. *Hydroſt.*); quod dum accidit, aër incluſus ſe dilatat (§. 14.) &, cum rarior evadit, ejus elater debilitatur (§. 24.). Quare cum ita rarefactus, non amplius aëri externo æquilibretur (§. 13. *Hydroſt.*) mercurii quædam portio in tubo remaneat neceſſe eſt. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

37. Quoniam gravitas mercurii & elater aëris ſimul æquiponderant aëri externo, tantum mercurii in tubo remanere debet, quantum ad ſupplendum exceſſum gravitatis aëris externi ſupra elaterem incluſi opus eſt.

COROLLARIUM II.

38. Adeoque elater aëris incluſi æquatur ponderi columnæ mercurialis, qua deficit columna mercurialis integra, quæ ſola aëri externo æquiponderat.

THEO-

THEOREMA IV.

39. *Si gravitas aëris minuitur, mercurius in Tubo Torricelliano descendere; si illa augetur, ascendere debet.*

DEMONSTRATIO.

Etenim mercurius intra Tubum Torricellianum suspensus æquiponderat gravitati aëris (§. 30.). Quare si hæc minuitur, mercurii quoque gravitas, consequenter altitudo ejus decrescere debet: contra si illa augetur, mercurius quoque ascendere debet (§. 13. *Hydrost.*) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

40. Cum altitudo mercurii in Tubo Torricelliano quotidie (licet non multum tamen sensibiliter) variet; concluditur inde, gravitatem, adeoque etiam vim elasticam aëris, multis mutationibus obnoxiam esse.

COROLLARIUM II.

41. Atque hæc est ratio, cur hoc instru-

tum ad metiendas mutationes in aëris gravitate evenientes adhibeatur; & *Barometrum* ſive *Baroſcopium* nuncupetur.

PROBLEMA III.

42. *Aërem per Antliam pneumaticam in vaſe comprimere.*

RESOLUTIO.

Fig. 4. 1. Vas AB ad antliam firmetur.

Fig. 1. 2. Foramen, quo epiſtomium oblique ſurſum verſus perforatum eſt, obvertatur cavitati antliæ, aciculaque ænea I eximatur.

3. Embolus DE ex antlia extrahatur; tum aër per epiſtomium ac tubum EB in eam ingredietur.

4. Convertatur epiſtomium, ita ut aperto tubo FK communicatio inter vas & cylindrum aperiatur, & ſuperne in I obturetur.

5. Tandem embolus DE iterum detrudatur; quo facto aër ex Antlia per tubulum FKL in vas expelletur, adeoque in vaſe comprimetur (§. 8.) Q. E. F & D.

SCHO-

SCHOLION.

43. *Opus est, ut vasa, in quibus aër comprimitur, ſint admodum firma; quia enim aëre compreſſo, ejus vis elaſtica valde intenditur (§. 24.); fieri poteſt, ut vaſa vi diſſiliant, & ſi vitrea ſunt, ſpectatores lædant.*

EXPERIENTIA IV.

44. *Quod ſi veſicam aëre mediocriter repletam, firmiterque conſtrictam, ad ignem admoveas, nec tamen nimis prope, ne ab igne damnum capiat; eam non ſolum valde diſtendi, ſed & ingenti prorſus fragore tandem diſrumpi obſervabis. Quod ſi vero eam ab igne removeas, antequam diſrumpatur, ſtatim flaccida evadit.*

COROLLARIUM I.

45. Cum aër veſicæ incluſus fruſtra obſiſtente aëre externo, calore dilatetur; (§. 9.); neceſſe eſt, ut vis, qua aër dilatatur (§. 15.) fortior fiat preſſione aëris externi (§. 13. *Hydroſt.*). Calore igitur vim aëris elaſticam intendi patet.

CO-

COROLLARIUM II.

46. Quia vero abeunte calore, veſica diſtenta rurſus flaccida fit; frigore, vis aëris elaſtica minuatur neceſſe eſt.

COROLLARIUM III.

47. Unde ſi tubus vitreus BC aqua impleatur, globus AB vero aëre plenus relinquatur, tubique orificium C aquæ in vaſculo EF contentæ immittatur; aqua in tubo BC aſcendet, ſi frigus aëris increſcit; contra deſcendet, ſi idem decreſcit, ſive increſcit calor: quia in caſu primo aër in globo contrahitur, in altero dilatatur.

Fig. 2.

SCHOLION.

48. *Hoc inſtrumentum primò ad mutationes caloris & frigoris in aëre metiendas adhibitum fuit, atque* Thermometrum, *vel meliori jure* Thermoſcopium *appellatum fuit; loco autem vaſculi, tubus alio adhuc globo exiguum foramen habente inſtructus fuit. Enim vero cum & gravitas aëris ſuis variationibus multas mutationes producere poſſit* (§. 29. 40.) *de aliis inventionibus cogitatum fuit.*

PROBLEMA IV.

49. Thermoſcopium *conſtruere, in*

quo

quo mutationes caloris ac frigoris in aëre observare licet.

RESOLUTIO.

1. Crustulis ex radice Curcumæ aut Anchusæ resectis affundatur spiritus vini rectificatissimus, qui pulverem pyrium accendit: à priori radice colore flavo, à posteriore autem rubro tingetur.

2. Postea spiritus vini iterum iterumque filtretur per chartam bibulam, ut particulæ crassiores ex radice extractæ remaneant.

3. Spiritu vini filtrato impleatur globus vitreus AB cum tubo BC. Ne autem nimis parum immittatur & hyeme spiritus omnis in globum descendat; ex re est, globum immitti nivi salsæ, aut glaciei rasæ, multoque sale conspersæ, vel (si æstivo tempore Thermoscopium parare volueris) aquæ fontanæ frigidæ, in qua multum nitri solutum fuit, & tamdiu inibi detineatur, donec spiritus ulterius non descendat.

Fig. 6.

4. Quod

4. Quod ſi nimis alte ſupra globum ſtet, effundatur nonnihil liquoris, globuſque aquæ ferventi immergatur, non tamen ſubito, ſed in vaporibus ebullientis aquæ ante ſenſim calefiat, ne forte diſſiliat: tum ſpiritus aſcendet in tubo, aeremque expellet. Attamen quando veſiculæ in ſpiritu naſci incipiunt, globus prompte ex aqua tollendus eſt, quia aliàs ſpiritus, antequam caveas, effluet.

5. Tandem tubo ad flammam lampadis admoto, hermetice in C ſigilletur.

6. Denique tubulus tabulæ ligneæ oblongæ affigatur, cujus ſuperficiei affixa eſt ſcala in partes quotcunque æquales diviſa.

Ita inſtrumentum erit paratum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim experientia docet, ſpiritum vini à frigore contrahi, à calore expandi; ex hoc inſtrumento intelligitur, frigus creviſſe, ſi ſpiritus in tubo deſcendit; contra idem decre-

visse, sive increvisse calorem, si spiritus in tubo ascendit. Ergo est Thermoscopium, in quo mutationes caloris ac frigoris in aëre observare licet. Q. E. D.

SCHOLION I.

50. *Si spiritus per insigne intervallum descendit, calorem multum decrevisse constat; si ascendit, eundem multum crevisse intelligitur: quoniam tamen sciri nequit, quoties ex. gr. gradus caloris hodierni in gradu alterius cujuscunque diei contineatur, hoc Thermoscopium non est instrumentum, quo calorem metiri licet.* (§. 2.)

SCHOLION II.

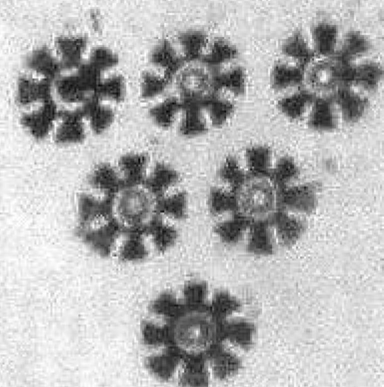
51. *Cæterum, quamvis mutationes in eo admodum sensibiles existant, imprimis cum tubulus admodum subtilis, ita ut spiritus per notabile intervallum ascendat, manu calida ad globum admota statimque iterum descendat, ea remota; deprehendetur tamen postquam per insigne intervallum tempore hyemali semel descendit, illum non statim iterum ascendere posse cum in eadem profunditate permaneat, tempestate jam multo mitiore.*

SCHO-

SCHOLION III.

52. *Vulgo duplicis generis gradus designantur, quorum nonnulli incrementum caloris, alii decrementum caloris, sive incrementum frigoris indicant. Nimirum Thermoscopium in cellam profundam transfertur, ibique per noctem deponitur, & mane punctum, ad quod spiritus in tubulo subsistit, notatur. A quo, tanquam gradu aëris temperati, sursum numerantur gradus crescentis caloris, deorsum vero gradus augescentis frigoris.*

AEROMETRIÆ.
FINIS.



ELE-



ELEMENTA HYDRAULICÆ.

DEFINITIO I.



YDRAULICA est ſcientia motus fluidorum, præſertim aquarum.

DEFINITIO II.

2. Per *Tubum* intelligimus cylindrum quemcunque cavum.

PROBLEMA I.

3. *Cochlea Archimedis aquam elevare.*

RESOLUTIO.

1. Cylindrus A B circumdetur tubo plumbeo ea lege, qua helicem

Tab. I. *Fig.* 1.

in cochlea design are solemus (§. 90 *Mech.*).

2. Eidem cylindro infigatur inferne clavus teres, superne vero aptetur manubrium, mediante quo circumagi possit.

3. Cylindrus denique inclinetur ad horizontem sub angulo 45 circiter graduum, osque inferius B aquæ immergatur. Ita cylindrum versando, aqua poterit attolli.

DEMONSTRATIO.

Etenim si os inferius aquæ immergatur, aqua proprio suo pondere ruit ad F. Circumvoluta cochlea aqua reptat ab F usque ad G. Eadem denuo circumvoluta, aqua reptat à G usque ad H & ita porro, donec tandem supra in A erumpat. Q. E. D.

SCHOLION.

4. *Hac Machina, exigua vi multum aquæ, sed non alte attolli potest: unde ad exhauriendos lacus commode adhibetur.*

PROBLEMA II.

5. *Rosarium construere ad elevandam aquam.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Tubus ligneus BL ejus altitudinis, ad quam aqua elevanda, aquis implantetur.

2. Tum ſubter aqua, tum ſupra, quo aqua elevanda, collocentur duo cylindri GH & ED, circa axiculos ferreos mobiles.

Tab. I. Fig. 2.

3. Tandem funis, aut catena, innexis globis coriaceis qui cavitatem tubi exacte repleant, trajiciatur per tubum, & cylindris circumducta, colligetur.

Quod ſi cylindrus ſuperior GH circumagatur, aqua attolletur uſque ad L.

DEMONSTRATIO.

Quoniam tubus in aqua erectus, foramen inferne in B exciſum habet, aqua eo uſque intrat, donec cum ambiente in eadem altitudine exiſtat (§. 15. *Hydroſt.*) Quod ſi jam cylindrum ſuperiorem GH convertas, inferior ED ſimiliter convertitur, globique per tubum BL trahuntur.

Quamprimum vero globus tubum ſubit, aquæ exitum occludit, & aſcendens aquam ſurſum protrudit, tandemque ſuperne in L eiicit. Q. E. D.

PROBLEMA III.

6. *Aquam ope catenarum ſitulis inſtructarum elevare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 3.

1. Subter aquam horizontaliter collocetur cylindrus, aut priſma ſexangulare M N, circa axiculum ferreum mobile.

2. Eo in loco, quo aqua elevari debet, conſtituatur cylindrus aut priſma ſimile O P alteri parallelum, circa axiculum ferreum itidem mobile.

3. Situlæ S catenis connectantur; quæ utrumque cylindrum vel priſma ambiant.

Quod ſi cylindrum ſuperiorem OP convertas, inferior ſimiliter convertitur, & ſitulæ per aquam tranſeun-

ſeuntes aquam hauriunt ſuperius in P effundendam.

SCHOLION.

7. *Roſariorum ſuſtentatio ſumtuoſa eſt, quia globi facile atteruntur; multam etiam vim, per affrictum in tubo abſorbent. Machina cum ſitulis, hyeme incommoda eſt, quia catenæ frigore haud raro diſſiliunt, funes vero facile rumpuntur.*

PROBLEMA IV.

8. *Aquam Tympano elevare.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur Tympanum, ex abſidibus & palmulis. Tab. I. *Fig.* 4.

2. Hinc & inde intra binas palmulas fiat ciſtula, ſuperne in fronte rotæ, omnino clauſa, in altero vero latere A, nonnulla foramina habens per quæ aqua intrare poſſit.

3. Ex uno latere firmetur fundus ad apſides rotæ; ex altero, promineat tantillum ultra apſidem, quo foramen quadratum relinquatur, per quod ſuperne aqua effundi queat.

Quod ſi hæc rota aquæ ſuperim-

pendatur, & convertatur; ciſtæ aquam haurient in tranſitu, eamque ſuperne effundent. Plures aliæ ſpecies Tympanorum pro haurienda aqua parantur, quas hic ſilentio prætermittimus.

PROBLEMA V.

9. *Conſtruere Antliam attractivam, cujus ope aqua ex loco profundo in altum evehi poſſit.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 5.

1. In aquam perpendiculariter implantetur tubus ligneus ABDC.

2. Subtus fundo DC aptetur valvula ſeu ventile I, quod ſurſum hiare poteſt, ſed non deorſum.

3. Embolus cavus LK tantæ craſſitudinis, ut exacte impleat cavitatem tubi, ne inter ipſum & tubum aqua penetrare poſſit, annectatur virgæ ferreæ EL.

4. Superne in L valvula inſtruatur.

Quod ſi intra tubum ſurſum deorſum-

ſumque agitetur embolus, aqua in altum evehetur.

DEMONSTRATIO.

Nam dum embolus attollitur, ſpatium aëre vacuum in tubo relinquit, aëreque premente, aqua valvulam I elevat, inque cavitatem tubi ingreditur (§. 27. *Aërom.*). Embolo rurſus depreſſo, clauditur valvula inferior I, & aperitur ſuperior L; quo ipſo aqua ſupra valvulam aſſurgit. Repetitis igitur emboli agitationibus, aqua elevata tandem per tubum MH effluit. Q. E. D.

SCHOLION.

10. *Valvulæ ſimpliciſſimæ* C *conficiuntur ex corio, habentque figuram circularem, & in anſula ſuper foramen fundi aut emboli, clave firmantur. Confici etiam poſſunt ex lamina cuprea* E, *& corio tenui obduci, circa cardinem in* D *mobiles. Ut autem certius relabantur, Elatere* G *inſtruuntur.*

TAB. I. Fig. 6. & 7.

PROBLEMA VI.

11. *Conſtruere Antliam, quæ aquam attractam alte ejiciat.*

RESOLUTIO.

TAB. II. *Fig.* 8.

1. Parentur duo cylindri orichalcei ABCD, in fundo DC valvulis instructi.

2. Unicuique afferruminetur tubus cum valvulis in H vel I, sursum versus N hiantibus.

3. Immittatur embolus K cavitati cylindri exacte congruens, ut aqua inter ipsum & tubum ascendere nequeat.

DEMONSTRATIO.

Dum enim embolus K attollitur, valvula ad fundum aperitur, aërque externus aquam in cylindrum propellit (§. 29. *Aërom.*); sed quum rursus deprimitur, valvula L recluditur & aqua per tubum lateralem expellitur, quæ valvulam I aperit, & ulterius per tubum in N afferruminatum protruditur. Ita hac machina aqua in altum propelli potest. Q. E. D.

SCHOLION I.

TAB. I. *Fig.* 9.

12. *Valvula etiam sequenti modo fieri potest. In fundo cylindri foramen A torno excavatur, ad instar coni truncati, eique immittitur conus trun-*

truncatus orichalceus B, torno itidem elaboratus, & clavo, aut tigillo transverso D impeditur, ne inverti possit. Vel foramen hemisphæricum excavatur, eique globus orichalceus cavitati exacte congruens immittitur.

SCHOLION II.

13. *Duo cylindri combinantur, ut machina celeriter & continuo aquam ejiciat, cum ita ordinetur, ut embolo altero depresso, alter attollatur. Hæc machina etiam adhibetur ad restinguenda incendia; ut & ad* Opera, *ut vocant* aquaria.

DEFINITIO III.

14. Per *Opus aquarium*, intelligimus Machinam, ope cujus aqua in omnia loca circumjacentia, ex. gr. in omnes fontes domesticos derivari potest.

PROBLEMA VII.

15. *Opus aquarium construere.*

RESOLUTIO.

1. Ædificetur turris aut aliud ædificium, prout elevatio locorum ultra libellam aquarum eo derivandarum requisiverit.

2. Intra turrim aut ædificium

aqua elevetur vel ope rosarii (§. 5.) vel sitularum catenis connexarum (§. 6.) vel tympani (§. 8.) vel antliarum (§. 9. 11.), viribus vel animatis, vel inanimatis, legitime applicatis juxta regulas §. 109. 110. 120. & *seqq. Mechanicæ* traditas.

3. Supra aqua in aheno cupreo colligatur, in cujus fundum implantati sint tubi, per quos iterum descendere possit;

4. Ne aqua ultra latera aheni unquam assurgat, unus alterve ad summitatem fere protendatur tubus, per quem nimia in fluvium refluat, unde hauritur.

5. Hi tubi verticales connectantur cum aliis horizontalibus vel inclinatis, sub terra defossis, & ad eum usque locum protensis, in quem aqua deducenda.

6. Iis denique in locis, in quæ aqua deducitur, erigantur tubi verticales, in quos hient lumina horizontalium.

Quo facto aqua in his tubis ascendet

det (§. 15. *Hydrost.*), ac proinde *Opus aquarium* perfectum est (§. 14.). Q. E. F.

SCHOLION I.

16. *Non male canales in domibus amplæ fient, tanquam putei, & canales horizontales inferne epistomio instruentur, quod ope virgæ ferreæ aperire ac recludere licet. Ita enim aqua ad arbitrium admitti, arcerique poterit, hyemeque canalis fimo, stramineque vestiri, ne aqua intus congelet.*

COROLLARIUM.

17. Cum experientia doceat, aquam fere ed eandem altitudinem reverti, ex qua deciderat, fontes salientes poterunt confici, si per opus aquarium aqua elevetur, atque deinde per exiguos canales orichalceos ad fontem, ex quo salire debet, deducatur.

SCHOLION II.

18. *Ex principiis Hydrostaticæ* (§. 15. Hydrost.) *aqua præcise ad eandem altitudinem, ex qua delapsa fuerat, reverti deberet; sed experientia non consentit, quia semper paulo minus assurgere observatur, quam deciderat, immo si canalis pro vi premente nimis amplus est, plane non salit, sed tantum effluit. In rationem hic non inquiremus.*

PRO-

PROBLEMA VIII.

19. *Fontes diversimode exornare.*

RESOLUTIO.

Quoniam aqua saliens figuram aperturæ tubi assumit, ejusque directionem conservat: omnia hic à figura aperturæ & ejus directione pendent.

1. Ut aqua, virgulæ ad instar, in altum directe saliat, erigatur tubus horizonti perpendicularis. Si impetus satis validus fuerit, sphæra cuprea cava, salienti aquæ poterit immitti, quæ illam semper perpendiculariter in aquam recidentem, quasi in aëre pendulam & continuo mobilem, ac saltitantem sustinebit, modo vento non exponatur. Poterit etiam disponi infundibulum circa foramen tubi, ex quo aqua erumpit, ut si contingat globum decidere, rursus ab aqua saliente attollatur: & hoc modo aqua cum sphæra tanquam pila ludet.

2. Si desideretur, ut aqua quaquaversum erumpat, plures fistulæ variis mo-

modis locandæ ſunt, aliæ verticaliter, aliæ horizontaliter, aliæ ſub angulo quovis; fiſtulæ etiam poterit inſeri *caput* ad inſtar hemiſphærii, aut ſuperne clauſi coni aut cylindri, totum ſubtiliſſimis foraminulis pertuſum; ita aqua circum circa, ad inſtar tenuiſſimorum filorum proſiliet.

3. Iridem exhibere poteris, ſi aquam in guttas diſſipaveris, & oculum inter fontem quaſi pluentem & ſolem in pluviam irradiantem collocaveris. Id autem obtinebis, ſi aqua per foramina plurima tenuiſſima, vel per unicum foramen ſcabrum emittatur, aut ſi cadat ſupra aliquod hemiſphærium ſeu rotundum tectum, indeque defluat circumquaque.

4. Tandem aquam extendere poteris ad modum lintei, ſi aqua per crenam arctam & bene politam erumpere cogas.

Plura alia ornamenta inveniuntur in Bocleri *Architectura curioſa.*

PROBLEMA IX.

20. *Conſtruere vas ad hortos irrigandos idoneum.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 10.

1. Fiat vas ſphæricum HB, aut alius figuræ, collo tenui HE inſtructum, & hemiſphærium DB foraminulis pertundatur.

2. Vaſi afferruminetur fiſtula E, cujus lumen pollice obturari poteſt.

Dico, ſi vas in aquam demergas, eam per foraminula fundi intrare: ſi digito ad orificium E applicato vas extrahas, nihil aquæ effluere: ſi tandem digitum iterum removeas, aquam per foraminula inſtar roris ſtillare, adeoque ad hortos irrigandos adhiberi poſſe.

DEMONSTRATIO.

Si vas uſque ad fiſtulam, operto lumine E, in aquam demergas, eo uſque per foraminula fundi implebitur, donec aqua in vaſe cum ambiente ad libellam perveniat (§. 15. *Hydroſt.*). Aſt ſi, digito ad lumen E applicato, idem extrahas, cum altitudo ejus unius alteriuſve pedis longitudinem non excedat, & foraminula

nula fundi adeo exigua ſint, ut juxta aquam effluentem aëri in vas aditus denegetur: aër ambiens impediet, quo minus quidpiam aquæ effluere poſſit. Si digitum removeas, aëris integra columna, ab orificio E uſque ad extremitatem atmoſpheræ extenſa, in aquam in vaſe contentam, & unà cum aqua, in aërem ad fundum DB gravitat. Quare, cum preſſio aëris per orificium in aquam æqualis ſit reſiſtentiæ aëris ad fundum (§. 15. *Hydroſt.*) aquæ pondus hanc ſuperabit, adeoque ea per fundum vaſis rorabit. Q. E. D.

PROBLEMA X.

21. *Siphonem conſtruere, hoc eſt, inſtrumentum, cujus ope liquor ex vaſe hauriri poteſt.*

RESOLUTIO.

Conſtruatur vas FE, cujus pars media ABCD figuram cylindri, extremæ autem AFB & CED figuram conorum truncatorum habeant, ſintque orificia F & E utrinque aperta, nec

TAB. I. *Fig.* II.

nec majora, quam quæ digito apposito commode claudi possint.

Dico, si vas in liquorem demergas, fore ut eodem repleatur, etsi superius orificium F promineat: si digito ad F applicato extrahatur, fore ut per lumen E nihil effluat: si denique digitum removeas, fore ut totus effluat.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ problematis præcedentis.

THEOREMA I.

TAB. I. *Fig.* 12.

22. *Si tubi recurvi ABC brachium minus AB in liquorem immergatur, aërque per foramen C exsugatur; liquor per brachium brevius assurget ex vase, & tamdiu effluet per tubum BC, quamdiu foramen A eundem attingit, & altius altero foramine C existit.*

DEMONSTRATIO.

Sipho enim, si aër exsugatur, vacuus fit. Quare, cum aër aquam, cui incumbit, premat (§. 18. *Aërom.*) & in siphone nihil resistentiæ offendat; in

in brachium minus AB aquam propellat necesse est, quæ per brachium majus BC vi gravitatis propriæ delabetur. Quare, cum aër ad A tantum premat, quantum ad C, contra ob perpendiculum tubi BC, majus perpendiculo tubi AB, aqua in BC fortius versus C, quam aqua in AB versus A premat (§. 17. *Hydrost.*); aqua tamdiu per C effluat necesse est, donec aër per A in siphonem irruere, & inæqualem pressionem tollere potest. (§. 13 *Hydrost.*). Q.E.D.

SCHOLION I.

23. *Nihil refert, utrum alterutrum vel utrumque tubi brachium in sinus flexum sit; dummodo inferius orificium C semper depressius sit superficie aquæ exhauriendæ.* (§. 17. *Hydrost.*)

SCHOLION II.

24. *Interdum figura siphonis immutatur, loque brevioris brachii conficitur amplus tubus RS, ad fundum vasis TV afferruminatus cum unico tantum orificio in R. Quamprimum enim aqua semel per tubum PQ fluere cœpit, tamdiu effluere pergit, quoad aër per R in amplum tu-*

Tab. II. Fig. 13.

 bum

bum R S irruere potest. Hic sipho Diabetes *vocatur.*

PROBLEMA XI.

25. *Fontem intermittentem construere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 14.

1. Intra vas rotundum immittatur, atque fundo medio afferruminetur tubus F H M, utrinque apertus, fereque operculum vasis L attingens.

2. Os tubi inferius afferruminetur catino C D, ex quo per exiguum foramen in medio ejus aqua defluere queat in vas suppositum. Et tubus F H M prope catinum foraminulo M pertusus sit.

3. Operculum vasis pertusum sit foramine cochlea munitum, per quod aqua infundi possit; fundus vero multis foraminulis, per quæ aqua destillare queat.

Quod si vas superius aqua repleatur, aqua per foraminula destillat in catinum, & foramen M brevi obsidebit, ut nullus aër in locum aquæ de-

delapſæ ſuccedere poſſit; adeoque fluxus aquæ per foraminula ceſſabit. Interea ex catino aqua defluit in vas inferius, & quamprimum foramen inferius tubi M liberatur, aërique aditus in vas denuo conceditur, aqua denuo per foraminula ejuſdem effluit.

PROBLEMA XII.

26. *Fontem conſtruere in vaſe vitreo clauſo ſalientem.*

RESOLUTIO.

1. Sit ſphæra vitrea A, cujus orificium cochlea BE munitum.

Tab. II. *Fig.* 15.

2. Per cochleam tranſeat tubulus DC exiguo lumine in C, ſed ampliore in D inſtructus, cujus pars major ſit extra vitrum.

3. Eidem cochleæ afferruminetur tubulus EF, ſupra prope cochleam E amplus, at infra in F gracilis ſed altero CD duplo fere longior.

4. Sint duo vaſa IK & LM mediante tubo HN inter ſe connexa,

& basi superioris IK afferruminetur tubulus GH.

5. Per quem ad vas inferius demittatur tubus EF.

Quod si vas IK & circiter tertiam partem sphæræ A aqua repleas, aqua ex sphæra per tubulum EF in vas LM descendet, & per tubulum DC in sphæram ascendet, per lumen exiguum C saliendo.

PROBLEMA XIII.

27. *Aquam vi elastica aëris compressi movere.*

RESOLUTIO.

TAB. II. *Fig.* 16.

1. Fiat vas cupreum solidum figuræ rotundæ AD, superne interneque fundo orichalceo solido munitum.

2. In fundo inferiori CD fiat foramen cochlea munitum, per quod aqua infundi possit.

3. Fundo superiori AB afferruminetur tubus FE, ad fundum inferiorem fere pertingens, & supra, extra vas AD helicibus gaudens, ut non so-

ſolum fonticulus ad antliam, ſed & tubulus ad fonticulum aptari poſſit.

Quod ſi igitur aër in vaſe A D, ope antliæ vel ſyringis, comprimatur (§. 42. *Aërom.*), eaque ablata, tubuloque appoſito, clavicula aperiatur, aër aquam per F violenter expellet.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër in vaſe comprimitur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aërom.*). Quare, cum fortius premat quam externus in F reſiſtit, aquam per tubulum E F ejiciat neceſſe eſt, donec cum externo in æquilibrium redierit (§. 13. *Hydroſt.*) Q. E. D.

ALITER.

TAB. II. *Fig.* 19.

Accipiatur vitrea phiala A B, in quam per orificium immittatur, & cœmento firmetur tubulus vitreus C D, ſuperne in oſculum valde anguſtum deſinens, fermeque fundum phialæ D attingens. Quod ſi vas aqua tamen non prorſus plenum repleatur, aërque ore inſletur, remoto ore, aqua proſiliet.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio eſt eadem cum præcedente.

SCHOLION.

28. *Hunc fonticulum facile aqua replebis, exſugendo aërem per tubum, & orificium aquæ promte immergendo; aër enim externus ſua preſſione tantum aquæ intrare coget, quantum aëris ſuctione exhauſeras* (§. 34. *Aërom.*).

PROBLEMA XIV.

29. *Fontem ſalientem conſtruere, ubi exſiliens aqua, remanentem ſequi cogit.*

RESOLUTIO.

Tab. II. *Fig.* 17.

1. Duo vaſa PR & HQ circum circa diligenter clauſa ſibi mutuo imponantur, atque immediate, vel mediate, per unam vel plures interjectas columnas, connectantur.

2. Operculo vaſis ſuperioris PD, concavo ad modum catini vel pelvis, tubus DL afferruminetur utrinque apertus, fermeque fundum vaſis inferioris attingens.

3. Operculo vaſis inferioris HR tubus FM afferruminetur, itidem ex utra-

utraque parte apertus; atque ad operculum fere, vasis superioris PD pertingens.

4. In medio denique operculo superioris vasis afferruminetur tubus AC, qui exiguo instructus foramine A prope ad fundum HR pertingit.

Quod si vas superius PR aqua repleas, posteaque catino KO nonnihil infundas, aqua ex vase exsilire incipiet, pergetque quamdiu aliquid aquæ in vase remanebit.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër ex catino KO, per tubulum DL defluit, expellit aërem ex vase HQ, per tubulum FM in vas superius. Cum itaque aër hoc modo comprimatur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aerom.*). Proinde aëre externo debilius premente in A, quam aër vasi PR inclusus; necesse est ut aqua per tubulum CA ejiciatur. Relabente autem aqua expulsa in catinum KO, continuo per tubulum DL defluet, aëremque ex inferiori vase HQ, in superius per tubulum

FM depellet. Proinde prosilire perget, quoad aliquid aquæ in vase PR remanebit. Et hoc modo aqua exsiliens, remanentem sequi cogit. Q. E. D.

SCHOLION.

30. *Ingeniosi hujus jucundique fonticuli*, Hero Alexandrinus *inventor est; quare in ejus memoriam Fons Heronis recte audit. Exsilit autem aqua per eandem rationem de qua ante* (§. 27.), *nisi quod hoc casu aër singulari ratione, nempe per gravitatem aquæ in tubo* D L *comprimitur.*

PROBLEMA XV.

31. *Aquam per aërem calore rarefactum expellere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 18.

1. Sint duo vasa ABCD & CDEF per diaphragma CD à se invicem separata, habeatque superius ABCD catinum AGHB afferruminatum, ejusdem cum ipso capacitatis.

2. Ex diaphragmate CD ascendat tubulus IK fundum catini non prorsus attingens.

3. Per fundum catini exsurgat alius

alius tubulus L M, cujus lumen L à diaphragmate exiguo intervallo distet.

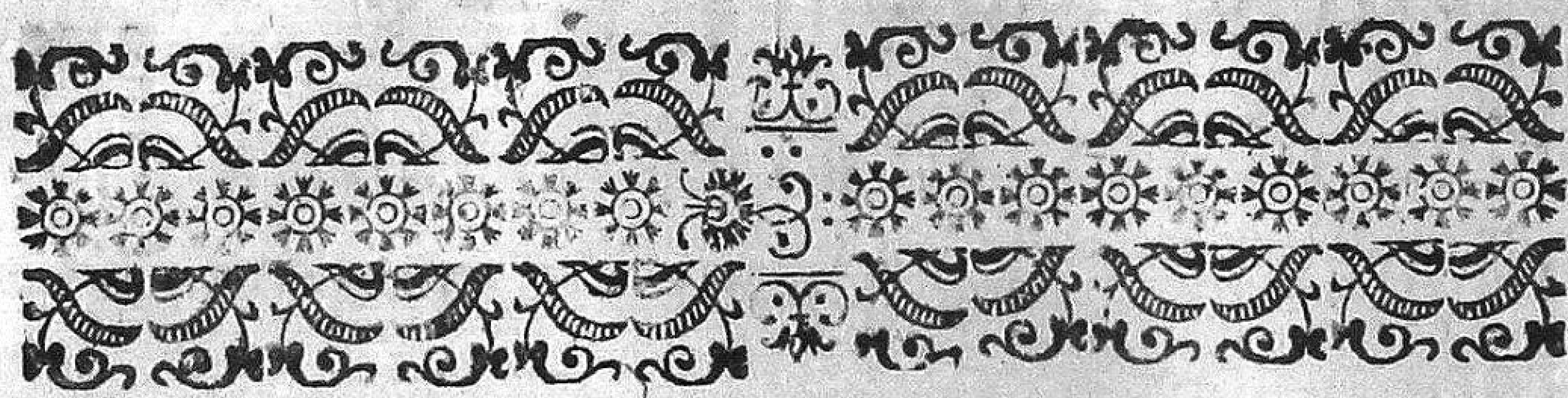
Dico si vas E F prunis imponatur, aut faces ardentes fundo ejus EF supponantur, fore ut aqua ex vase A D per tubulum L M ejiciatur.

DEMONSTRATIO.

Incalescente enim aëre in vase C E F D, aër rarefit, ejusque elater intenditur (§. 45. *Aërom.*). Elater igitur aëris inclusi fortius premit aquam in vase A D contentam, quam externus per L M resistit; consequenter aqua per tubulum L M ejicitur. Q. E. D.

HYDRAULICÆ.
FINIS.





ELEMENTA OPTICÆ.

DEFINITIO I.

1. OPTICA est scientia visibilium, quatenus ope radiorum, directe ab ipsis in oculum illabentium visibilia sunt.

SCHOLION.

2. *Interdum latius sumitur pro scientia visibilium, quatenus visibilia sunt; ita ut* Catoptricam *atque* Dioptricam *unà comprehendat.*

DEFINITIO II.

3. Id quod corpora circumjecta visibilia reddit *Lumen* vel *Lucem* vocamus; luminis vero defectum *Umbram*, & absentiam omnis lucis *Tenebras*.

AXIOMA I.

4. *Nihil videtur ſine lumine.*

AXIOMA II.

5. *Quo magis affluxus luminis in loco quodam impeditur, eo intenſior fit umbra.*

OBSERVATIO I.

6. *Si per exiguum foramen ad inſtar piſi lumen ſolare in locum obſcuratum intromittas, radium lucidum in linea recta progredi obſervabis.*

COROLLARIUM I.

7. Ergo radii luminis per lineam rectam repræſentari poſſunt.

COROLLARIUM II.

8. Quare cum lumen juxta lineas rectas progrediatur, nihil videre poſſumus, quod non cum oculo in eadem recta jacet, niſi radius in itinere à via ſua detorqueatur (§. 10. 14).

COROLLARIUM III.

9. Radii A*b*, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*, ex eodem puncto A emanantes continuo magis divergunt, quo longius procedunt, & hinc lumen continuo fit debilius.

TAB. Optic. *Fig.* 1.

OBSERVATIO II.

Fig. 2.

10. *Si radius GC per angustum foramen in cameram obscuram intrans, speculo BD excipiatur, ita ut cum eo efficiat angulum rectum GCD, radius resiliet in se ipsum. Ast si speculum BD ita constituatur, ut radius incidens FC cum illo efficiat angulum obliquum FCD; resiliet ad latus alterum, & resiliens radius EC cum speculo angulum ECB efficiet, æqualem illi quem radius incidens cum eodem speculo formaverat.*

DEFINITIO III.

Fig. 2.

11. Commemorata radiorum proprietas dicitur *Reflexio*. Angulus FCD, quem efficit radius incidens FC cum speculo BCD vocatur *Angulus incidentiæ*. Angulus ECB vero, quem efficit radius reflexus EC cum speculo *Angulus reflexionis* nuncupatur.

COROLLARIUM.

Fig. 2.

12. Proinde in speculo quocunque angulus reflexionis ECB est æqualis angulo incidentiæ FCD (§. 10).

OBSERVATIO III.

13. *Si radius LM per exiguum foramen in cameram obſcuratam intromiſſus, oblique incidat in vitrum conicum aqua repletum HKI, non rectà ex M in N tendet; ſed tranſiens ex vitro in aërem, ſecundum rectam MO progredietur, non aliter ac ſi ex P veniſſet.* Fig. 3.

COROLLARIUM.

14. Radius itaque luminis frangitur, quotiescunque ex materia craſſiore in tenuiorem, vel ex tenuiore in craſſiorem penetrat.

DEFINITIO IV.

15. Hæc radiorum proprietas, hæc deviatio à linea quam tenebant, dicitur *Refractio*.

DEFINITIO V.

16. Angulus VSX quem facit radius incidens TV cum refracto SX, dicitur *Angulus refractionis*. Angulus ZSX, quem facit radius refractus SX cum linea SZ, quæ in puncto incidentiæ S ad ſuperficiem corporis QR, in quod incidit radius, per- Fig. 4.

perpendicularis existit, dicitur *Angulus refractus*. Tandem angulus TSY, quem facit radius incidens TS cum dicta perpendiculari SY, *Angulus inclinationis* audit.

OBSERVATIO IV.

Fig. I. 17. *Quodlibet punctum objecti A, videtur omnibus in locis b, c, d, e, f, ad quæ ex eo linea recta duci potest.*

COROLLARIUM.

18. Ergo quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaversum spargit (§. 3.).

DEFINITIO VI.

19. Oculus constat diversis Tunicis & Humoribus. Tunica extrema atque antica refert cornu pellucidum, unde etiam *Cornea* cognominatur. Huic conjuncta est postica valde firma, majorem oculi partem involvens *Sclerotica* dicta. Sub cornea est *Uvea*, variis coloribus, quos vulgus corneæ tribuit, distincta. Hæc in medio habet foramen rotundum, quod nominatur *Pupilla*. Uveæ annexa est *Choroides*, Scleroticæ contigua. Huic de-

denique adjacet *Retina*, ex ſubtiliſſimis nervi optici fibrillis contexta, quæ à Choroide ſeparata in maſſam muſcoſam conglobatur, intra aquam autem agitata facile ut linteum expanditur. Poſtticam, maximamve oculi cavitatem occupat *Humor Vitreus*, glutini amylato ſimilis: mediam ſub pupilla *Humor Cryſtallinus* tenet, inſtar lentis ex utraque parte convexæ: anticam intra humorem cryſtallinum & tunicam cornicam *Humor Aqueus* complet, qui tunica cornea perforata ſtatim effluit.

OBSERVATIO V.

20. *Si Humorem cryſtallinum candelæ accenſæ aut feneſtræ obvertas, & à tergo chartam teneas; dein chartam ſenſim ſenſimque ad eundem admoveas; candela cum motu flammæ, aut feneſtra cum orbibus ſuis vitreis, ſubtiliſſime ſuper ea depingetur; ſed inverſo ſitu, ita ut flammæ cuſpis terram reſpiciat. Quod ſi candelam retrahas, imago in charta diſparebit, reditura ſi chartam propius admoveris, ſed minor priore. Idem fit, ſi*

si Humori crystallino substituas vitrum politum convexum.

COROLLARIUM I.

21. Objecta, à quibus radii in oculum illabuntur, accuratissime ac subtilissime, sed situ inverso, pone humorem crystallinum delineantur.

COROLLARIUM II.

22. Imago major est, majorique intervallo post humorem crystallinum distat, si objectum est vicinum, quam si est remotius.

COROLLARIUM III.

23. Cum adeo objecta vicina videantur majora, remota vero minora; objectum magnum apparet, magna in oculo depicta imagine: parvum vero, parva imagine effecta. Proinde duo objecta, quorum imagines eandem in oculo magnitudinem habent, æqualia esse videntur.

COROLLARIUM IV.

24. Cum objecto moto, etiam imago in oculo locum mutet: objectum in motu videmus, loco imaginis in oculo mutato.

COROLLARIUM V.

25. Cum imago in oculo delineata, objecto ipso multo minor existat; fieri potest, ut vel ob hujus parvitatem, vel nimiam distantiam, indi-

individuum in oculo punctum occupet, adeoque objectum non amplius repræsentet. Ergo in neutro casu objectum videri potest.

COROLLARIUM VI.

26. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remotæ satis magnæ videri possunt; neque vicina neque remota prorsus distincte nudo oculo videmus: distinctius tamen vicina, quam remota. Nam distincte aliquid videmus, si partes omnes actu à se invicem distinctas discernimus.

COROLLARIUM VII.

27. Quia imago in retina exhibetur: huic Humor crystallinus propinquior sit necesse est, si objectum longe distans distincte vides, quam si objectum vicinum conspicis (§. 22).

COROLLARIUM VIII.

28. Ergo oculus eminus ac cominus distincte videns, Humorem crystallinum ita comparatum habet, ut distantiam à retina mutare valeat.

COROLLARIUM IX.

29. Objecta vicina minus distincte in retina depinguntur, si humor crystallinus ipsi nimis propinquus est. Ita ratio patet cur homines quidam cominus non satis distincte videant. Objecta remotiora minus distincte

repræsentantur in Retina, si Humor crystallinus nimis ab ea distat. Atque ita intelligitur cur homines quidam eminus cernere minus valeant.

SCHOLION.

30. *Omnes mutationes, quæ in oculo contingunt, in conclavi quoque obscurato observari possunt; per vitrum politum ab una parte planum, ab altera convexum, vel ab utraque parte convexum, (quod humoris crystallini munere fungitur) imittendo lumen: in certa enim à vitro distantia, imagines omnium objectorum in id radiantium, situ inverso quam distinctissime, suis nativis coloribus & motibus delineari observabis. Talis locus obscuratus,* Camera obscura *vocari solet. Si foramen pisi amplitudinem parum excedit, vitrum politum abesse potest. Quia enim tum singuli radii luminis, à diversis superficiei objecti punctis illapsi, in diversa parietis puncta cadunt, & sine permixtione in oculum reflectuntur; eadem adhuc virtute polleant necesse est, qua pollebant ante, punctum, nimirum, radians, à quo emanarunt, repræsentandi.*

OBSERVATIO VI.

31. *Si in speculo ad fenestram collocato magnitudinem pupillæ observes, manibus ad tempora applicatis, ut lumen à lateribus affluens ab oculo arceatur,*

tur, eam ampliari, manibus vero remotis, denuo contrahi videbis.

COROLLARIUM I.

32. Crescente adeo lumine, pupilla contrahitur; decrescente ampliatur.

COROLLARIUM II.

33. Hinc minima est pupilla in luce meridiana, major vero in crepera.

THEOREMA I.

34. *Quodlibet illuminatum corpus opacum post tergum umbram facit, lumini à quo collustratur, adversam.*

DEMONSTRATIO.

Corpus enim opacum radiis transitum negat. Quare cum in linea recta progrediantur, (§. 6), radios ad certum spatium post tergum pervenire prohibet. Proinde à tergo corporis est umbra lumini adversa (§. 3). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Moto ergo corpore luminoso, umbra quoque locum mutat. Idem obtinet, corpore illuminato moto. In utroque adeo casu umbra moveri videtur.

COROLLARIUM II.

36. Quoniam nihil videtur sine lumine (§. 4); umbra vero defectus luminis (§. 3); ea tantummodo videtur quatenus corpus in umbra collocatum lumine à collateralibus corporibus reflexo adhuc collustratur, & quatenus confinia lucis & umbræ percipiuntur.

PROBLEMA I.

Fig. 7. 37. *Data altitudine corporis opaci TS, & altitudine solis supra horizontem SVT; invenire longitudinem umbræ TV.*

RESOLUTIO.

Cum in triangulo STV ad T rectangulo, detur angulus V utpote qui est mensura altitudinis solis, etiam tertius innotescet (§. 77. *Geom.*). Invenietur adeo longitudo umbræ TV (§. 20 *Trigon.*). Q. E. F & D.

Sit altitudo Solis SVT 37° 45′, TS 187 pedum

Log. Sin. V.	9.7869056
Log. TS.	2.2718416
Log. Sin S.	9.8980060
	12.1698476
Log. TV.	2.3829420, cui in

Tabulis quam proxime respondent 2415″.

CO-

COROLLARIUM I.

38. Si altitudo TS unà cum longitudine umbræ detur, altitudinem ſolis TVS invenire licet (§. 26. *Trigon.*)

COROLLARIUM II.

39. Si umbra TZ brevior quam TV aſſumatur, angulus TZS duobus angulis ZVS & ZSV ſimul ſumtis æqualis erit (§. 74 *Geom.*). Proinde umbra corporis opaci brevior erit, ſi ſol (vel quodvis luminoſum) altior, longior vero, ſi humilior fuerit.

PROBLEMA II.

40. *Data longitudine umbræ duorum corporum opacorum AB & BD, unà cum altitudine unius DE; invenire altitudinem alterius.* *Fig. 5.*

RESOLUTIO.

Si corpus DE ita ſtet pone corpus AC, ut utriuſque umbra terminetur in B; erit ob angulos ad D & A rectos, recta DE ipſi AC parallela (§. 73 *Geom.*); conſequenter ut umbra brevior DB ad altitudinem minorem DE, ita umbra longior AB, ad altitudinem majorem AC (§. 149 *Geom.*);

quæ proinde per regulam trium reperietur.

SCHOLION.

41. *Quoniam Sol à Terra adeo est remotus, ut integra Terræ latitudo respectu distantiæ ejus pro linea tantum haberi possit, quemadmodum in* Astronomia *demonstrabitur: angulus B idem manet, etiamsi DE non dicto loco pone corpus AC, sed quocunque alio loco staret.*

COROLLARIUM.

42. Quocirca si in campo, ubicunque libuerit, baculum DE defigas, ipsiusque altitudinem, itemque umbram metiaris; præterea longitudinem umbræ arboris, vel turris, vel alius altitudinis AB investiges; juxta Problema præsens altitudinem definies.

Sit DB 7', DE 5', AB 45'.

$$7 — 5 — 45$$

$$\frac{45 \times 5}{225}$$

$$225 \,(32\tfrac{1}{7}\ AC.$$

(11 / 225 / 77 — division scratch figures)

THEOREMA II.

43. *Si corpus opacum minus est luminoso, à quo illuminatur; umbra magis magisque contrahitur, quo longius recedit à corpore opaco. Si corpus opacum*

cum est majus, umbra continuo dilatatur. Si ambo corpora sunt ejusdem magnitudinis; umbra constanter erit ejusdem latitudinis.

DEMONSTRATIO.

Axis transit per medium corporis luminosi & illuminati, radiique extremi tangunt corpus luminosum pariter ac illuminatum. Jam si corpus luminosum majus est illuminato, radius extremus axi propior est in hoc quam in illo. Ergo umbræ latitudo magis magisque coarctatur, quo longius à corpore opaco recedit. *Quod erat primum.*

Contra si corpus luminosum minus est illuminato, radii extremi in luminoso, axi viciniores sunt, quam in opaco. Ergo umbra continuo fit latior, quo longius recedit à corpore opaco. *Quod erat secundum.*

Si utrumque corpus eandem magnitudinem habet, radii extremi, atque axis, lineas parallelas constituunt. Ergo umbra perpetuo eandem con-

ſervat latitudinem (§. 22 *Geom.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA III.

44. *Si corpus luminoſum & illuminatum ſunt ſphæræ ejuſdem magnitudinis; umbra cylindrica exiſtit. Si corpus luminoſum eſt illuminato major ſphæra; umbræ figura coniformis erit: ſin autem minor, calathiformis.*

DEMONSTRATIO.

Radii extremi circumquaque corpus illuminatum tangunt. Idcirco, ſi corpus illuminatum eſt ſphæra, baſis umbræ erit circulus. Quare cum in caſu primo umbra eandem conſervet latitudinem, in altero magis magiſque convergat, & in tertio continuo divergat: figura in caſu primo fiat cylindrus (§. 179. *Geom.*) in altero conus (§. 185. *Geom.*) & in tertio calathus neceſſe eſt. Q. E. D.

COROLLARIUM.

45. Si in omnibus tribus caſibus umbra ſecetur plano baſi parallelo, plana ſectionum circuli ſunt, & quidem in caſu primo omnes inter ſe æquales; in altero vero tanto minores,

res, & in tertio tanto majores, quo à basi sunt remotiores (§. 181. 186 *Geom.*).

OBSERVATIO VII.

46. *Si radius luminis per foraminulum in conclave obscurum intromissus Prismate vitreo trigono excipiatur; in charta alba colores Iridis vivacissimi conspiciuntur, modo vitrum debito modo constituatur. In quacunque à Prismate distantia radii excipiantur, iidem constanter apparebunt colores; imo pulvisculi in aëre natantes eodem colore resplendent, quo imbuti sunt radii ipsos collustrantes. Si speculo excipiantur colores, ad modum luminis reflectentur. Si per vitrum causticum transmittantur, etiam post refractionem tamdiu pone vitrum colores suos retinent, quamdiu satis inter se distant verum prope focum; & in foco ipso, nulli colores sed merum lumen observatur, charta illuc admota. Post focum radii rursus divergunt, & in colores mutantur ordine inverso conspicuos.*

COROLLARIUM I.

47. Lumen itaque in colores, & colores iterum in lumen transmutari possunt; illud quidem fit radios separando, hoc vero invicem permiscendo. Non autem semper prodeunt colores, radiis luminis qui per angustum spatium dispersi erant, per amplum diffusis.

SCHOLION.

Fig. 3.

48. *Iidem radii colorati prodeunt, si radius Solis LM oblique incidat in vitrum conicum aqua plenum HKI, &, si experimentum in conclavi obscuro instituatur, paritur nonnunquam gemina Iris. Vitrum conicum aqua plenum nunc attollendum, nunc deprimendum: vitrum vero prismaticum politum circa axem lente convertendum est, donec radii sub debito angulo incidant.*

COROLLARIUM II.

49. Corpora diversos itaque habent colores, quia radios luminis diversimode reflectunt.

THEOREMA IV.

50. *Idem objectum in longinquitate obscurius videtur, quam in propinquitate.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum radios innummeros quaquaversum spargit (§. 18): sed continuo magis divergunt, quo longius ab objecto recedunt (§. 9). Ergo plures radii in pupillam oculi propinqui, quam in longinquioris intrare possunt; adeoque objectum in propinquitate clarius, in longinquitate obscurius videtur. Q. E. D.

SCHOLION.

51. *Quoniam objecta remota videntur minora* (§. 23); *in partibus suis magnis confusiora* (§. 26) *& insuper obscuriora quam vicina* (§. 50); *in eodem plano objecta varia, alia aliis remotiora exhiberi possunt. Et hoc fundamento, accedente umbra, quam opaca projiciunt, universa* Ars Pictoria *nititur, quippe quæ in plano objecta repræsentat, qualia in natura oculo apparent.*

THEOREMA V.

52. *Objecta quæ sub eodem vel æquali angulo videntur, æqualia apparent.*

Quic-

Quicquid ſub majori apparet, videtur majus; quicquid ſub minori, minus.

DEMONSTRATIO.

Si duo vel plura objecta AC & DE, ſub eodem angulo ABC videntur, imago eandem in oculo magnitudinem habet. Pari modo intelligitur, imaginem objecti eſſe majorem, quod ſub majori angulo videtur: contra illius minorem, quod ſub minore videtur. In caſu itaque primo, objecta æqualia apparere debent; in altero vero, objectum prius majus, poſterius minus apparebit (§. 23). Q. E. D.

THEOREMA VI.

Fig. 5.

53. *Si duæ magnitudines inæquales DE & AC æquales videntur; eæ ſunt inter ſe ut diſtantiæ ipſorum ab oculo DB & AB.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta æqualia videntur, eorundem imagines eandem magnitudinem in oculo habent (§. 23); adeo-

adeoque duo radii extimi AB & BC in oculo B eundem angulum formant. Jam cum anguli ad D & A sint recti, DE ipsi AC est parallela (§. 73 *Geom.*), & hinc DE : AC = DB : AB. (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

THEOREMA VII.

54. *Si imagines duorum objectorum in oculo contiguæ sunt, objecta contigua videntur.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta contigua sunt, eorundem quoque imagines in oculo contiguæ sunt: id quod methodo exposita (§. 20. 30), facile experiri poteris. Tum vero objecta quoque contigua videntur. Jam, si oculus eo modo quo ab objectis contiguis fit, afficitur, ea necessario contigua videri debent. Ergo si imagines duorum objectorum in oculo contigua sunt, objecta contigua videbuntur. Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

55. *Imagines duorum objectorum in oculo contiguæ ſunt, quando radii ab aliis ipſis interjacentibus in oculum illabi prohibentur. Hinc fit quod omnes ſtellæ æque diſtare à Terra videntur; quod quiſquam eminus viſus prope ſylvam incedere videatur, cum tamen intervallo ſatis longo ab eadem abſit; quod duæ turres ex uno eodemque templo aſſurgere videantur, cum tamen in diverſis ſint pagis, & id genus alia.*

THEOREMA VIII.

56. *Flamma candelæ vel facis accenſæ, longinqua major videtur, quam propinqua.*

DEMONSTRATIO.

Si radium ſolarem per exiguum foramen in cameram obſcuram intromittas, pulviſculos per aërem natantes, lumine colluſtrari, ac reſplendere obſervabis. Nullum igitur eſt dubium, imo & ipſis oculis cernere licet, quod aër flammæ circumfuſus reſplendeat. Cominus ſplendor à flamma diſtingui poteſt. Cum vero ſplen-

ſplendor flammæ magis magiſque debilitetur, quo longius ab illa receſſeris (§. 9); neceſſe eſt ut eminus ſplendor aëris circumfuſi cum ſplendore flammæ confundatur: unde flamma longinqua major videtur, quam propingua. Q. E. D.

COROLLARIUM.

57. Quare, cum aër reſplendens flammam undiquaque circumdet, inde fit quod eminus ſphærica appareat, tametſi cominus pyramidis inſtar ſit acuminata.

THEOREMA IX.

58. *Si magnitudo apparens ſpatii, per quod objectum intra tempus ſenſibile movetur, eſt inſenſibilis; motus ſub viſum non cadit, ſed mobile quieſcere videtur.*

DEMONSTRATIO.

Si motum objecti cernere debemus, requiritur ut imago in oculo locum mutet (§. 24). At ſi magnitudo apparens ſpatii, per quod objectum intra tempus ſenſibile fertur, eſt inſenſibilis, hoc eſt, vix quædam mi-

minuta prima, imo secunda continet, imago in oculo locum non mutat (§. 25). Ergo in hoc casu motum percipere non possumus. Q.E.D.

COROLLARIUM I.

59. Ideo objecta vicina, quæ tardissime, ut horologiorum indices, vel etiam valde remota, quæ velocissime moventur, ut coeli sidera, quiescere videntur.

COROLLARIUM II.

60. Motus objectorum longinquorum licet percipiatur, multo tardior tamen apparet, quam est (§. 25).

COROLLARIUM III.

61. Unde si duo objecta inæqualiter ab oculo remota æquali celeritate ferantur; illud quod remotius est, tardius moveri videtur.

COROLLARIUM IV.

62. Hinc objectum longinquius, tardare videtur: vicinius vero velocius progredi, ac revera fit.

SCHOLION.

63. *Esto oculus in O, objectum primum in V, alterum in T, & utrumque videbitur in S (§. 55). Si vero objectum V, ex V in u, objectum T, ex T in t progrediatur; V ex S in N, T autem ex S tantum in M progressum esse videbitur.*

Fig. 6.

THEO-

THEOREMA X.

64. *Objectum V retrocedere videtur, si cum oculo O versus eandem quidem plagam, sed multo tardius progreditur.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Esto oculus in O, & objectum in V, & videbitur in S. Dum vero oculus ex O in P progreditur, objectum ex V in v perlatum, oculus retrospiciens in Q esse judicat. Videtur itaque objectum ex S in Q retrocessisse. Q. E. D.

THEOREMA XI.

65. *Si oculus respectu nostri corporis, & corpus nostrum respectu alius corporis mobilis, immota manent, utrumque vero, unà cum hoc, celeriter progrediatur; objecta utrinque quieta, nobis obviam venire videntur.*

DEMONSTRATIO.

Navigantibus littora & arbores in littore obviam venire videntur. Idem usu venit in curru velociter vectis. Hujus Phænomeni quæritur ratio.

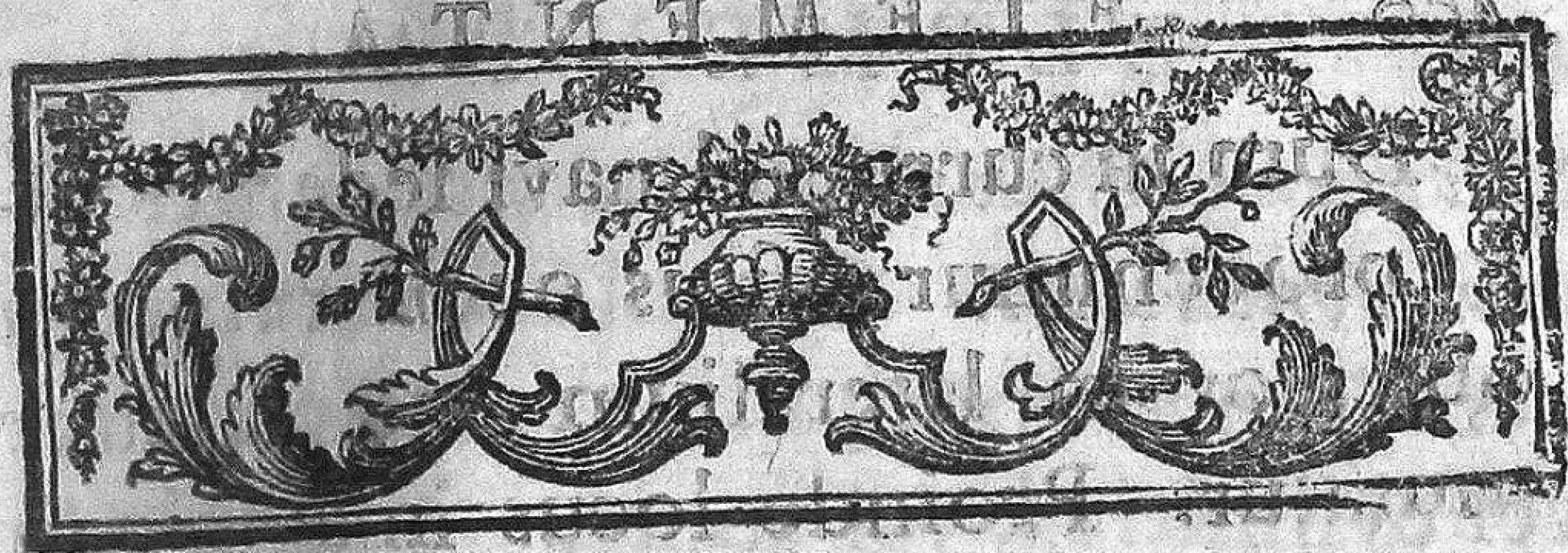
Dum in curru vel navi ſedentes cito provehimur, ſitus oculi reſpectu objectorum lateralium indeſinenter mutatur. Proinde locus imaginis in oculo in eodem loco manere non poteſt; & quia motus corporis eſt admodum celer, imago ab uno loco ad alterum celeriter progredi, vel verius imagines veteres cito evaneſcere, & novæ continuo ipſis ſuccedere debent. Unde objecta in oculo delineata, hoc eſt objecta immota ad latera poſita obviam venire & tranſire videntur (§. 24). Q. E. D.

SCHOLION.

66. *Interdum etiam objectum immobile ex. gr. arbor, ſylvæ vicina, obvia procedere videtur venienti. Quia nihil inter ipſam arborem & ſylvam percipitur, arbor videtur ſylvæ contigua* (§. 55). *Si autem propius ventum fuerit, radii ab objectis intermediis in oculum illabuntur, earumque imagines in oculo depingunt, & quidem continuo plurium quo propior fit arbor. Ergo imago arboris in oculo continuo longius ab imagine ſylvæ diſcedit, adeoque arbor obvia procedere videtur venienti* (§. 24).

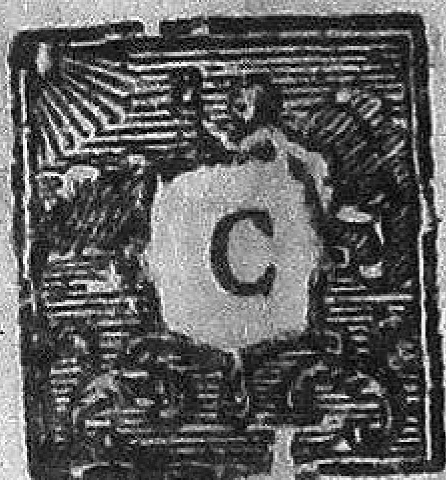
OPTICÆ FINIS.

ELE-



ELEMENTA CATOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1. ATOPTRICA est Scientia visibilium, quatenus ope speculorum videntur.

DEFINITIO II.

2. Per *Speculum* intelligimus quamvis superficiem, cujus antica facies polita est, postica vero nigro, luminique impervio fundo gaudet.

DEFINITIO III.

3. *Superficies speculi, vel plana est vel concava, vel convexa.* In casu primo est *Speculum planum.* In secundo

Speculum convexum. In tertio *Speculum concavum.* Specula secundi generis sunt communiter vel sphærica, vel cylindrica, vel conica.

PROBLEMA I.

4. *Tabulam vitream polire.*

RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea, gypso agglutinetur tabulæ ligneæ immobili, margine nonnihil elevato, circumdatæ.

2. Tabulæ ligneæ minori agglutinetur similiter tabula vitrea alia minor. In parte postica ligneæ affixa sit cista, ut tabula lapidibus onerari possit.

3. Tabula inferior, arena per cribrum succreta, quo grana satis æqualia fiant, & aqua conspergatur.

4. Tabula vitrea minor, super majore fricetur, donec una alteram complanaverit. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur subtilior: denique tabulæ sine arena, aqua tantum affusa, cum pulvere smyridis con-

contriti crassiori confricentur, donec omnino complanatæ fuerint, & aliqualis splendor appareat.

5. Quando ad polituram aptæ, super disco ferreo margines arena lævigentur.

Tandem tabula lignea, cui vitrea agglutinata, ad mensam firmetur, & parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, corio obducatur, coriumque terra Tripolitana vel stanno usto inducatur, hocque fricetur tabula vitrea, donec debitam politiem nacta fuerit.

PROBLEMA II.

5. *Specula plana vitrea conficere.*

RESOLUTIO.

1. Super tabula lignea expandatur charta bibula, & pulvere cretaceo conspergatur. Quo facto, bractea stanni Anglicani, super charta exactissime expandatur, quo nuspiam rugæ remaneant.

2. Affundatur mercurius, gossy-

pio per bracteam æqualiter distribuendus, quo bractea ubique corroboratur.

3. Bracteæ imponatur charta munda, & huic rursus tabula vitrea linteo mundo absterſa.

4. Manu ſiniſtra tabula vitrea apprimatur, & dextra charta lente extrahatur. Quo facto, tabula, charta ſubtiliori & deinde craſſiori tecta, pondere oneretur. Quo

5. Superfluus mercurius defluat, & ſtannum ſpeculo firmius adhæreat: ubi exſiccatum fuerit, pondus removeatur & factum eſt quod petebatur.

OBSERVATIO I.

6. *Si ad ſpeculum, ſive planum, ſive concavum, ſive convexum, erigatur ſtylus ad angulos rectos; imagini ſuæ in ſpeculo apparenti, in directum jacebit.*

COROLLARIUM I.

7. In ſpeculo, quodlibet objecti punctum videtur in recta, quæ ab eo ad ſpeculum perpendiculariter ducitur.

CO-

COROLLARIUM II.

8. Videtur quoque per radium reflexum retrorsum prolongatum: adeoque eo in loco, ubi radius dictam perpendicularem intersecat.

THEOREMA I.

9. *Imago objecti A tanto intervallo post speculum planum in F apparet, quanto ipsum objectum ante speculum distat.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur AF ad speculum DE perpendicularis. Demonstrandum est (§. 8.) esse AG = FG. Anguli ad G sunt recti, & quia $o = x$ (§. 12. *Optic.*), & $y = x$ (§. 40. *Geom.*) erit quoque $y = o$ (§. 22 *Arithm.*). Hinc FG = AG (§. 50. *Geom.*) Q. E. D.

TAB. Catop. *Fig.* 1.

COROLLARIUM I.

10. Hinc imago in speculo plano objecto similis & æqualis apparere debet.

COROLLARIUM II.

11. Si ergo speculum DE fuerit horizontaliter collocatum, punctum A tanto intervallo infra speculum demersum videbitur, quanto supra ipsum exstat. Erecta igitur, situ inverso in eodem apparent. Idem accidit,

 spe-

ſpeculo ad laquear conclavis horizontaliter applicato.

COROLLARIUM III.

12. Si tergum in ſpeculum convertas, atque huic aliud ſpeculum ita obvertas, ut radii à tuo tergo incidentes, & à primo ſpeculo reflexi ab illo excipiantur, & in oculum reflectantur; faciem & tergum in hoc ſecundo ſpeculo unà videbis.

PROBLEMA III.

13. *Speculum vitreum ſphæricum conficere.*

RESOLUTIO.

1. Stanni pars una, & Marchaſitæ itidem pars una, liquefiant in catino mundo, & maſſæ liquefactæ addantur mercurii partes duæ.

2. Quamprimum mercurius in fumum abire incipit, materia liquefacta in aquam fontanam præcipitetur: & frigefacta, aqua decantetur.

3. Tum maſſa per linteum mundum duplicatum urgeatur, &

4. Quod hac ratione à reliqua ſe-

ſecernitur, in ſphæræ vitreæ cavitatem infundatur.

5. Sphæra denique circa axem ſuum lente vertatur, ſic materia ubique ſphæræ adhærebit. Reliquum effundatur, & in futuros uſus ſervetur.

SCHOLION.

14. *Quod ſi ſphæras virides, rubras, flavas, vel alius coloris accipias; prodibunt quoque ſpecula, quæ objecta viridia, rubra, flava, vel alius coloris repræſentabunt.*

THEOREMA II.

15. *In ſpeculo ſphærico EBG, quodlibet objecti punctum A inter centrum C, & ſuperficiem ſphæræ videtur.*

DEMONSTRATIO.

Ex puncto A ad ſpeculum ſphæricum ducta perpendicularis AH, per centrum ſphæræ C tranſit (§. 40. *Mech.*). Ducatur recta IK circulum EBG tangens in puncto incidentiæ B, cum qua radius CB efficit angulum rectum (§. 40. *Mech.*): quoniam vero angulus incidentiæ ABI acu- *Fig. 2.*

 tus,

tus est, radius reflexus DB efficit quoque cum BK angulum acutum (§. 12. *Optic.*). Jam cum angulus verticalis FBI ei æqualis sit, (§. 40. *Geom.*), radius reflexus BD, ultra punctum B prolongatus, inter latera trianguli rectanguli CBI cadit, & tandem lateri ejus maximo CI in F occurrit. Proinde punctum A intra centrum C, & superficiem EHBG videtur. (§. 8.) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

16. Quamobrem recta AH, quantumvis magna, recta HF major non apparet (§. 8.); adeoque imago in speculo multo minor objecto est: multo minor quoque semidiametro CH.

COROLLARIUM II.

17. Quod si radio BO, ex centro O, describatur circulus, rectam AC intersecans in L; evidens est imaginem FL rectæ HA, in speculo minori BL minorem esse, quam in majori BH.

THEOREMA III.

Fig. 3. 18. *In speculo cylindrico verticaliter erecto AB, objecta apparent admodum*

dum longa, sed gracilia. Quod si vero horizontaliter collocetur, objectum in eo apparet latum, sed admodum curtum.

DEMONSTRATIO.

Deorsum juxta longitudinem AD, super speculi cylindrici superficie lineas rectas ducere licet; adeoque juxta longitudinem speculum planum repræsentat. Juxta latitudinem vero omnes peripheriæ sunt circulares (§. 181 *Geom.*); hinc juxta latitudinem speculum sphæricum repræsentat. Jam, cum specula plana objecta non immutent (§. 10.), sphærica vero ea minuant, (§. 16.): objecta in speculo cylindrico longa, sed admodum gracilia videri debent. *Quod erat primum.*

Eodem modo demonstratur, objecta in casu altero debere curta, sed lata apparere. *Quod erat alterum.*

THEOREMA IV.

19. *In speculo conico G F H verticaliter erecto objecta apparent longa, sed simul*

Fig. 4.

ſimul anguſta, inferne latiora, ſubtus acuminata. Quod ſi axis coni cum horizonte fuerit parallela, vel cum eo efficiat angulum acutum, admodum curta, & in uno latere multo contractiora quam in altero.

DEMONSTRATIO.

Juxta longitudinem omnes lineæ in ſuperficie coni ductæ ſunt rectæ; juxta latitudinem vero ſunt totidem peripheriæ circulorum à baſi GH, verſus verticem F, continuo decreſcentium (§. 186 *Geom.*). Ergo ſpeculum conicum juxta longitudinem habet proprietatem ſpeculi plani, juxta latitudinem vero diverſorum ſpeculorum ſphæricorum. Quoniam vero ſpecula plana magnitudines non immutant (§. 10.), ſphærica vero eas eo magis coarctant, quo minor eorum diameter fuerit (§. 17.); in ſpeculo erecto GFH objecta longa, anguſta, prope baſin lata, ſed verticem verſus continuo gracileſcentia videri debent.

PRO-

PROBLEMA IV.

20. *Speculum vitreum concavum conficere.*

RESOLUTIO.

Capiatur vitrum in altera superficie plane, in altera convexe politum, & superficies convexa obducatur; & habebitur speculum concavum.

SCHOLION.

21. *Funduntur etiam ex 8 partibus cupri, stanni Anglicani una, Marchasitæ quinque, & in parte lucida poliuntur. Hæc specula vocari solent* Chalybea.

THEOREMA V.

22. *Si radius BD, in speculum axi AX parallelus incidit, & ab illa minus quam 60 gradus abfuerit; post reflexionem in B cum axe in F, concurret, ad distantiam XF, quarta diametri parte minorem.* Fig. 5.

DEMONSTRATIO.

Quoniam semidiameter BC ad speculum perpendicularis (§. 40. *Mech.*); erit $x = y$. Nam y efficit cum

cum angulo reflexionis, & x cum angulo incidentiæ 90° (§. 12. *Optic.*, & §. 25. *Arithm.*). Jam cum BD & AX sint parallelæ, erit $o = x$ (§. 72. *Geom.*), consequenter quoque $o = y$ (§. 22. *Arithm.*); ergo FC = FB (§. 81. *Geom.*). Sed CX = BC (§. 27. *Geom.*), BF + FC vero, major est quam BC (§. 26. *Geom.*) consequenter quoque major quam CX; adeoque FC major quam FX. Itaque FX dimidio radio, vel quarta diametri parte minor. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

23. Quoniam $m = n$, ut ex demonstratione Theorematis præsentis liquet; erit $n = 60°$, existente arcu EX 60° (§. 16. *Geom.*). Ergo radius reflexus EX radio CX æqualis (§. 82. *Geom.*), & radius reflexus rursus incidit in speculum in X.

COROLLARIUM II.

24. Cum radii solares sint ad sensum paralleli; radii per totam speculi superficiem dispersi in angustum admodum spatium in F coarctantur. Quoniam vero hoc modo virtus eorum augetur, mirum non est, radios antea tantum calefacientes, nunc accen-

cendere; immo si speculum majus fuerit, corpora duriora ut lapides & metalla liquefieri.

SCHOLION I.

25. *Specula concava sphærica hinc* Caustica *sive* Ustoria *appellari solent. Apud veteres celebrantur specula* Archimedis, *quibus naves Romanorum incendisse fertur. Nostro ævo nemo majora specula caustica unquam paravit* Dn. de Tschirnhausen, *quibus momento fere plumbum liquefecit, ferrum candefecit, imo spatio 5 minutorum, cuprum, & argentum in fluorem reduxit, tegulas, testas fictiles, ossa & alias materias in vitrum convertit. Latitudo autem speculi ustorii arcum* 18 *graduum superare vix debet.* (§. 22.).

COROLLARIUM III.

26. Quia superficies speculi, quod majoris sphæræ segmentum est, plures radios excipit, & in focum reflectit, quam quod minoris est; specula majora fortius urunt minoribus.

COROLLARIUM IV.

27. Quia quarta pars diametri majoris, major est quam eadem pars diametri minoris; speculum causticum majus, ad majorem distantiam virtutem suam exerit, quam minus (§. 22.).

COROL-

COROLLARIUM V.

28. Cum radii ideo urant, quod multi per reflexionem in angustum spatium coguntur (§. 22.); mirum sane non est, specula ex ligno duriori, vel gypso deaurato & polito, vel etiam stramine obducto, parari posse.

COROLLARIUM VI.

Fig. 5. 29. Quod si lumen in foco F constituatur, radii omnes post reflexionem, tum cum axe, tum inter se paralleli erunt. Est enim tum FB radius incidens, & hinc BD reflexus (§. 12. *Optic.*).

COROLLARIUM VII.

30. Quod si ergo radii parallele reflexi, alio speculo denuo excipiantur, hi eodem modo urent.

COROLLARIUM VIII.

31. Si radii sunt paralleli, vis luminis non immutatur. Proinde locus satis longinquus ex. gr. tabula horaria cum indice ad turrim, per fenestram clare illustrari potest, lumen vel lampadem in focum speculi concavi constituendo.

SCHOLION II.

32. *Attamen hoc modo lumen per plura milliaria sine decremento projici nequit, nam per resistentiam aëris continuo debilitatur.*

THEO-

THEOREMA VI.

33. *Si objectum in foco speculi concavi fuerit collocatum, objectum in eo videri nequit.*

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum videtur in concursu radii reflexi, cum recta ad speculum perpendiculariter ducta (§. 8.), hoc est, in casu præsente, cum axe speculi, quoniam in ea est focus, in quo objectum collocatum est (§. 22.). Jam si objectum in foco constituitur, radii post reflexionem sunt paralleli, (§. 22.), & cum ea nuspiam concurrunt (§. 22. *Geom.*). Ergo in speculo objectum videri nequit. Q. E. D.

THEOREMA VII.

34. *Si objectum ab inter focum* P *& speculum concavum fuerit constitutum; imago AE post speculum apparet ampliata, & situ erecto, & quidem tanto major, quanto objectum foco propius.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Si VO axis ſpeculi concavi, AM & NB ei parallelæ, & in P focus; erunt *a*K & *b*L radii extremi incidentes, & KM & LN reflexi. Quoniam vero recta ex A, ad ſpeculum perpendiculariter ducta, per centrum ſpeculi tranſit; punctum *a* in A & *b* in B (§. 8.), conſequenter imago AB poſt ſpeculum ſitu erecto & major quam *ab* videtur. Quoniam vero eodem modo liquet, quod CD ſit imago ipſius *cd*, *cd* vero major ſit quam *ab*, & CD = AB; porro evidens eſt, imaginem ipſius *cd* propiorem poſt ſpeculum, & minus ampliatam apparere. Q. E. D.

THEOREMA VIII.

Fig. 6. 35. *Si objectum* ef *à ſpeculo fuerit remotius, quam focus P; imago ejus ſitu inverſo, in aëre pendula apparet, tanto quidem ſpeculo propior, & minor, quanto à foco objectum remotius.*

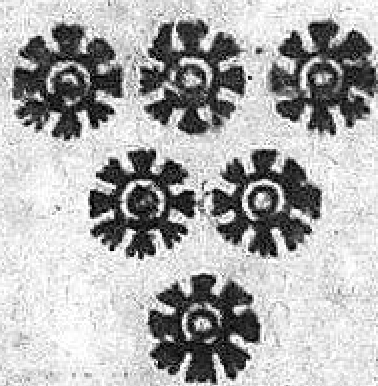
DE-

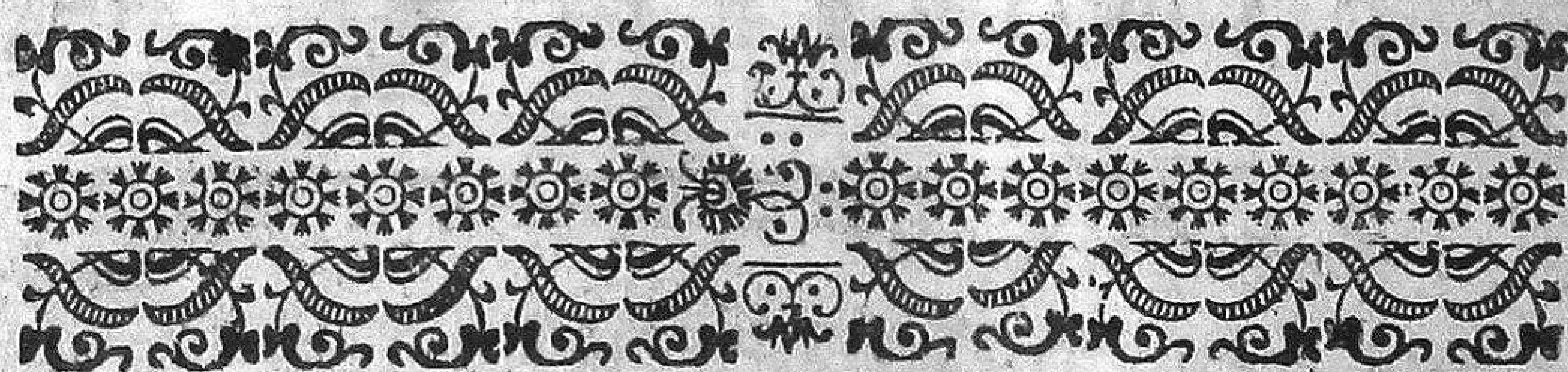
DEMONSTRATIO.

Liquet ut in demonſtratione præcedente, quod EF ſit imago ipſius *ef*, & HG imago ipſius *gh*; conſequenter quod imagines objectorum *ef* & *gh* in libero aëre videantur, & quidem ſpeculo tanto propiores & minores, quo remotiora objecta à ſpeculo ſunt. Q. E. D. *Fig. 6.*

CATOPTRICÆ

FINIS.





ELEMENTA DIOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1. DIOPTRICA est Sientia visibilium, quatenus per radios refractos videntur.

PROBLEMA I.

2. *Legem refractionis, quam radii ex aëre in vitrum, atque ex vitro in aërem transeuntes subeunt, per experimenta definire,*

RESOLUTIO.

TAB. Dioptr. *Fig.* 1.

1. Paretur juxta exemplum *Kepleri* (*in Dioptr. lib.* 1. *prop.* 3.) cubus vitreus bene politus & æquatus BCDEGFHI.

2. Jun-

2. Jungantur ad angulos rectos duo asserculi ABIN & NIPO, ita ut altitudo AN altitudinem cubi CH æquet, sed latitudo IN ipsius latitudinem aliquantum excedat.

3. Ponatur cubus juxta asserculum erectum BINA, ac soli obvertatur.

Quo facto, observari poterit, umbram extra cubum in ML terminari, intra illum autem in KQ.

4. Cum CL sit radius incidens, & CK refractus; erit utique HCL angulus inclinationis, HCK angulus refractus, & KCL angulus refractionis (§. 16. *Optic.*). Datis itaque in triangulis CHK & CHL, lateribus CH, HK, & HL, quia accurate mensurari possunt; anguli HCK & HCL inveniuntur (§. 26. *Trigon.*), & subtrahendo, angulum HCK à HCL, angulus KCL relinquitur. Q. E. F. & D.

Fig. 2.

COROLLARIUM I.

3. Radius CL, dum ex aëre in vitrum transit, versus perpendiculum CH in CK refringitur, ita quidem, ut sinus anguli incli-

Fig. 2.

clinationis HCL ad sinum refracti HCK se habeat ut 3 ad 2, & ad perpendiculum fere triente anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor exstiterit, refringatur.

COROLLARIUM II.

Fig. 2.

4. Contra radius CK, dum ex vitro in aërem migrat, refringitur à perpendiculo CH in CL, ita quidem ut sinus anguli inclinationis ad sinum refracti se habeat, ut 2 ad 3; & à perpendiculo fere dimidio anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor fuerit, refringatur. In utroque casu radius perpendicularis irrefractus transit.

DEFINITIO II.

5. *Lens convexa* est, cujus utraque, vel altera tantum superficies, est pars superficiei sphæricæ, altera autem plana.

SCHOLION.

6. *Hinc lentem trium pedum dicimus, cum superficies sphærica, cujus pars superficies lentis est, in diametro tres pedes habet.*

DEFINITIO III.

7. *Lens concava* dicitur, cujus utraque vel altera tantum superficies,

cies est pars superficiei internæ sphæræ concavæ, alteraque plana.

SCHOLION.

8. *Lens concava etiam trium pedum dicitur, si sphæra, cujus internæ superficiei concavitas congruit, in diametro tres pedes habet.*

PROBLEMA II.

9. *Viam radii per lentem transeuntis, in charta delineare.*

RESOLUTIO.

1. Radiis datis describantur arcus concavitatum & convexitatum, sive ducantur lineæ rectæ, si lentes sunt planæ, ut crassities lentis prodeat.

2. Ducatur radius ad lentem eo modo, quo incidere debet.

3. Per punctum incidentiæ ducatur linea recta, ad lentem perpendicularis, ut habeatur angulus inclinationis. Hic

4. Dividatur trifariam: quo facto, radius duci poterit, ut in ingressu refringitur (§. 3.).

5. Pari modo quæratur angulus inclinationis in egressu, &

6. Dividatur bifariam: quo facto radium ducere licet, ut in egressu refringitur (§. 4.).

Ex. gr. Esto Lens altera parte convexa, altera plana, & convexa ab objecto aversa; in planam incidant radii axi paralleli.

Fig. 3. Ducatur recta AB, & in eam demittatur perpendicularis IF; ex C radio lentis CK describatur arcus AKB: prodibit crassities lentis. Quoniam radius DE ad rectam AB perpendicularis est, transibit usque ad E irrefractus (§. 4.). Ducatur ex centro C recta CG per E, erit GEH, angulus inclinationis (§. 16. *Optic.*). Hic dividatur bifariam, fiatque HEF $= \frac{1}{2}$ GEH; erit EF radius refractus (§. 4.).

SCHOLION I.

10. *Si delineatio exacte perficitur, deprehendetur* (1), *vitro existente plano, radium refractum post vitrum incidenti parallelum fore*; (2). *Radium, si axi parallelus in lentem plano-convexam incidat, cum eodem axe post lentem in distantia diametri conjunctum iri*; (3). *Ast in distantia semidiametri, cum lens utrinque æqualiter convexo-convexa* (4) *& in distantia quartæ partis diametri, cum vitrum sphæra integra fuerit.*

SCHO-

SCHOLION II.

11. *Cum itaque lentes convexæ, radios solares in angustum spatium cogant, & hinc eorum calorem augeant, mirum non est, quod incendant, quin imo, si sunt majores, ut lentes Dn: à* Tschirnhausen, *omnia liquefaciant, eatque vel in vitrum vel in calcem vertant. Eaque de causa lentes convexæ,* VITRA CAUSTICA *seu* USTORIA *nuncupantur.*

THEOREMA I.

12. *Ex quocunque puncto in lentem vel plano-convexam, vel convexo-convexam radii lucis incidant; omnes rursus post lentem in uno puncto uniuntur, quanquam divergentes radii aliquanto remotius post lentem, quam paralleli: & quidem tanto propius, aut remotius, quanto objecta magis vel minus à lente distant.*

DEMONSTRATIO.

Objecta in camera obscura post lentem apparent (§. 20. *Optic.*): oportet igitur ut à pariete, in qua pinguntur, eodem modo reflectantur, quo ab ipso objecto effluunt

 (§. 30.

(§. 30. *Optic.*). Quod fieri haud potest, nisi radii ex uno puncto emanantes in uno rursus uniantur. Proinde clarum est, radios lucis ex uno puncto in vitrum sphæricum incidentes, per refractionem in alio puncto rursus uniri. *Quod erat primum.*

Imago vero longius à lente quam focus distat, & quidem magis minusve, prout objectum magis minusve vicinum est (§. 22. *Optic.*). Quare cum radii in loco imaginis concurrant, atque à puncto objecti non nimis remoti emanantes divergant; uniuntur demum post focum, & quidem tanto remotius post ipsum, quanto objectum magis vel minus à lente distat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

13. Cum itaque radii paralleli, si in lentem plano-convexam incidunt, in distantia diametri, superficiei convexæ conjungantur (§. 10.); radii divergentes in hoc casu in puncto concurrant necesse est, cujus distantia diametrum superficiei convexæ superat.

rat. Eodem modo patet, locum imaginis remotiorem fore ſemidiametro ſuperficiei convexæ, ſi lens utrinque eſt convexa; poſt ſphæram autem imaginem fore remotiorem quarta diametri parte (§. 10.).

THEOREMA II.

14. *Radius lucis in lentem vel plano-concavam vel concavo-concavam incidens, poſt refractionem ab axe divergit, & quidem tanto magis, quanto longius progreditur.*

DEMONSTRATIO.

Incidat radius FG axi parallelus: quia perpendiculariter in ſuperficiem planam incidit, abſque refractione in lentem uſque ad H penetrat. Sed per H egrediens à perpendiculo CE ex HI in HK refringitur (§. 4.). *Quod erat primum.* *Fig. 4.*

Si autem lens utrinque concava eſt, radius LN ingrediens in N verſus perpendiculum IS (§. 3.), & egrediens in O à perpendiculo KP (§. 4.), ac ita ex OR in OQ denuo ab axe AB refringitur. Ergo tanto ma- *Fig. 5.*

magis ab illa diverget, quanto longius progreditur. *Quod erat alterum.*

Eodem modo ostendi potest, radios post refractionem in aliis quoque casibus diuergere debere.

COROLLARIUM.

15. Quamobrem lumen solare per refractionem in lentibus concavis debilitatur; adeoque neque ad urendum aptæ sunt, neque ad imagines in cameris obscuris repræsentandas, ut lentes convexæ. (§. 20. 30. *Optic.*).

SCHOLION.

16. *Hoc experientia quoque docet; si enim radii solis lente concava excipiantur, circulus lucidus pone lentem tanto major erit, quo longius pone eam in chartam albam inciderint. Et observari poterit, quod lentes concavæ eo magis radios dispergant, quo minor earum diameter.*

THEOREMA III.

Fig. 6.

17. *Oculo inter lentem convexam AB & focum F, sive in foco F constituto; objecta situ erecto, sed ampliata videbit.*

DEMONSTRATIO.

Etenim posito oculo inter lentem

AB

AB & locum imaginis F, punctum C in linea FC conspicitur, quia radius F irrefractus transit tanquam axis, in utramque superficiem convexam perpendiculariter incidens (§. 4.). Punctum D per radium refractum FE videtur trans lentem in *d*F; cum aliàs CD remota lente sub angulo CFD videretur.

Cum itaque angulus CF*d* angulo CFD major sit, objecta per lentem majora videri debent quam nudis oculis cernuntur (§. 52. *Optic.*) Imo cum radius à puncto D emanans ad dextram in oculum incidat, perinde ac lente remota, objectum recto situ, non inverso apparere debet. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

18. Quo propius punctum F apud lentem est, tanto major evadit angulus CF*d*, tantoque major apparet trans lentem CD. Quare, cum decrescente semidiametro superficiei convexæ, continuo decrescat puncti F distantia à lente, lentes convexæ eo magis diametrum objecti amplificant, quo minorum sphærarum segmenta sunt.

CO-

COROLLARIUM II.

19. Ad Microſcopia igitur adhibentur minimæ ſphærulæ vitreæ, quæ haberi poſſunt, imo tam exiguæ, ut magnitudinem milii vix æquent.

THEOREMA IV.

20. *Per lentem concavam objecta ſitu erecto apparent, ſed imminuta.*

DEMONSTRATIO.

Fig. 7. Eſto oculus in F, videatque lente remota objectum AB, ſub angulo AFB. Quoniam in lente concava radii per refractionem diſperguntur (§. 14.), non radius BD, ſed alius BE, per quem punctum B in G remota lente conſpiceretur, ad F pertingit. Ex F igitur punctum B in *b* apparet. Quare cum punctum A per radium directum AF in A videatur, objectum AB ſub angulo AF*b*, in oculum incurrit, qui cum angulo AFB minor ſit; neceſſe eſt, ut objectum per lentem imminutum appareat (§. 52. *Optic.*). *Quod erat primum.*

Quia

Quia vero radii per lentem concavam refracti, nullam imaginem effingunt (§. 15.); rem ipsam trans lentem oculus intuetur, consequenter situ erecto. Q. E. D.

SCHOLION.

21. *Quo minoris globi igitur, cavitas lentis est, eo magis species objecti minuitur. Et jucundum est, altero oculo aperto, altero objectum per ejusmodi lentem intueri; bis enim quodvis objectum semel magnum, semel parvum apparet; ex. gr. juxta virum parvus puer apparet, viro in omnibus similis.*

DEFINITIO IV.

22. *Telescopium* seu *Tubus* est instrumentum opticum, qua ope lentium, remota tanquam vicina distincte videri possunt.

DEFINITIO V.

23. Lens objecto obversa nomen *objectivæ* habet; reliquæ omnes oculo viciniores *lentes oculares* vocantur.

PROBLEMA V.

24. *Telescopium* Galilæanum *seu* Hollandicum *construere.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Cylindro ligneo, cujus diameter latitudinem lentis objectivæ fere adæquat, charta nigra circumducatur, & conglutinetur: huic super agglutinetur alia, donec prodeat fistula satis firma, quæ tandem charta Turcica obducatur. Fistula una exsiccata, eodem artificio super hac paretur secunda, super secunda tertia &c. donec diductæ exhibeant tubum longitudinis desideratæ. Fistulæ ex laminis quoque parari poterunt, aliis super alias afferruminatis; vel loco chartæ mediæ, nigræ superglutinatæ adhiberi poterunt, segmina, à lignis dedolando rescissa, locoque chartæ Turcicæ, charta pergamena vestiri.

2. Fistulis, juxta primum & secundum artificium constructis, annuli lignei tornati singularum extremis exterioribus aptentur, quo fistulæ angustiores nunquam totæ in ampliores ingrediantur, & tædium afferant extracturo.

3. Una

3. Una tubi extremitate, inseratur cochleæ fæminæ ibidem agglutinatæ lens objectiva, annulo ligneo inclusa: quæ sit majoris sphæræ segmentum, sive plano-convexum, sive utrinque convexum, hincque imaginem longe post se rejiciens (§. 10.).

4. Altera tubi extremitate inseratur eodem modo lens ocularis, plano-concava, quæ sit minoris sphæræ segmentum.

Quod si tubus ita diducatur, ut lens ocularis, ante imaginem lentis objectivæ in distantia puncti dispersionis collocetur, remota objecta, & vicina & ampliata videbuntur.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio completa invenitur in *Elementis meis Diopt.* (§. 340); difficilior autem est, quam ut à Tyronibus concipi queat, quia in antecedentibus principia necessaria demonstrari non potuerunt.

SCHO-

SCHOLION I.

25. Hevelius (*in Prolegom. Selenogr.* c. 2. f. 12.) *commendat sequentes proportiones.*

DIAMETER.	
Lentis objectivæ utrinque convexæ	*Lentis ocularis utrinque concavæ*
4 *pedum*	$4\frac{1}{2}$ *digit.*
5	$5\frac{1}{2}$
8	$5\frac{1}{2}$
10	$5\frac{1}{2}$
12	$5\frac{1}{2}$

SCHOLION.

26. *Quamvis per ejusmodi Telescopia objecta situ erecto, distincta & ampliata videntur, quia tamen nimis angustum campum uno obtutu in-*

intuendum exhibent, in usum observationum cœlestium alia constructa fuere.

PROBLEMA IV.

27. *Tubum Astronomicum construere.*

RESOLUTIO.

1. Construatur tubus ductitius, ut in *Problemate præcedente* (§. 24.) factum. Cui

2. Inseratur lens objectiva convexa, sive plano-convexa, sive utrinque convexa, modo sit majoris sphæræ segmentum.

3. In altera extremitate, inseratur lens ocularis utrinque convexa, quæ sit minoris sphæræ segmentum.

Quod si tubus ita diducatur, ut lentium foci confundantur, objectum situ inverso ampliatum, & distinctum videbitur.

SCHOLION I.

28. *Nonnulli lentem ocularem geminant: ast cum vitrum non omnes radios transmittat, sed*

ſed haud paucos reflectat, plures lentes imaginem obſcuram reddunt.

SCHOLION II.

29. *Quasdam bonas proportiones exhibet tabella ſequens, in cujus prima columna diameter lentis objectivæ, in altera diameter lentis ocularis reperitur.*

Pedes	*Digiti*
$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
10	$4\frac{1}{2}$
12	3
30	$3\frac{3}{10}$

PROBLEMA V.

30. *Teleſcopium, quod objecta ſitu erecto repræſentet, conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur tubus, ut in *Problemate* 3. factum. (§. 24.).

2. In-

2. Inſeratur lens objectiva, vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.

3. Porro inſerantur tres lentes oculares utrinque convexæ, & æqualium ſphærarum ſegmenta.

SCHOLION.

31. *Quod ſi tubum 4 lentium aptare volueris; primo duæ fiſtulæ, continentes primum oculare, & lentem objectivam diducantur, quoad objectum petitum diſtincte appareat. Idem fiat cum altera parte, in qua duo oculares ſunt. Tum binæ tubi partes rurſus altera in alteram inſerantur, & promoveatur anguſtior in ampliore, quo uſque objectum denuo diſtinctum appareat.*

COROLLARIUM.

32. Si duæ lentes mediæ auferantur, prodit Teleſcopium Aſtronomicum.

PROBLEMA VI.

33. *Quantum Tubus Aſtronomicus objecta ampliet, inquirere.*

RESOLUTIO.

Dirigatur tubus verſus ſeriem te-

gularum in tecto, & quot tegulæ, per Telescopium tantæ apareant, quanta integra series est, observetur; sic innotescet, quoties Telescopium diametrum objecti ampliet.

COROLLARIUM.

34. Quia circuli sunt inter se, ut quadrata, & sphæræ ut cubi diametrorum (§. 131. 212. *Geom.*) facile invenitur, quoties superficies, & quoties corpus amplietur.

DEFINITIO VI.

35. Per *Operturam* intelligimus annulum, qui in lente objectiva operitur, ne radii per eum in tubum incidant. *Apertura* vero est circulus, qui in medio lentis objectivæ apertus manet, ut radii per eum in tubum incidere possint.

PROBLEMA VII.

36. *Justam aperturam lentis objectivæ in Telescopio definire.*

RESOLUTIO.

1. Ex charta compacta & nigra conficiantur plures orbes, quorum dia-

diameter latitudini lentis objectivæ æqualis ſit.

2. Hinc exſcindendo orbiculos, fiant annuli diverſarum aperturarum, ita ut diameter minimæ, diametrum piſi majoris vel $\frac{1}{4}$ digiti Rhenani adæquet.

3. Lenti objectivæ annuli omnes ſucceſſive imponantur, & notetur, per quemnam eorum objectum maxime diſtinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientiſſimam pro omni caſu deprehendes.

PROBLEMA VIII.

37. *Quoties Microſcopium objecta augeat, experientia definire.*

RESOLUTIO.

1. In charta alba ſubtilis breviſque lineola deſcribatur, quam uno obtutu per lenticulam complecti liceat.

2. Tum altero oculo lenticulæ admoto, altero aperto, imago in aëre pendula non procul ab oculo comparebit.

3. Tum circino magnitudo lineæ apparentis capiatur, ac in charta designetur; magnitudo lineolæ quoque circino capiatur, & quoties in linea reperta contineatur, investigetur.

4. Invenitur, quoties diametrum objecti Microscopia amplificent, consequenter etiam quoties superficiem atque corpus (§. 34.).

SCHOLION.

38. *Singulari dexteritate opus est, ad rite peragendum, quod in hac resolutione præscribitur.*

PROBLEMA IX.

39. *Microscopium ex duabus lentibus componere.*

RESOLUTIO.

Eodem fere modo, quo Telescopia Astronomica conficiuntur, nisi quod lens objectiva est parvæ, & lens ocularis majoris sphæræ segmentum. Justam earum distantiam inter se experientia commodissime docet. Hanc ob causam Telescopium Astrono-

nomicum inverſum, eſt Microſcopium compoſitum.

SCHOLION I.

40. *Commendatur proportio lentis objectivæ ad ocularem ut* 1 *ad* 2, *itemque ut* $2\frac{1}{2}$ *ad* 3; *diſtantiæ autem lentis objectivæ à foco, conceduntur ad ſummum* $\frac{2}{3}$ *aut* $\frac{1}{2}$ *digiti, diſtantiæ vero ocularis à foco ad ſummum* 1 *vel* $1\frac{1}{2}$ *dig.*

SCHOLION II.

41. *Conſtruuntur quoque Microſcopia ex tribus lentibus.* Dechales (Dioptr. lib. 2. Prop. 30. fol. 705. Mund. Math.) *laudat Microſcopium* Monconiſii, *in quo objectum diſtabat à lente objectiva* 7. *dig.* 4 *lin., diſtantia foci à lente objectiva erat* 1. *dig.* 1. *lin., diſtantia lentis objectivæ, à media lente oculari* 15 *dig., diſtantia foci ejus* 1 *dig., diſtantia lentis ocularis mediæ ab extrema* 1 *dig.* 5. *lin., diſtantia oculi ab illa* 6 *lin. Aperturæ diameter erat tantum* $1\frac{1}{2}$ *lineæ.*

PROBLEMA X.

42. Laternam magicam *conſtruere, quæ exiguas imagines in oppoſito albo pariete valde auctas depingit in conclavi obſcurato.*

RESOLUTIO.

Fig. 9.

1. Laterna ex lamina ferrea ſtanno obducta conſtruatur, in ejuſque pariete poſtico ſpeculum concavum H collocetur, cujus diameter in majoribus laternis, ad ſummum pedis 1, in mediocribus ped. $\frac{1}{2}$, in parvis 4 vel 5 digit.

2. In foco ſpeculi concavi lampas QL collocetur, ellychnio goſſypino ſpiſſiore inſtructa.

3. Januæ laternæ tubus ductitius duarum vel trium fiſtularum IKG afferruminetur, quo pro lubitu diduci poſſit.

4. Hujus tubi pars extrema quadrata efficiatur, crenam utrinque latiorem nacta, per quam aſſerculus quadratus atque oblongus trajici poteſt, in quo rotundi vitrei orbes PN, in diametro fere $\frac{5}{4}$ ped. vel etiam minores inſeruntur, in quibus imagines aqueis ac pellucidis coloribus pictæ ſunt.

5. Eidem tubo immittuntur duæ len-

lentes convexæ, vel etiam plano-convexæ. Harum lentium latitudo, altitudinem imaginis P N æquat. Lentis in I diameter $\frac{90}{100}$ ped. alterius K vero $1\frac{20}{100}$ ped. habere poteſt: aut diameter prioris $1\frac{75}{100}$ ped. poſterioris $2\frac{25}{100}$ ped. *Dechales* primam 5. digit., ſecundam 10 dig. facit.

Quod ſi vitra picta inverſe per crenam in tubum inſerantur, & tubus ita diducatur, ut pictura à lente longius quam focus abſit; erectam & ampliatam in adverſo pariete conſpicies. Nam quemadmodum imago, minor eſt objecto, cum hoc à lente valde remotum eſt; ita imago ampliatur, cum objectum lenti æque vicinum eſt ac aliàs imago: hæcque tantum à lente diſtat, ac aliàs objectum, cui parva imago eſt.

THEO-

THEOREMA V.

44. *Oculus per Polyedrum toties videt objectum, quot ſunt hedræ.*

DEMONSTRATIO.

Fig. 8. Etenim à puncto C incidunt radii in ſingula plana D A, A B & B E. Quare, cum verſus oculum O refringantur; oculus non ſolum per radium C O objectum in C videt, ſed & per radios F O & G O in c & c, conſequenter toties, quot ſunt hedræ. Q. E. D.

SCHOLION.

44. *Ut objectum verum digito attingere poſſis, ita quidem dirigendus, ut ad ſingulas imagines, digiti ſinguli tendere videantur; ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non obſervant fruſtra objectum attingere conantur. Polyedrum in gyrum quoque moveri poteſt ac obſervari, quænam imago maneat immota: ea enim ipſius objecti eſt; mutant enim apparentia loca, cum plana refringentia loca mutant.*

PRO-

PROBLEMA XI.

45. *Vitra ad poliendum apta seligere.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ, ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum esse vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuscus. Et quoniam vitrum candidissimum venas plerumque habet, & in aëre humescens sua sponte post aliquot annos polituram omnem amittit; *Hugenius* (*in Commentariis deformandis vitris* p. 173.) optimum cœteris paribus judicat, quod subflavum, leviter rufum aut subviride apparet. *Hevelius* (*in Prolegom. Selenogr.* 14.) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum à vesiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac spiris nocivis immune deprehendes, si lumen solare per id transmissum charta alba ex-

excipiatur: ſinguli enim nævi per umbras reſpondentes detegentur; quia enim hujuſmodi nævi refractionem valde turbant, ſedulo cavendum, ne tales in medio lentis extra operturam ſint.

PROBLEMA XII.

46. *Vitra atterere & polire.*

RESOLUTIO.

1. Catinus arena minuta & madefacta conſpergatur, & panno craſſiori aliquoties complicato imponatur, in eoque vitrum capulo ligneo agglutinatum teratur.

2. Ubi vitrum figuram catini aſſumſit, ipſum cum capulo & catino mundetur, ne quid arenæ priſtinæ ullibi adhæreat; deinde adhibeatur loco arenæ pulvis ſmiridis.

3. Deletis arenularum veſtigiis, adhibeatur arena clepſydralis rubra per

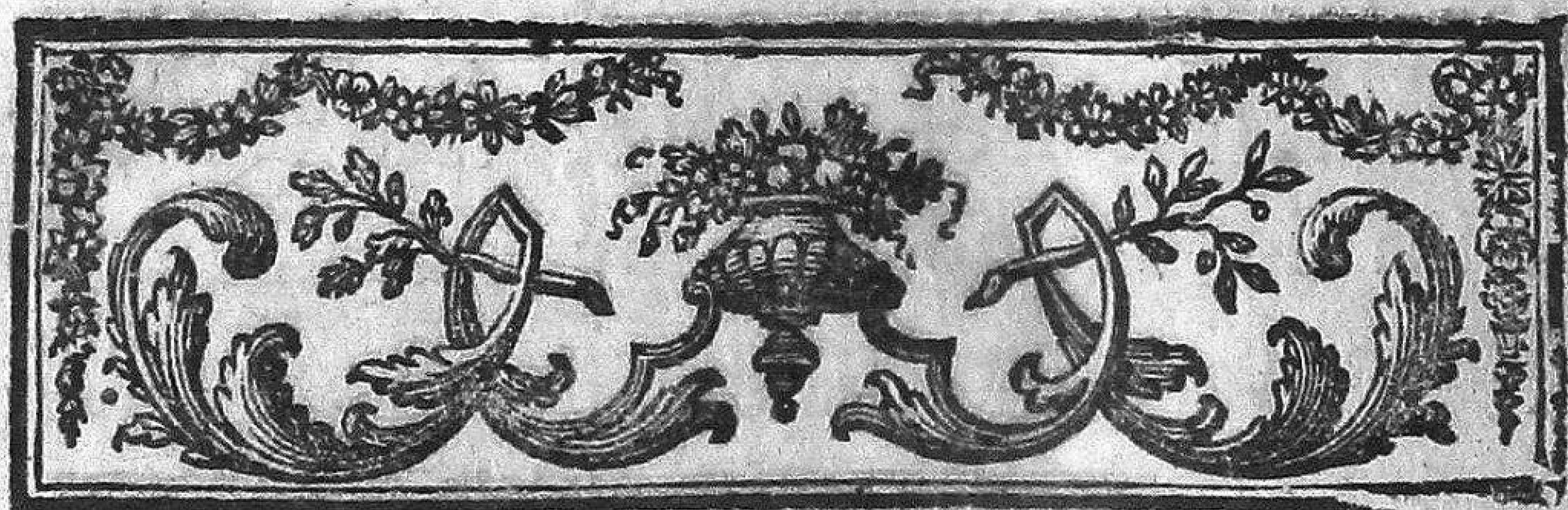
per ſecerniculum coacta, ut grana omnia ſint æqualia, & tamdiu vitrum in catino teratur, donec aliquem nitorem induerit.

4. Vitro ad polituram præparato, cavitati catini ſuperglutinetur faſcia chartæ tenuis, ejuſdem ubique craſſitiei, abſque aſperitatibus. Glutinis loco eſſe poteſt Gummi in aqua ſolutum, vel pulvicula ex amylo vel farina tritica, nec non ex hoſtiis, quibus in ſacra cœna utimur, confecta. Chartæ exſiccatæ affricetur pulvis Terræ Tripolitanæ, & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam craſſiora adſint ſulcos datura. Tandem ſuper hac charta vitrum tamdiu teratur, donec ejus politura cenſeatur perfecta.

DIOPTRICÆ

FINIS.

ELE-



ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

DEFINITIO I.

1.  ERSPECTIVA est Scientia delineandi objectum, quale in data distantia, & in data altitudine oculo apparet.

COROLLARIUM.

2. Est itaque necesse, ut radii ab imagine reflexi, in oculum eodem modo incidant, quo ab objecto ipso, in data distantia & altitudine, inciderent.

SCHOLION.

TAB. Persp. Fig. 1.

3. *Esto O oculus; videbitur Triangulum ABC, per radios OA, OC, OB, & quoad hi*

bi radii eosdem angulos in oculo facient, Triangulum eodem modo videbitur. Proinde eodem modo videretur, si radii O a, O c, O b à tabula H I reflecterentur. Quod si concipias H I tabulam esse transparentem, quam radii à Triangulo A B C exeuntes, non mutati tamen trajiciant; eosque oculum O adeuntes, tabulam H I, in a, b, c perforare: habebis imaginem, quæ oculo in O eodem modo, ac Triangulum A B C ipsum apparebit. Perspectiva vero docet, quo pacto puncta a, b, c geometrice inveniri possint.

DEFINITIO II.

4. *Punctum visus* seu *Oculi* est punctum F, in tabula H I, in quod ex oculo O recta O F ad tabulam H I perpendicularis ducitur; vocatur etiam *Punctum Principale*.

TAB. I. *Fig.* 2.

DEFINITIO III.

5. Linea N I, cui tabula insistit, *Linea fundamentalis*, vel etiam *Basis tabulæ* dicitur.

DEFINITIO IV.

6. *Linea horizontalis* est recta P Q,

per punctum principale F ducta, lineæ fundamentali N I parallela.

DEFINITIO V.

7. *Punctum distantiæ* est punctum P vel Q in linea horizontali P Q, tanto intervallo à puncto principali F distans, quanto oculus O ab eodem distat.

PROBLEMA I.

8. *Quodvis planum horizontale ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

TAB. I. Fig. 3.

1. Describatur planum: ex. gr. triangulum A B C, quemadmodum in Geometria traditum fuit.

2. Ducatur linea fundamentalis D E, in distantia trianguli à tabula.

3. Huic linea horizontalis H K parallela ducatur in distantia altitudinis oculi.

4. Ex singulis angulis plani Geome-

metrici demittantur perpendiculares A1, C2, B3, in lineam fundamentalem DE.

5. In horizontali HK, assumatur punctum principale V, & transferatur ex illo, in quam partem libuerit, punctum distantiæ K, in data oculi distantia.

6. Transferantur ex 1 in A, ex 2 in C, ex 3 in B, perpendiculares A 1, C 2, B 3.

7. Ex puncto principali V ducantur rectæ versus 1, 2, 3, & ex puncto distantiæ K versus B, A, & C aliæ rectæ.

8. Ubi hæ rectæ se intersecabunt, sc. in *b*, *a*, & *c*, apparebunt puncta B, A, & C. Proinde ductis rectis *ba*, *ac*, *cb*, delineatio ichnographica perfecta erit.

SCHOLION.

9. *Hæc regula generalis est, poteruntque pro lubitu figuræ eligi, ac ita ichnographice delineari, si cui in hujusmodi ichnographicis delineationibus se exercere volupe fuerit. Demonstratio exhibetur in nostris* Element. Perspect. §. 23.

§. 23. *In casibus particularibus interdum compendia adhiberi possunt, quem in finem sequentia problemata addo.*

PROBLEMA II.

Fig. 4.

10. *Quadratum ABDC, cui aliud IMGH inscriptum, ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Ductis horizontali LK & fundamentali DE, ex puncto principali V transferatur utrinque in lineam horizontalem distantia oculi VL & VK.

2. Ducantur VA & VB, itemque KA & LB; erit A *c d* B ichnographia quadrati ACDB.

3. Producatur latus quadrati inscripti IH, donec lineæ Terræ in I occurrat, ducanturque rectæ KI & KM; erit *i h g* M repræsentatio quadrati inscripti IHGM.

PRO-

PROBLEMA III.

11. *Circulum ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Super linea terræ AB describatur semicirculus, & ex quotlibet punctis peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad lineam terræ perpendiculares C1, F2, G3, H4, I5 &c.

Tab. II. *Fig. 5.*

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5, B, ducantur rectæ ad punctum principale V, item recta ex B ad punctum distantiæ L, & alia ex A ad punctum distantiæ K.

3. Per communes intersectiones agantur rectæ: ita nimirum habebuntur punctorum A, C, F, G, H, I, B repræsentationes in *a, c, f, g, h, i, b;*

4. Tandem puncta ista arcubus connectantur, ut habeatur projectio circuli *acfghibihgfca.*

SCHOLION.

12. *Hoc modo qualibet alia linea curva projici poterit.*

PROBLEMA IV.

13. *Scenographiam ſolidi cujuſcunque exhibere.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 6.

1. Ichnographia perſpectiva baſeos ſolidi delineetur (§. 8).

2. Super linea fundamentali DE, ex quolibet puncto H, altitudo ſolidi HI perpendiculariter erigatur, & in quodlibet punctum V, in linea horizontali HR aſſumtum, ex punctis H & I, ducantur rectæ VI & VH.

3. Ex angulis *b*, *a*, & *c*, erigantur perpendiculares *bg*, *ah* & *ce*.

4. Ex angulis baſeos, lineæ *b*1, *d*2, fundamentali DE parallelæ ducantur.

5. Su-

5. Super eadem ex punctis 1, 2, perpendiculares 1 L, 2 M erigantur.

6. Fiat tandem $af = HI$, $bg = ce = 1L$, & $dh = 2M$, superficies superior *ghef* delineari poterit.

SCHOLION.

14. *Demonstratio videre est in nostris* Element. Perspect. (§. 35). *Consultum vero erit, generalem regulam, nonnullis exemplis illustrare.*

PROBLEMA V.

15. *Pyramidem truncatam delineare.*

RESOLUTIO.

1. Si à singulis angulis in basi superiori concipiantur demissa perpendicula in inferiorem; prodibit pentagonum, pentagono basis inscriptum, cujus latera, lateribus hujus parallela. Quamobrem sic duplex pentagonum *lmnop*, *abcde* ichnographice delineabitur.

Tab. II. *Fig.* 7.

 2. Eri-

2. Erigatur in H altitudo Pyramidis truncatæ HI, ducanturque ex puncto V, lineæ HV & VI, & determinentur (§. 13.), ut figura ostendit, altitudines, super angulis internis *a b c d e* erigendæ.

3. Puncta superna *f, g, h, i, k*, lineis rectis jungantur.

4. Tandem rectæ *lk*, *fm*, *gn*, ducantur, & scenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta.

COROLLARIUM.

16. Quod si in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici, & reliqua deinde fiant, ut in problematis resolutione; scenographia coni truncati perficietur.

PROBLEMA VI.

17. *Super Pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 8.

1. Repræsentetur pavimentum AFH3 in tabula, unà cum basibus columnarum

rum atque pilarum, si quæ adfuerint (§. 8. 11.).

2. In fundamentalem transferatur crassities muri BA, & 3. 1.

3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1, erigantur perpendiculares AD & BC, item 3. 6, & 1. 7. (§. 70. 89 *Geom.*).

4. Puncta D & 6 connectantur cum principali V, rectis DV & 6V.

5. Ex F & H erigantur perpendiculares FE, & HG.

Ita parietes omnes ADEF, EGHF, & G63H, cum laqueari DEG6, delineati erunt.

6. Quod si pilæ aut columnæ super pavimento AFH3 erigendæ; non alia re opus est, quam ut ex earum basibus, vel quadratis vel circularibus ichnographicè delineatis, excitentur perpendiculares indefinitæ, & in linea fundamentali, ad quam pertingit radius FA, per basin transiens, erigatur altitudo vera AD: ducta enim ut ante DV, altitudines scenographice determinabuntur.

SCHOLION.

18. *Ichnographia pavimenti geometrica, unà cum pilarum columnarumque basibus, secundum regulas Architectonicas delineatur.*

PROBLEMA VII.

19. *Januam scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 8. Sit janua delineanda in pariete DEFA.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus distantia AN, ab angulo A, unà cum latitudinibus postium NI & LM, atque latitudine ipsius januæ LI.

2. Ad punctum distantiæ K, ex singulis punctis, N, I, L, M, ducantur rectæ KN, KI, KL, KM, quæ latitudinem januæ *li*, atque postium latitudines *in* & *lm* determinabunt.

3. Ex A in O transferatur altitudo januæ AO, & ex A in P, altitudo pos-

postium A P, aut ex O in P latitudo postis transversi.

4. Jungantur O & P cum puncto principali V rectis P V & O V.

5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares, pertingentes ad P V & O V: atque sic janua determinata erit.

6. Crassities muri in *l*, per crassitiem muri in A B determinatur, ducta recta ex B in punctum principale V.

II. Si janua delineanda in pariete E F H G, eodem fere modo singula peragenda sunt. Nam.

1. In lineam terræ transferatur ex A in R distantia januæ ab angulo in plano geometrico, & inde ulterius latitudo januæ ex R in T.

2. Ex R & T ducantur ad punctum principale V lineæ R V & T V, ut habeatur latitudo *r t* in plano perspectivo.

3. Ex *r* & *t*, erigantur perpendiculares indefinitæ ad F H.

4. Ex

4. Ex A in P transferatur ut ante altitudo A P vera.

5. Denique ex P ducatur ad punctum principale V recta P V; erit F z altitudo ichnographica.

6. Fiant *r r* atque *t t* ipsi F z æquales.

Ita janua *r r t t* erit delineata; nec difficulter adduntur postes.

PROBLEMA VIII.

20. *Fenestras scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

Tab. III. *Fig.* 8.

1. Ex 1 in 2 transferatur craffities muri ante fenestram, ex 3 in 4 ejus distantia ab angulo, & ex 4 in 5 ejus latitudo.

2. Ex 4 & 5, ducantur ad punctum distantiæ L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem fenestræ perpectivam 10. 9 designabunt.

3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavimentum perpendiculares, hoc est, du-

ducantur ipsi 63 parallelæ indefinitæ.

4. Ex 3 in 11 transferatur distantia fenestræ à pavimento, & ex 11 in 12 ejus altitudo.

5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V. 11 & V. 12; quæ perpendiculares 10.13, & 9. 14, in 13 & 14, itemque in 15 & 16 intersecantes, apparentiam fenestræ exhibebunt.

6. Crassities muri ante fenestram, ut in problemate præcedente reperiri poterit.

PROBLEMA IX.

21. *Januam apertam scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

Quoniam janua, dum aperitur, semicirculum describit; schenographia januæ (§. 19.) delineetur.

TAB. II. *Fig.* 9.

1. Repræsentetur in tabula semicir-

circulus *e c d*, cujus centrum *a*, semidiameter vero latitudo januæ, *a d* (§. 11.).

2. In eo notetur punctum *c*, ubi janua desinit, & inde ducatur *f c*, ad fundamentalem perpendicularis.

3. Per *c* & *a* agatur *c a*, quæ continuata horizontalem V O in O secat.

4. Denique ex puncto O per *b* ducatur recta *b f*; & janua aperta *b f c a* delineata habetur.

SCHOLION.

22. *Eodem modo fenestræ apertæ delineantur. Neque necesse est, integrum semicirculum ichnographicè describi; sufficit punctum c, secundum regulam generalem, problemate* 1 (§. 8.) *exhibitam determinari.*

PROBLEMA X.

23. *Data apparentia corporis opaci & luminosi, per radios divergentes radiantis, ex gr. lampadis, candelæ aut facis accensæ, invenire apparentiam umbræ.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur punctum M, in delineatione ichnographica, in quod incidit linea ex centro luminis L in pavimentum, cui corpus insistit perpendiculariter demissa (§. 8.)

TAB. II. Fig. 11.

2. A singulis angulis corporis seu punctis sublimibus, demittantur itidem perpendiculares ad pavimentum: quod in nostro casu non necesse est, cum lineæ AD, BE, CF, sint hæ lineæ desideratæ.

3. Per extremitates infernas harum perpendicularium F, E, D, ducantur ex M rectæ MG & MH, per supernas A, C, B autem, ex L aliæ lineæ LG, LH, priores in G & H, intersecantes, umbramque DEHG terminantes.

PROBLEMA XI.

24. *Determinare umbram solidi in parietem RQ, aut aliud solidum cadentem.*

TAB. I. Fig. 12.

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur umbra in pavimentum projecta BMC (§. 23.).

Tab. I. Fig. 12.

2. Ex puncto T, ubi recta NM, transiens per N & punctum E, in quod perpendicularis à vertice solidi demissa incidit, parietem RQ secat, erigatur TO, ad pavimentum cui solidum insistit perpendicularis, secans LM in O; & habetur longitudo umbræ, in parietem cadentis. Latitudo se ipsam inferne exhibet.

PROBLEMA XII.

25. *Data altitudine solis supra horizontem; umbram solidi delineare radiis solaribus, pavimento, cui solidum insistit, parallelis incidentibus.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 13.

1. Quoniam sol radiat per radios parallelos, radii autem pavimento paralleli existunt, per angulos solidi singulos, agantur rectæ inter se, & lineæ fundamentali parallelæ HL, EK & FI.

2. Per

2. Per angulos ſuperiores, aut puncta ſublimia A, B, D agantur rectæ AK, BL, DI, quæ cum perpendicularibus AG, BH, DF angulos conſtituant, complemento altitudinis ſolis, ſeu diſtantiæ ejus à vertice æquales, atque priores in L, K & I interſecent; determinabitur itaque umbra FIKL.

PROBLEMA XIII.

26. *Sole ultra tabulam conſtituto, data ejus diſtantia à plano verticali, & altitudine ſuper pavimento, in quo corpus conſtituitur; exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis.*

RESOLUTIO.

1. Ex puncto principali V erigatur VA, ad lineam horizontalem HR perpendicularis, fiatque diſtantiæ oculi VL æqualis.

TAB. III. *Fig.* 14.

2. Fiat in A angulus VAB, diſtantiæ ſolis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD, factaque BC = BA, fiat angulus DCB, altitu-

dini ſolis æqualis, ut habeatur punctum D.

4. Quod ſi jam quæratur apparentia umbræ, quam projicit punctum ſublime H; demiſſa perpendiculari HI ad planum perſpectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK, erit IK umbra quæſita.

SCHOLION.

27. *Planum verticale dicitur, quod pavimento, aut plano geometrico perpendiculariter inſiſtit.*

PROBLEMA XIV.

28. *Sole ante tabulam conſtituto, data ejus diſtantia à plano verticali, & altitudine ſuper horizonte ſeu pavimento, in quo corpus conſtituitur; exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 15.

1. Ex puncto principali V erigatur VA, ad lineam horizontalem HR perpendicularis, & diſtantiæ oculi æqualis.

2. Fiat in A angulus VAB, diſtantiæ ſolis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD factaque BC = BA, fiat

fiat angulus BCD datæ altitudini solis æqualis; poteritque ut in problemate antecedente, ex datis punctis B & D, umbra corporis reperiri.

PROBLEMA XV.

29. *Umbram corporis delineare, quam ad lumen fenestræ projicit.*

RESOLUTIO.

1. Ex medio fenestræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares EF, AC, BG. Tab. III. *Fig.* 10.

2. Prolongetur EF in D, quo altitudo fenestræ ED prodeat. Erunt C, F, G, puncta, ex quibus lineæ umbræ, per puncta inferna perpendicularium ducuntur; contra E & D puncta, ex quibus lineæ per supernos angulos describuntur.

Nempe puncta C, F, & G, hic idem sunt, quod supra (§. 23.) punctum M; & duo E & D, quod ibi centrum L. Tab. II. *Fig.* 11.

SCHOLION.

30. *Omnium quæ hactenus docuimus, accuratæ demonstrationes in nostris* Element. Perspect. *exhibentur.*

PROBLEMA XVI.

31. *Objectum quodcunque datum accurate delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 16.

1. E quatuor ſubcudibus paretur quadratum DE per fila iiſdem parallela in areolas quadratas inter ſe æquales diviſum.

2. Super tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut ſit quadrato parallela.

3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum DE diviſum.

4. Per dioptram H, oculo in objectum directo, quod ultra tabulam DE debito intervallo remotum, obſervetur, in quibus areolis DE ſingulæ partes appareant, & eædem delineentur, in quadratulis, quæ ſuper charta iiſdem reſpondent.

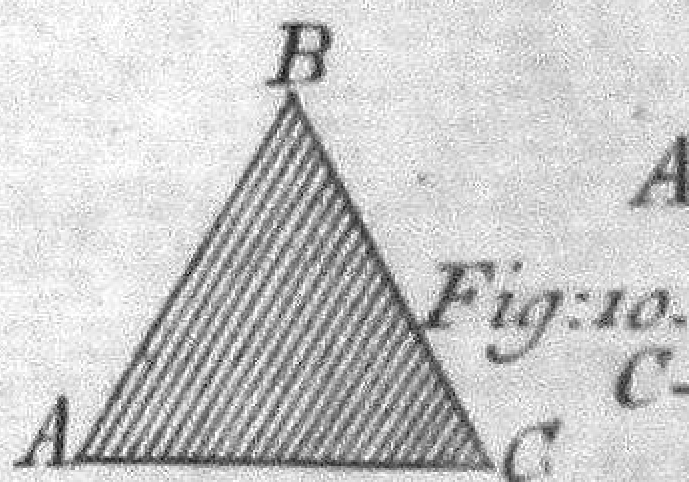
Ita artis delineandi peritus ſatis accurate apparentiam objecti exhibebit.

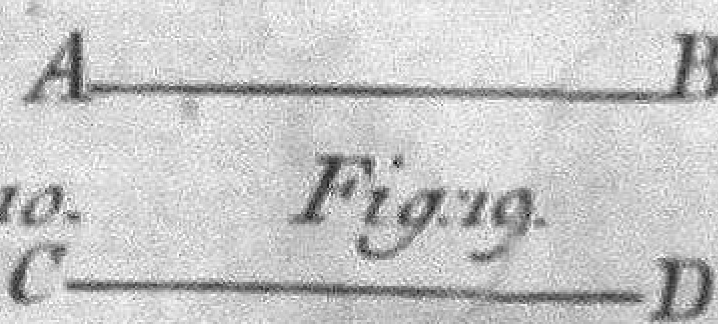
FINIS PERSPECTIVÆ.

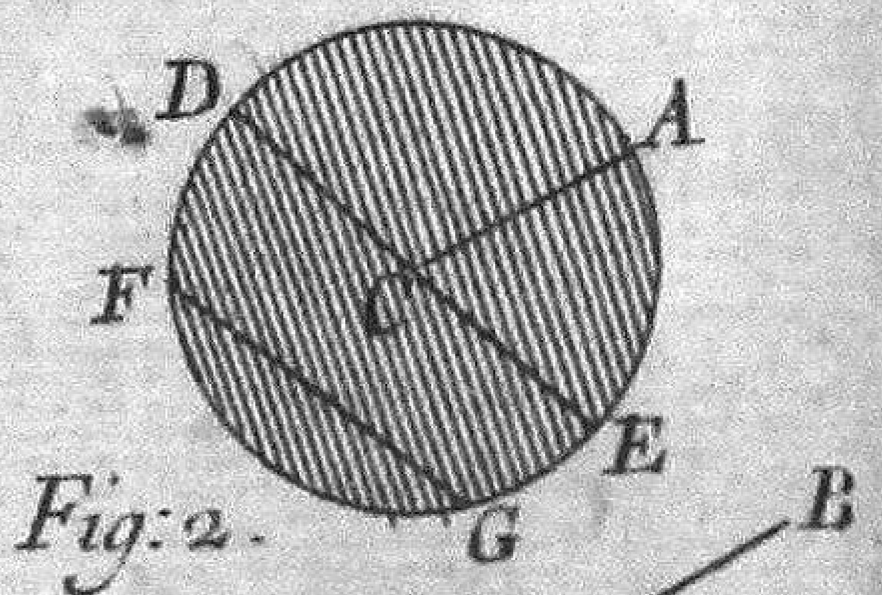
ET TOMI PRIMI.

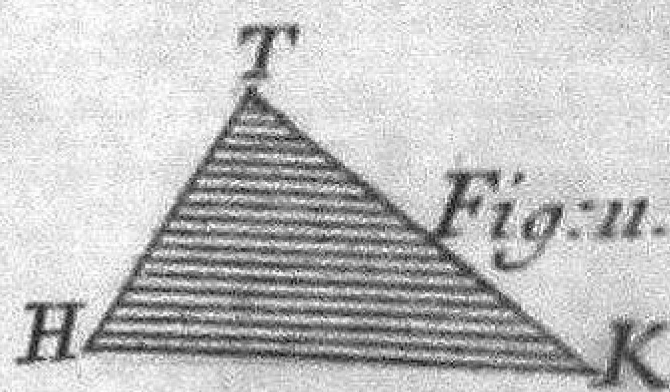
Fig: Geom: Tab: I.

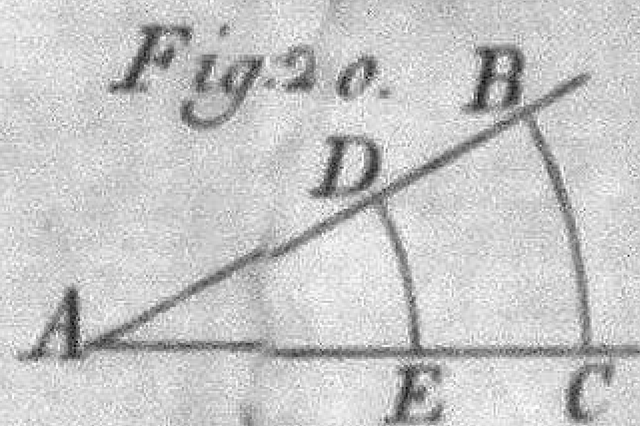


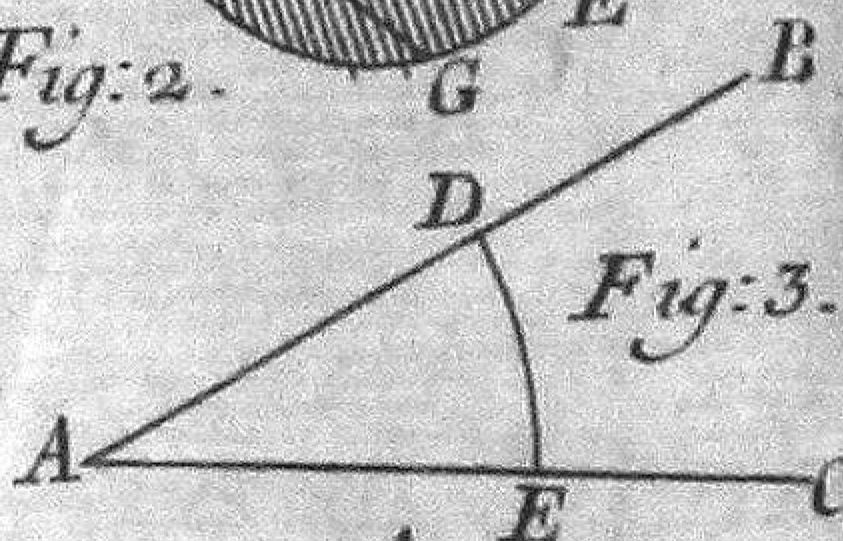




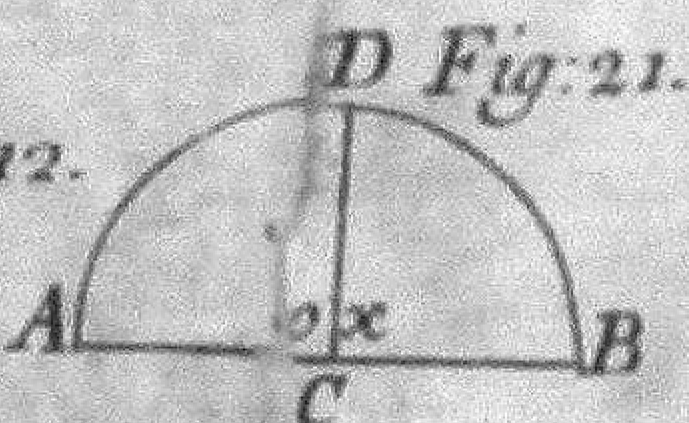


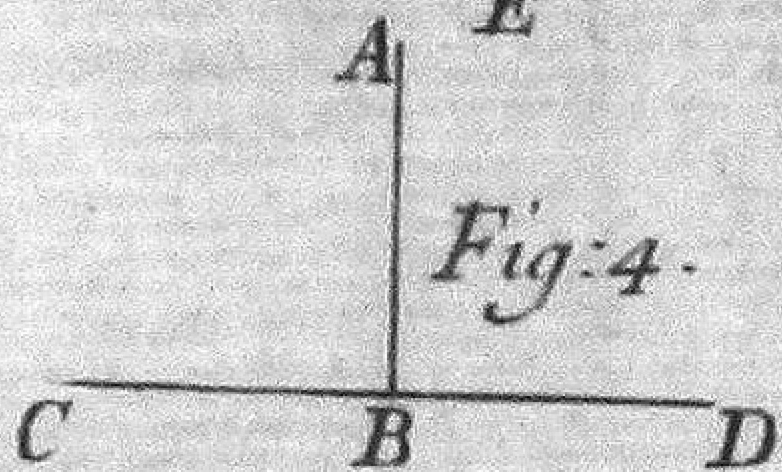


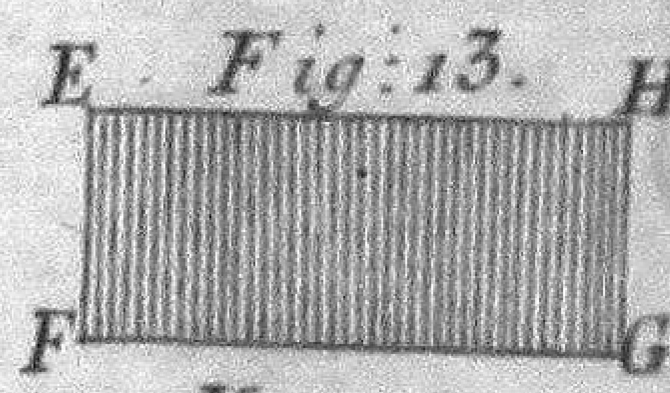


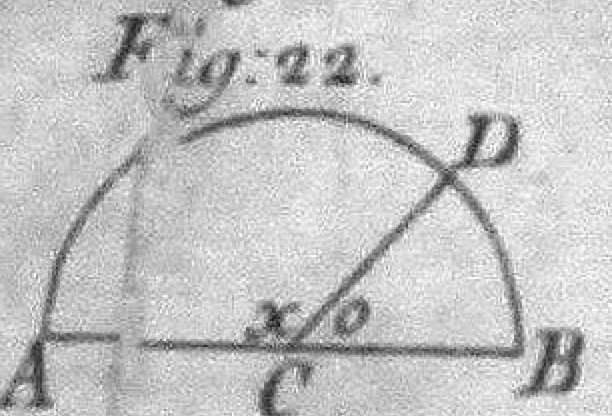


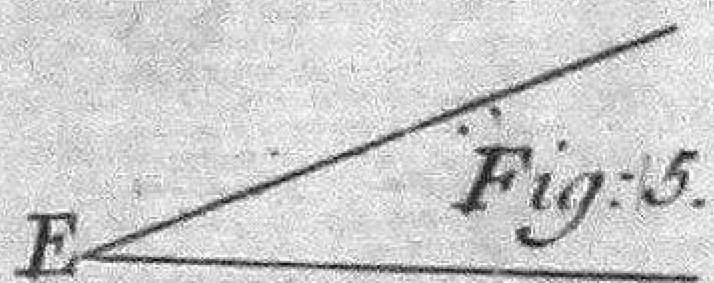


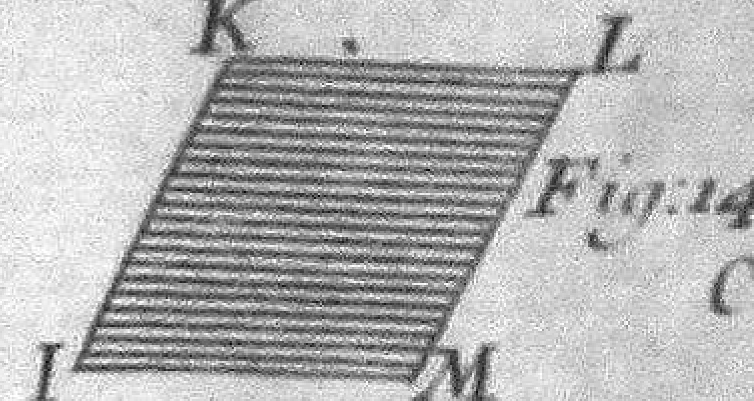


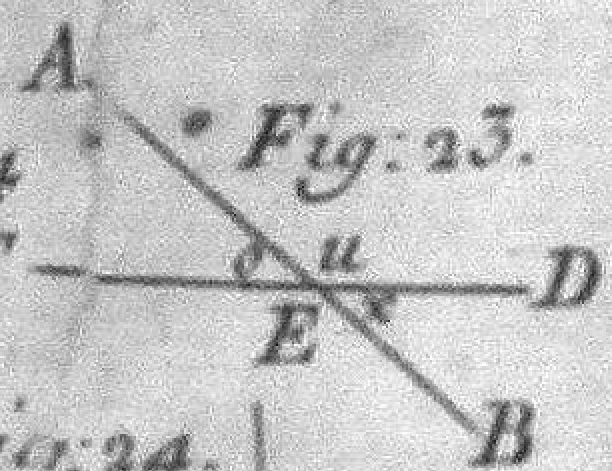


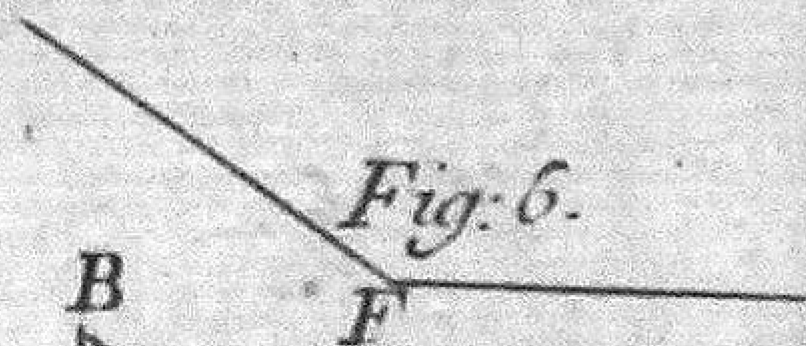


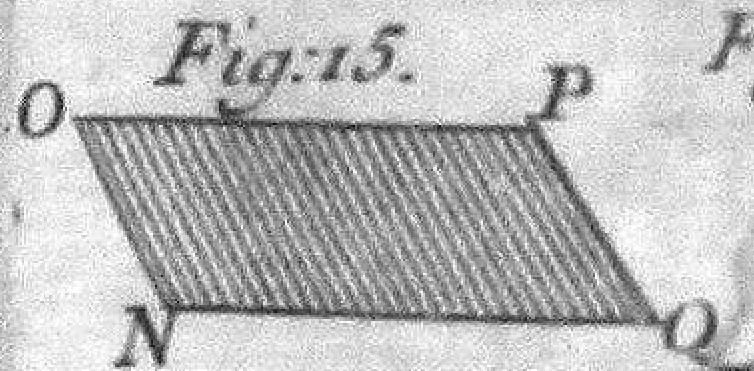


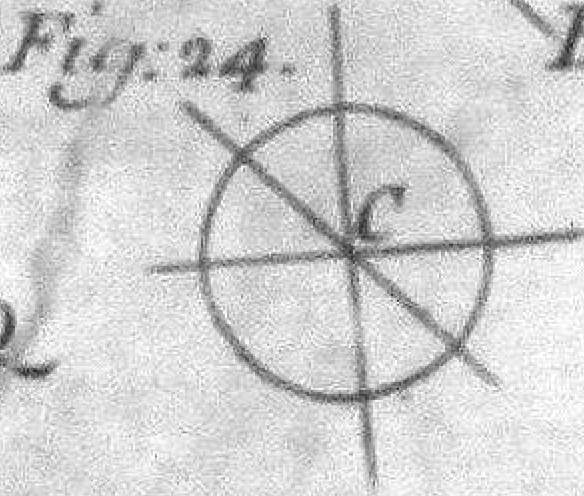


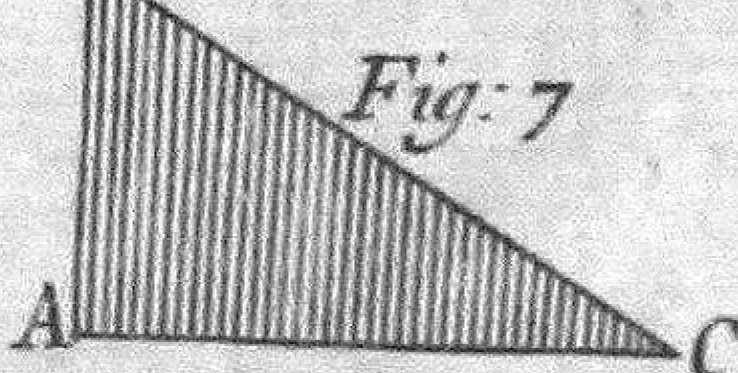


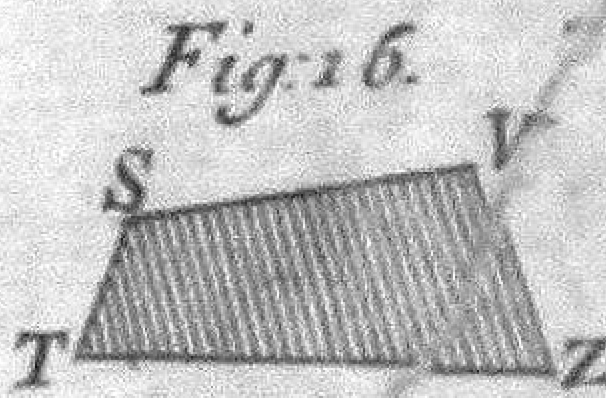


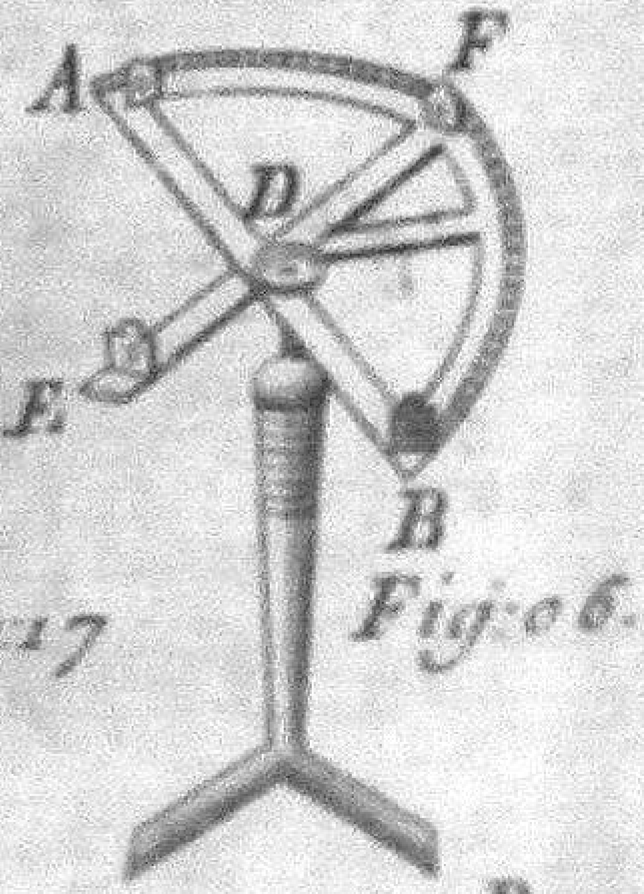


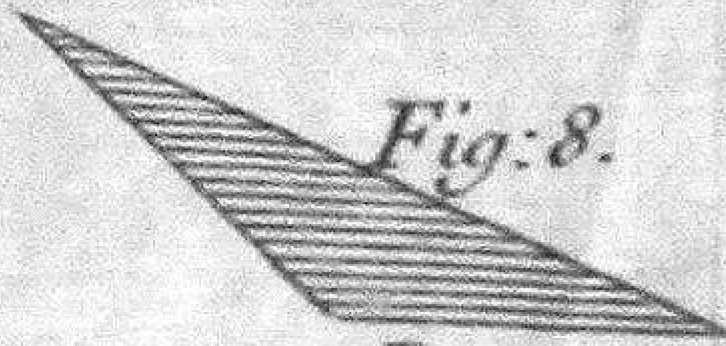


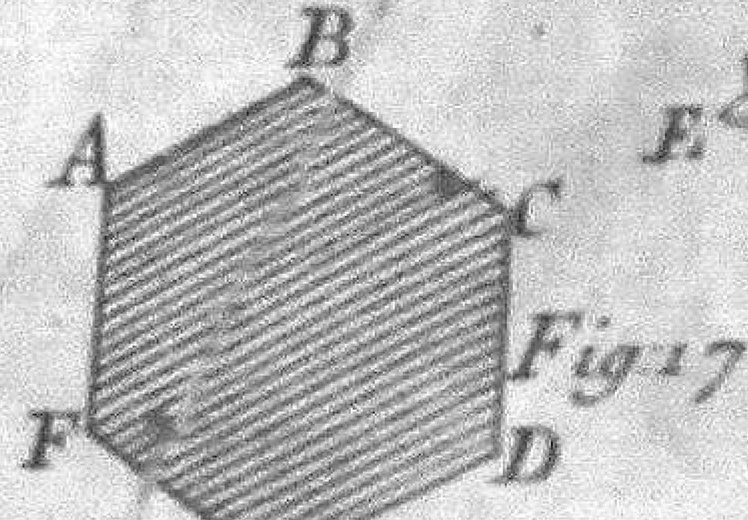


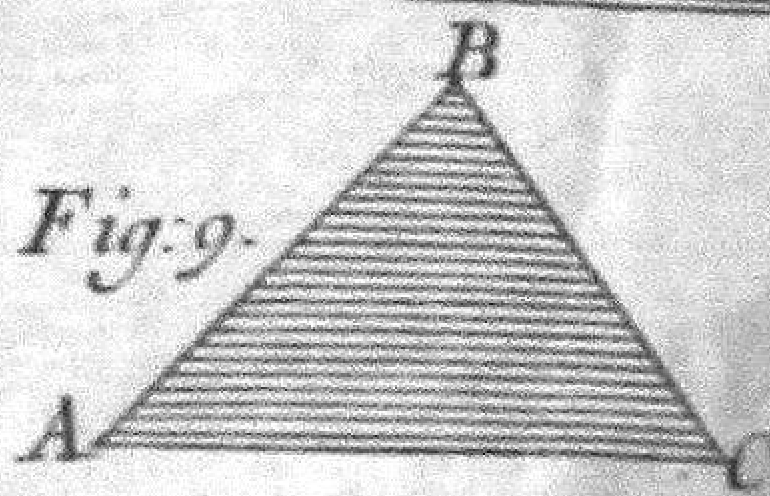


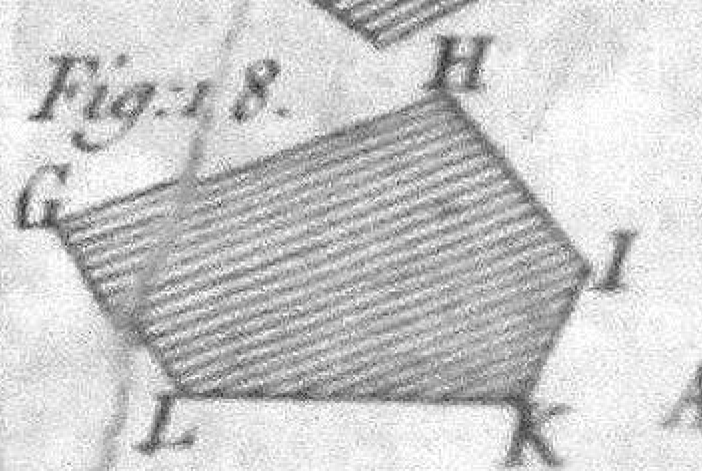












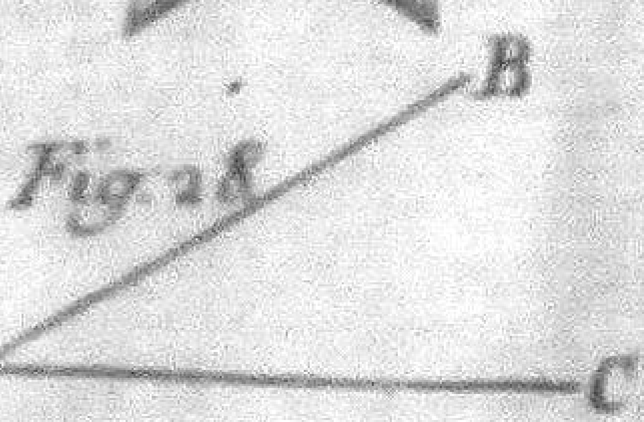


FIG: GEOM: TAB: II.

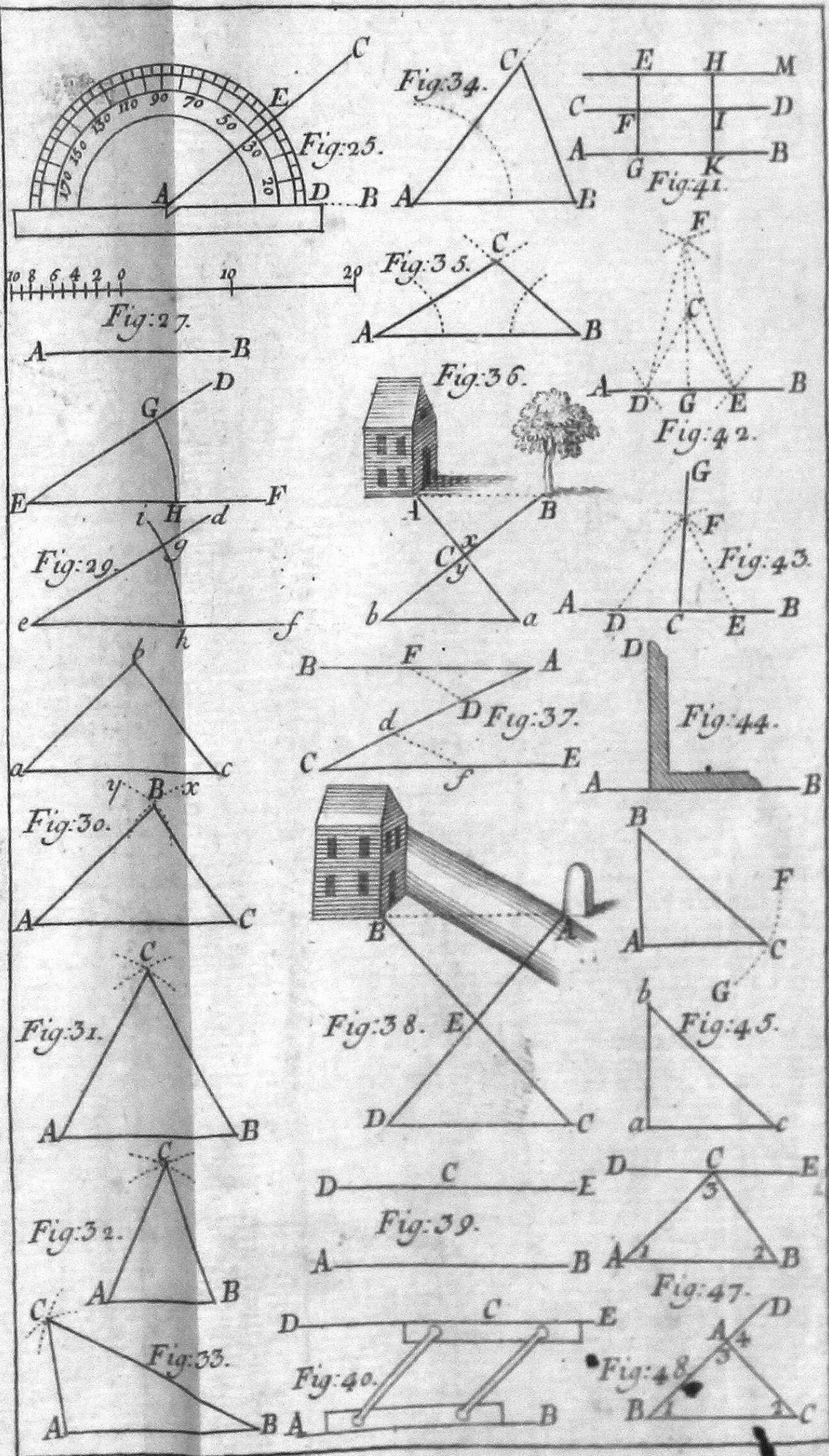
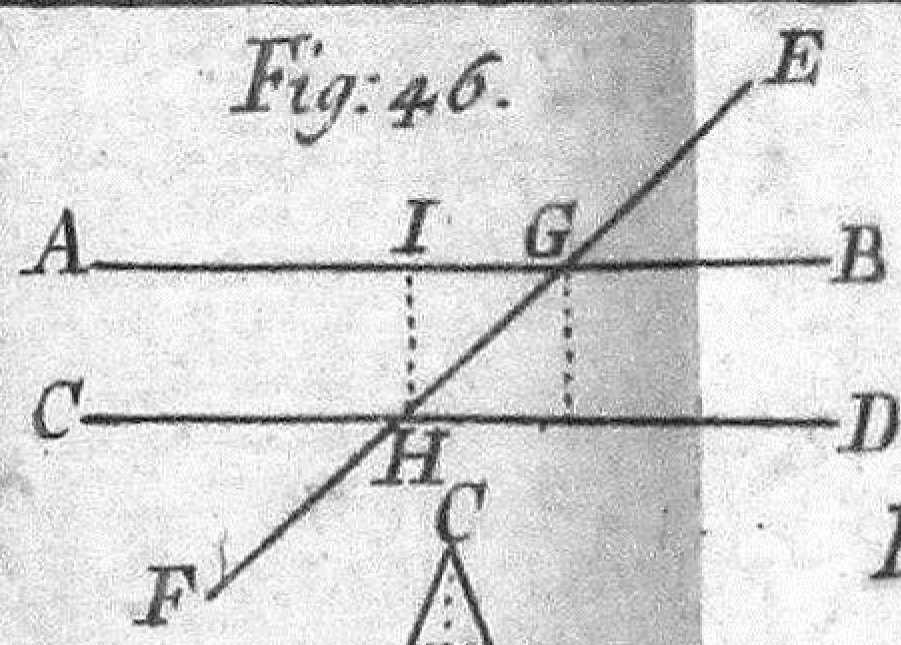
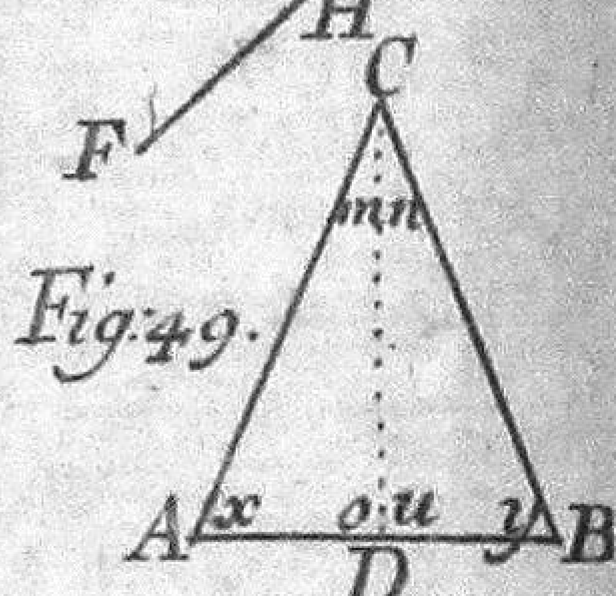
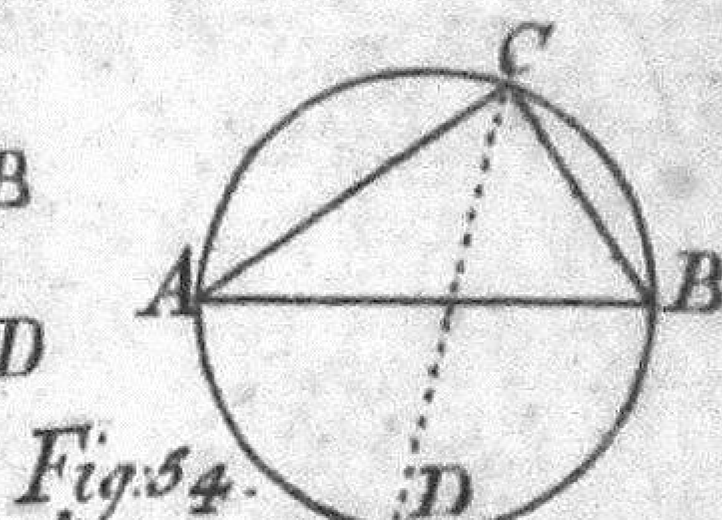
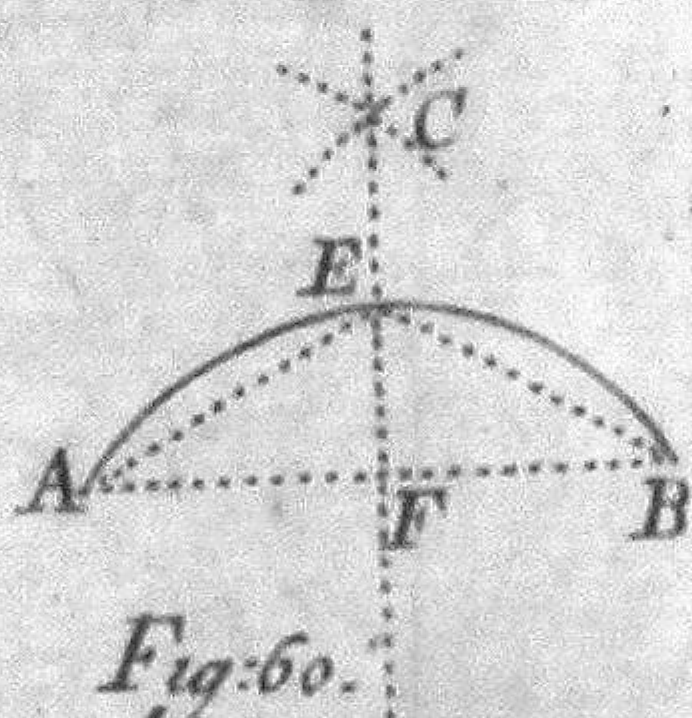


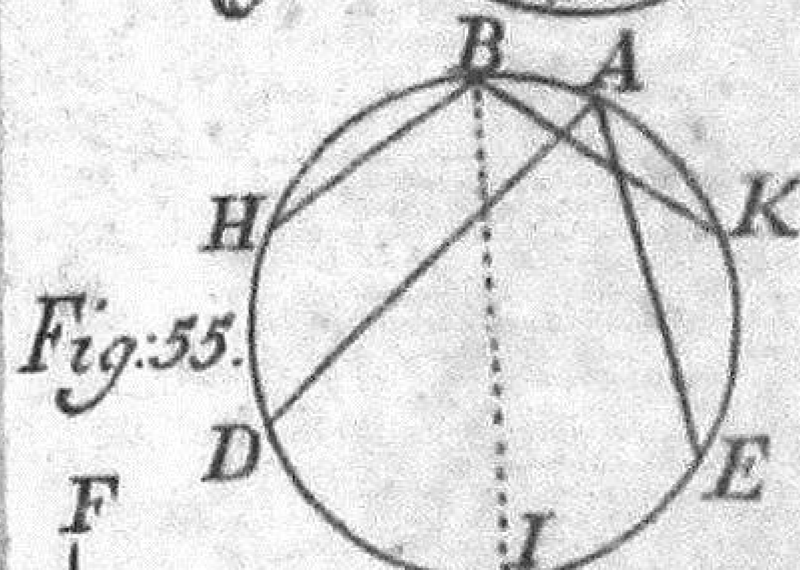
Fig: Geom: Tab: III.

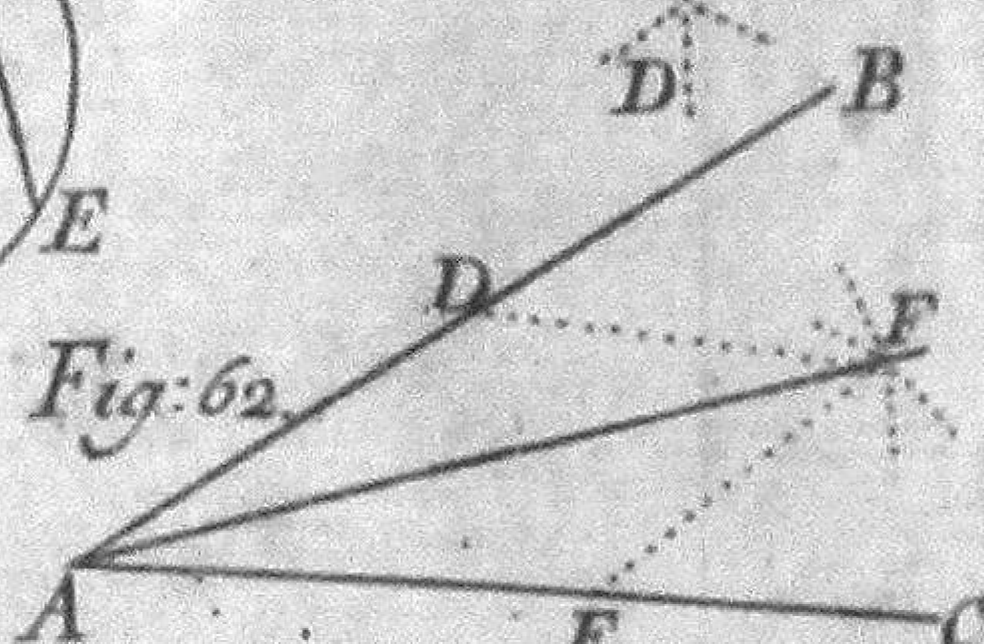


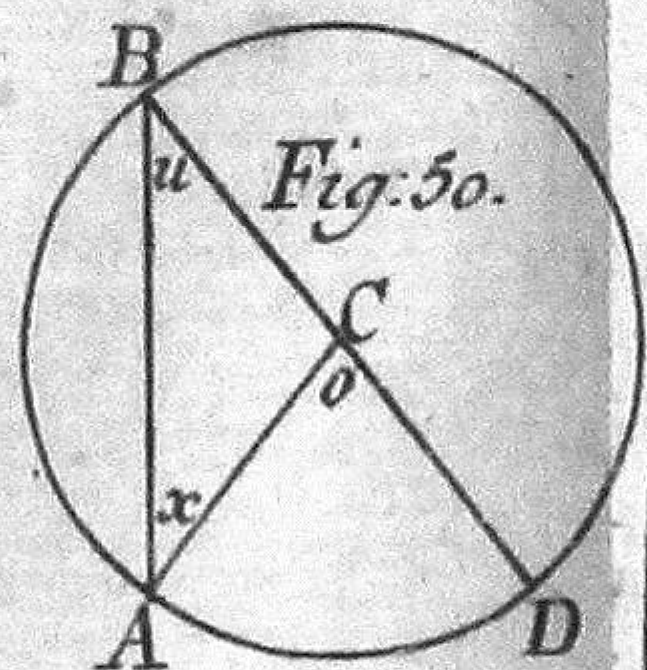


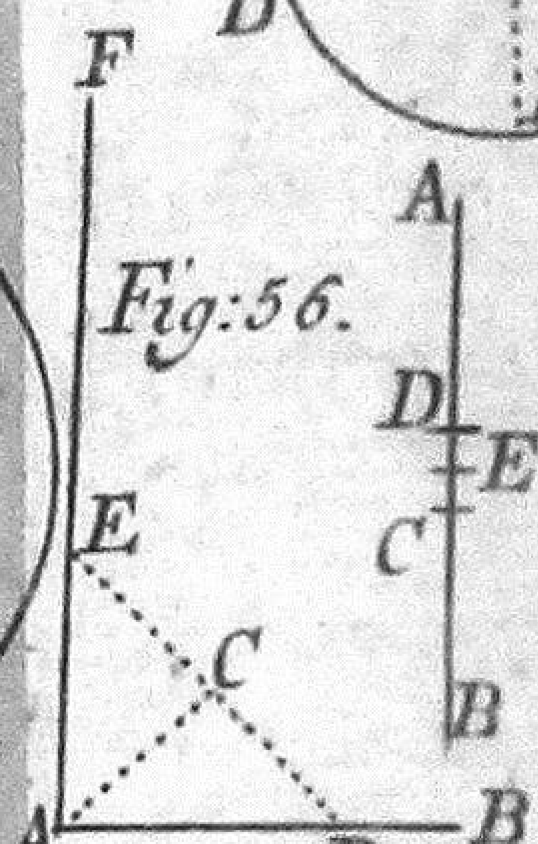


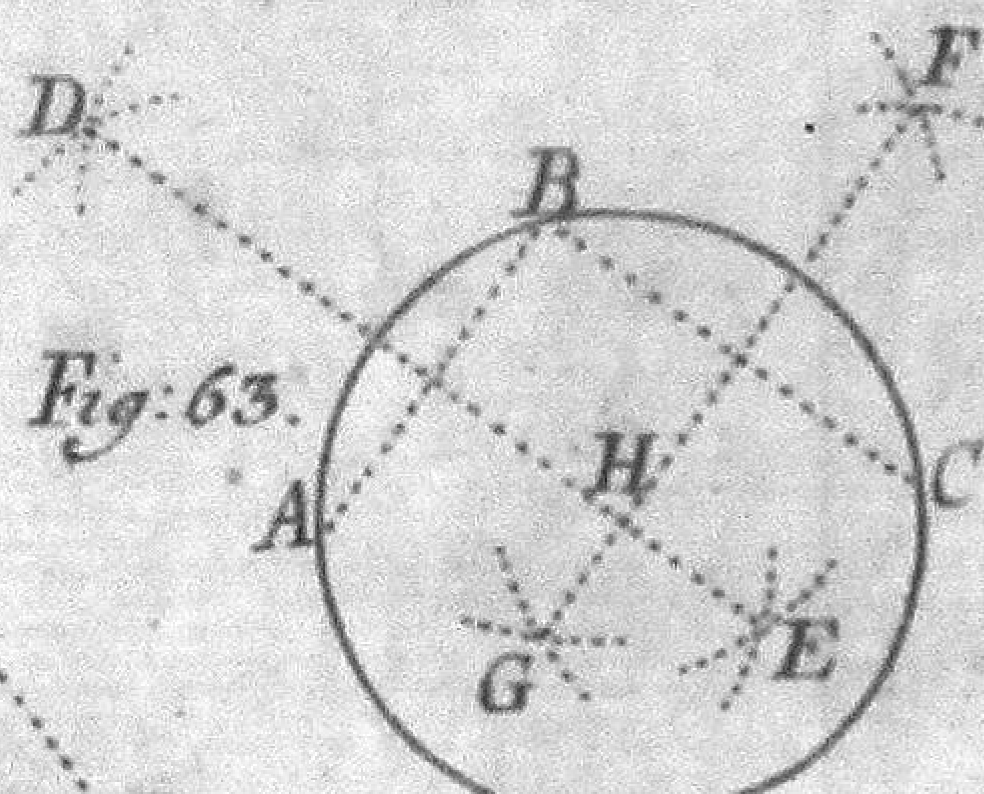


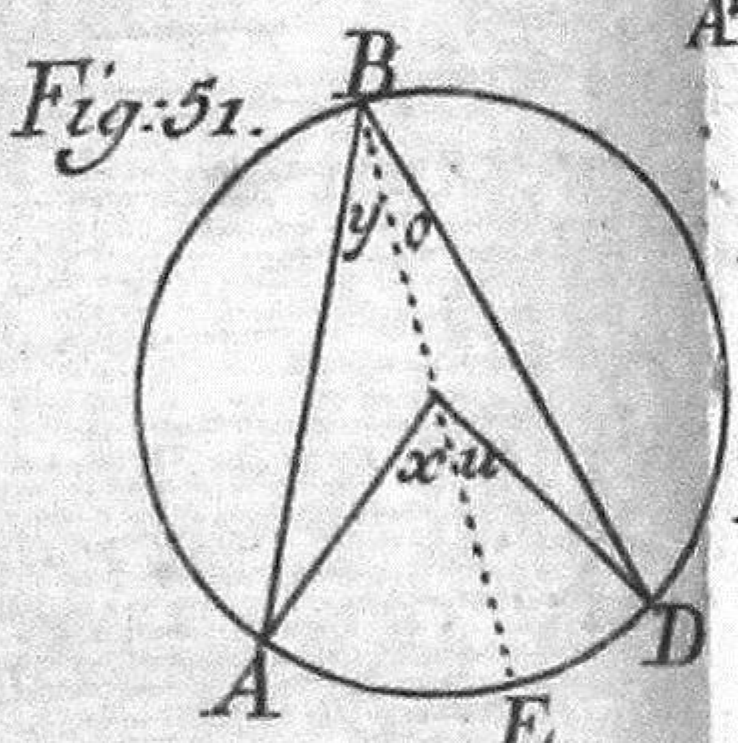


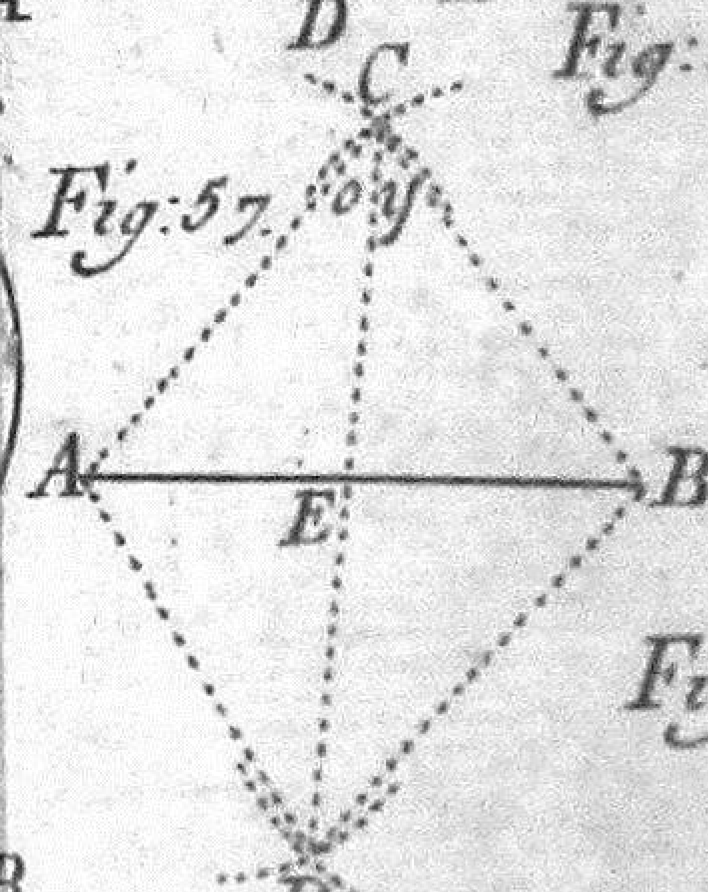


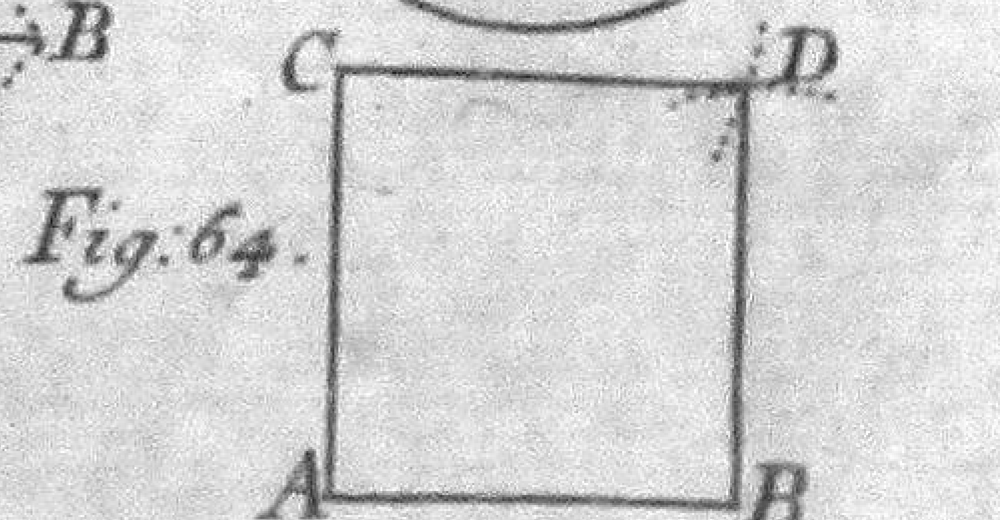


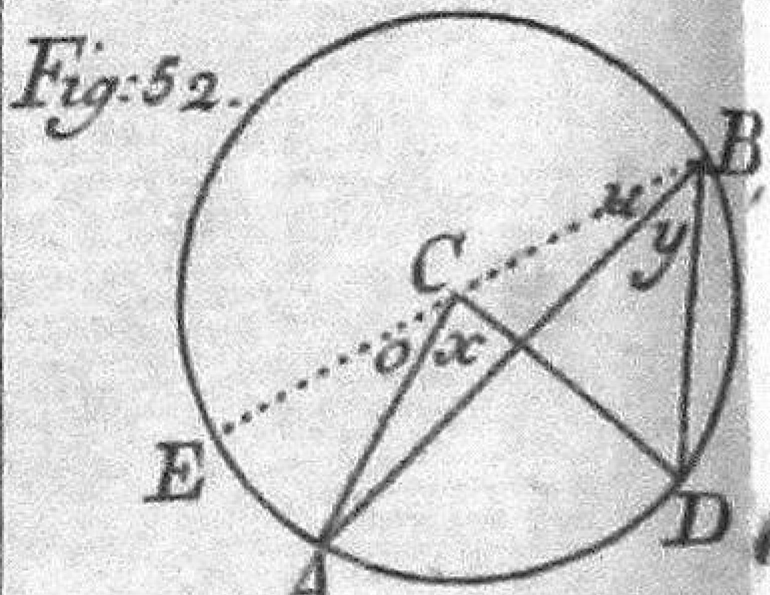


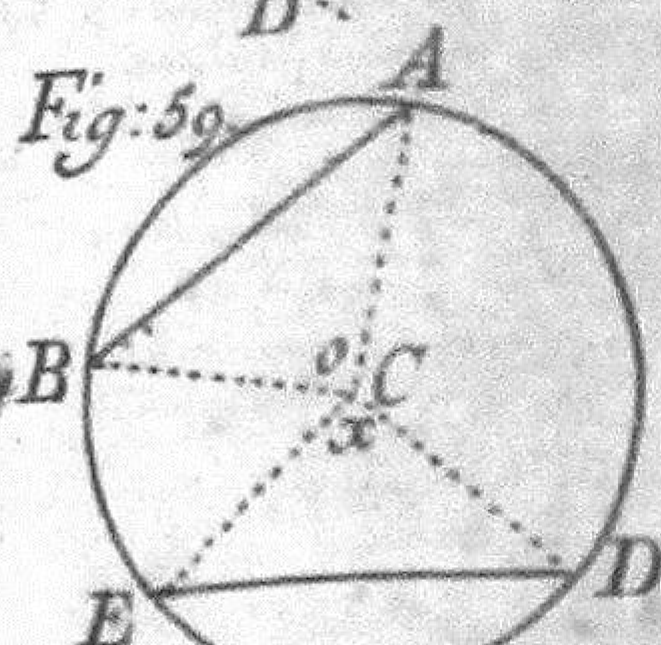


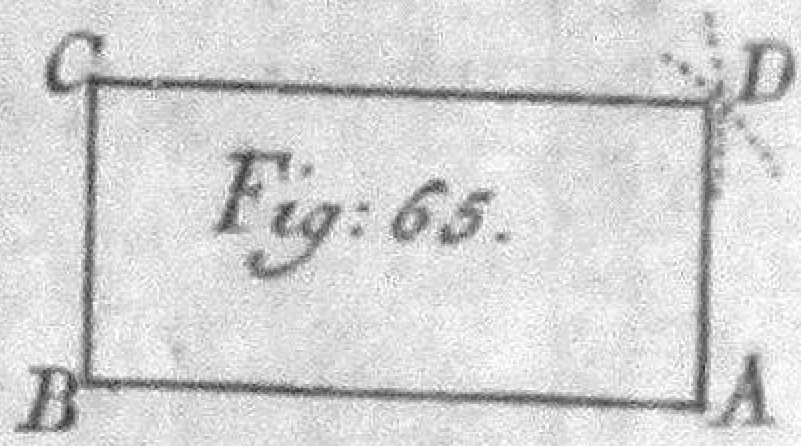


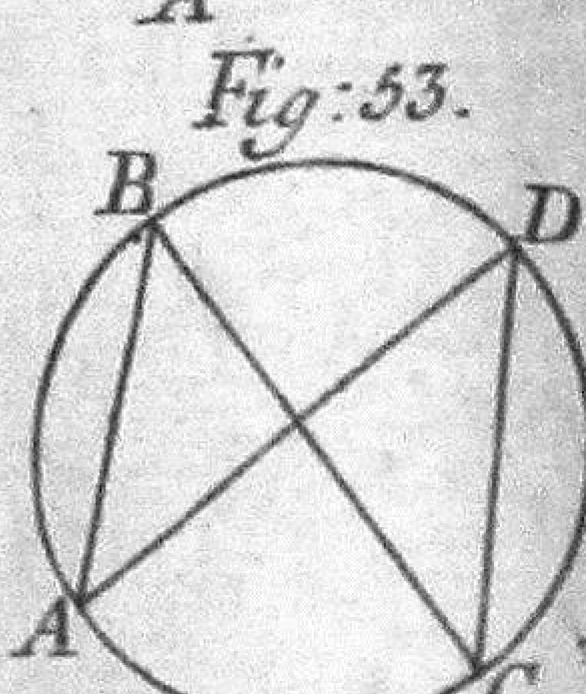


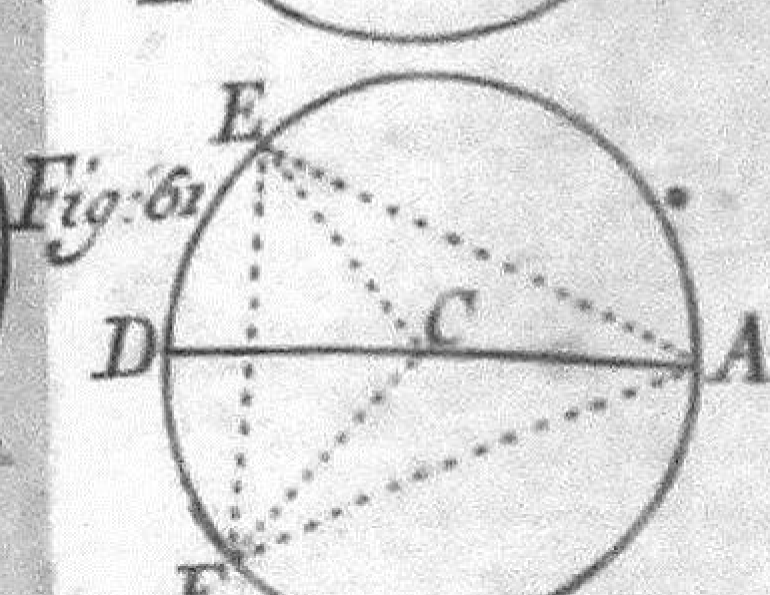












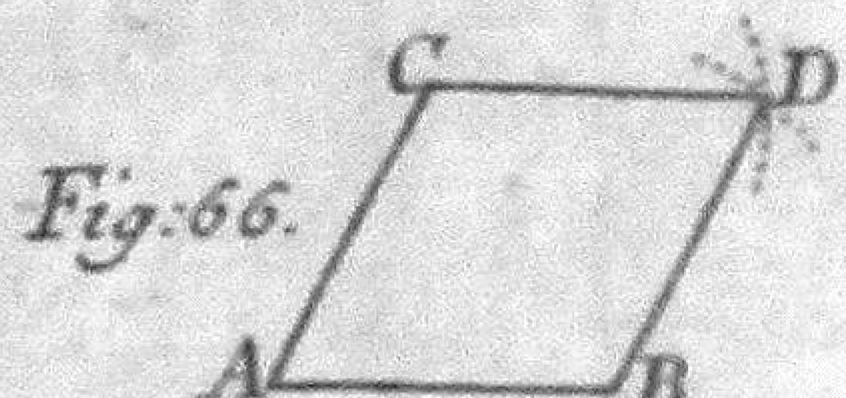




FIG: GEOM: TAB: IV.

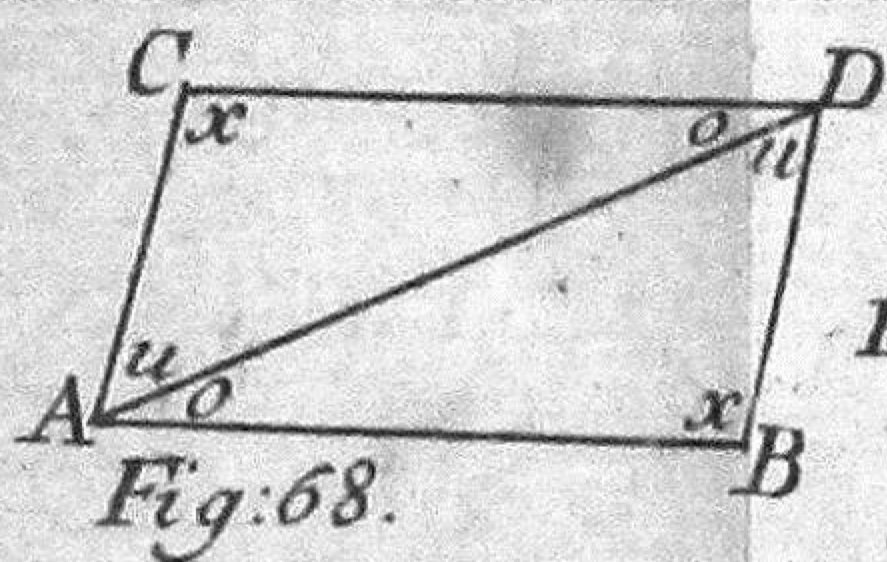


Fig: 68.

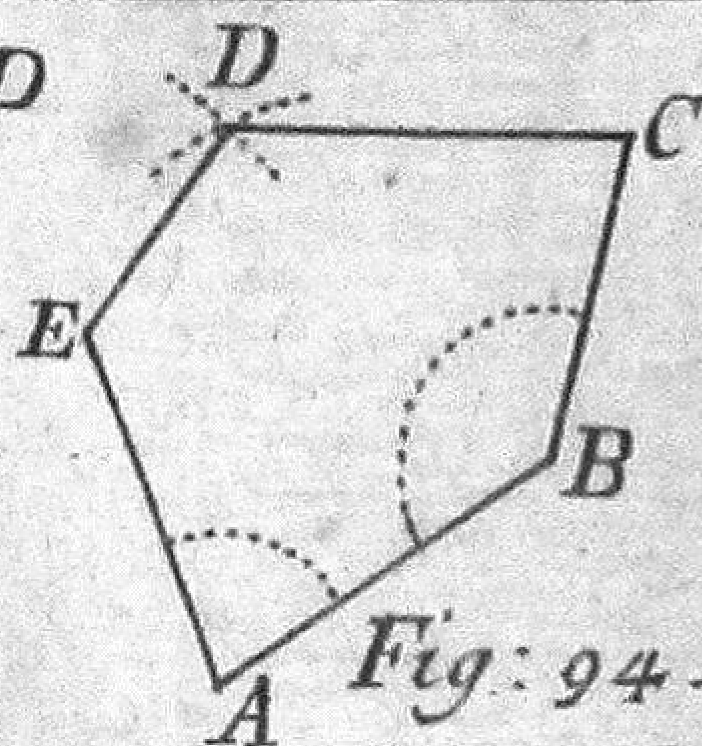


Fig: 94.

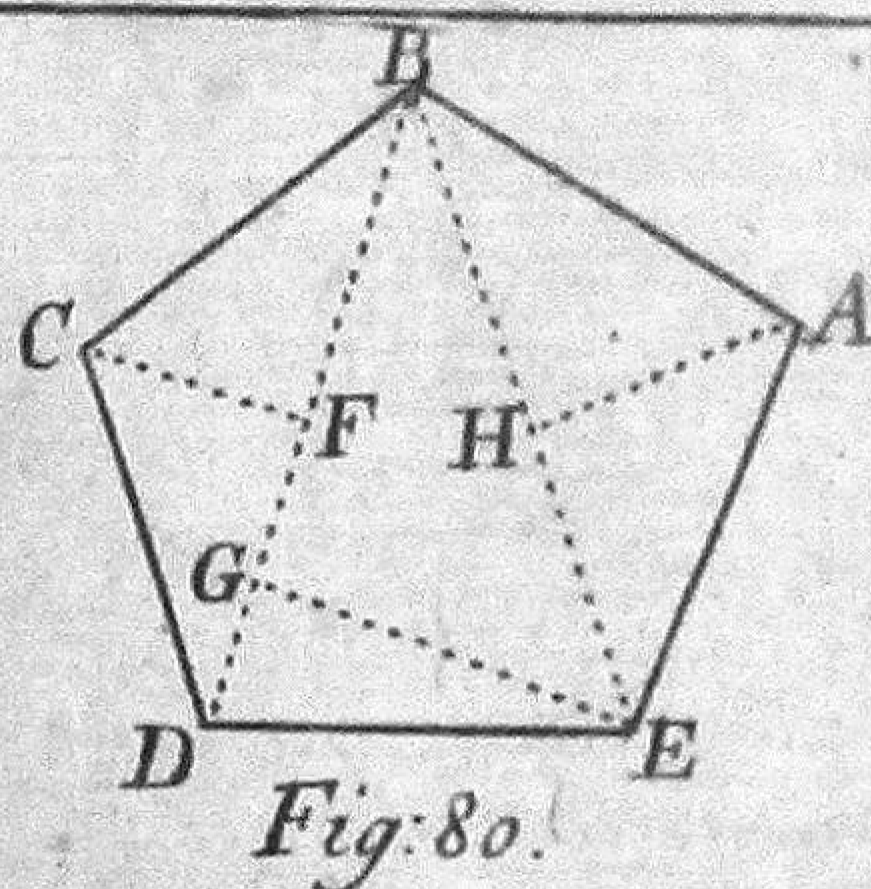


Fig: 80.

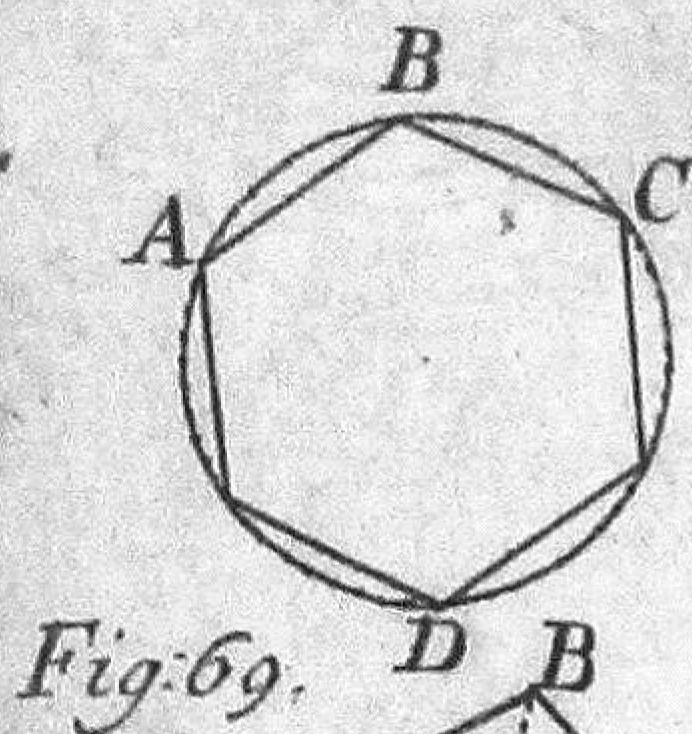


Fig: 69.

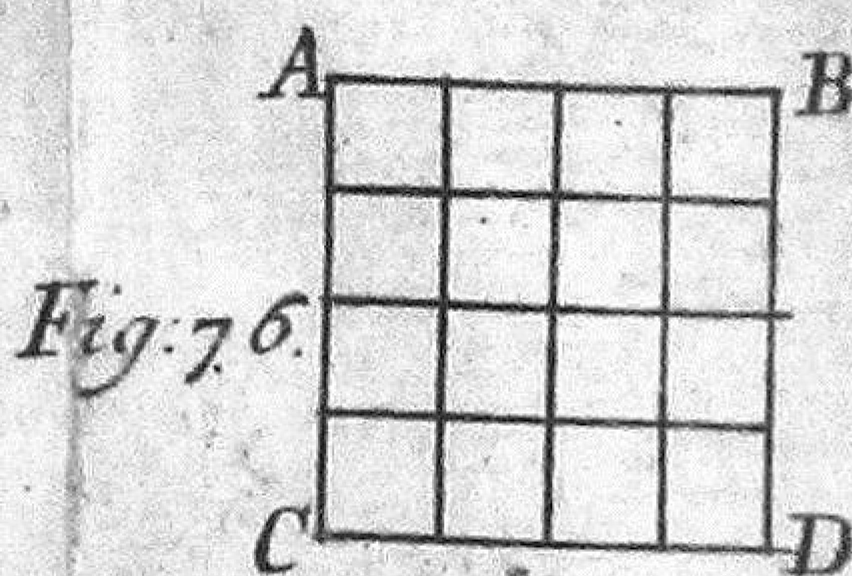


Fig: 76.

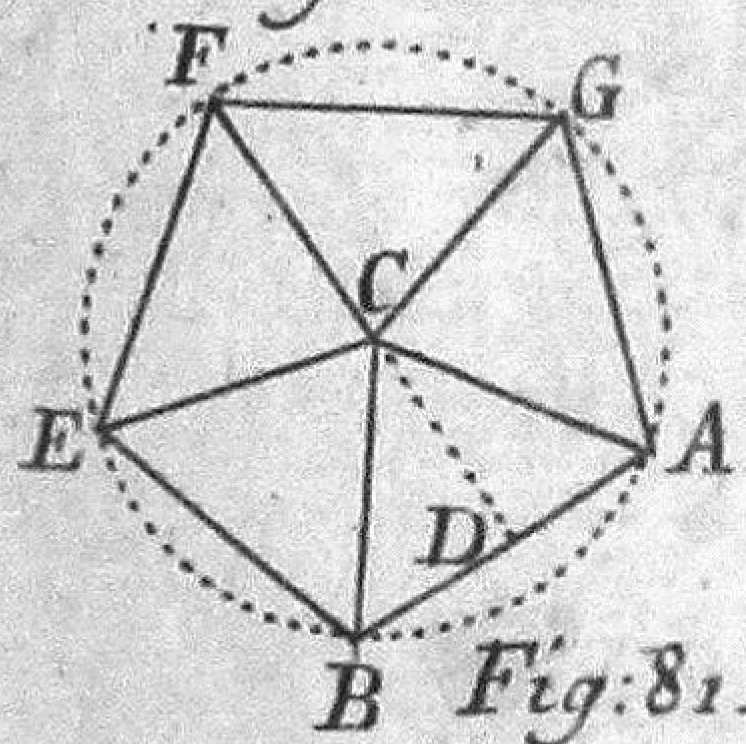


Fig: 81.

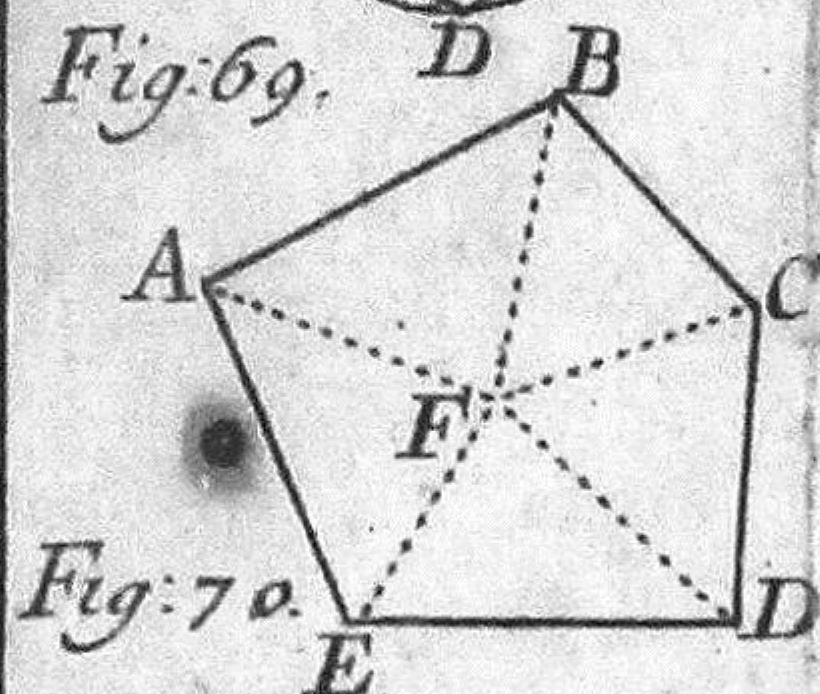
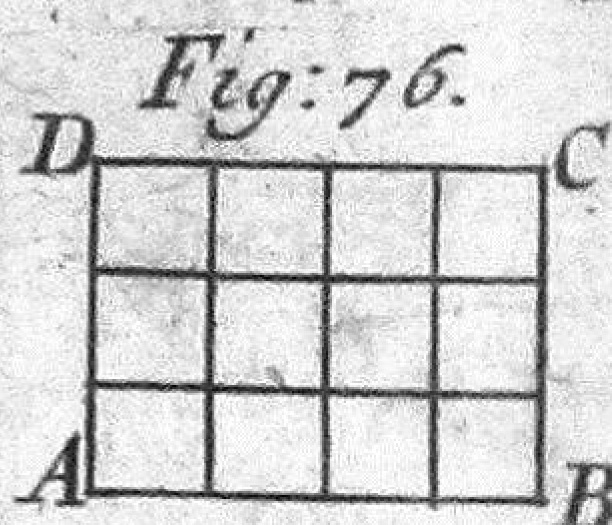


Fig: 70.

Fig: 76.



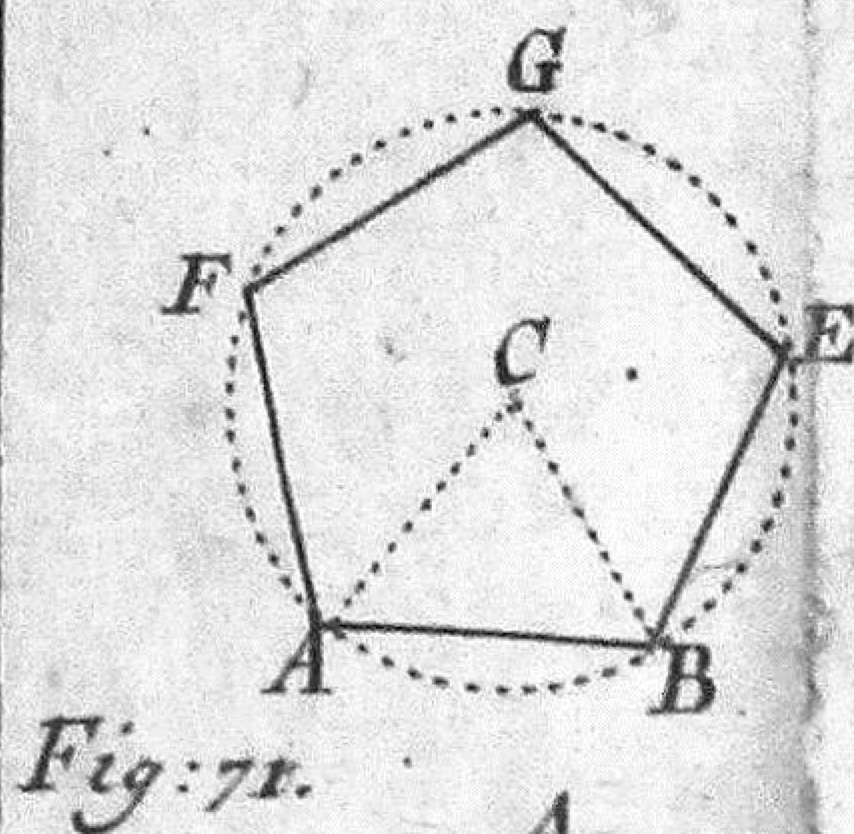


Fig: 71.

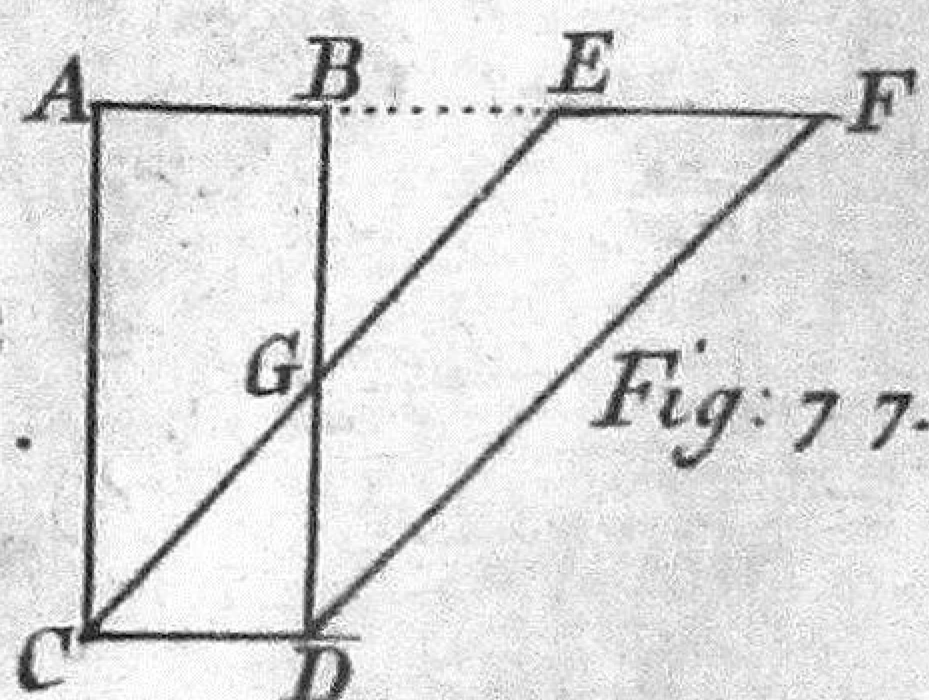


Fig: 77.

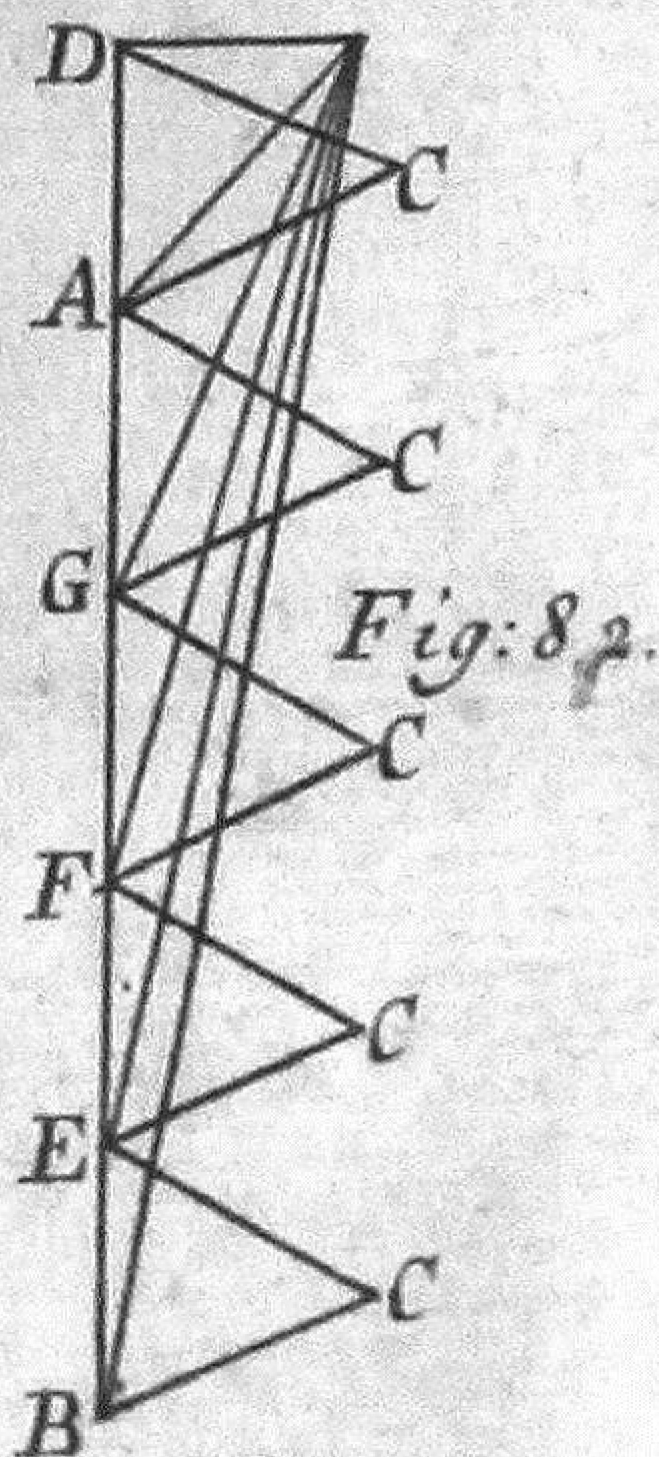


Fig: 82.

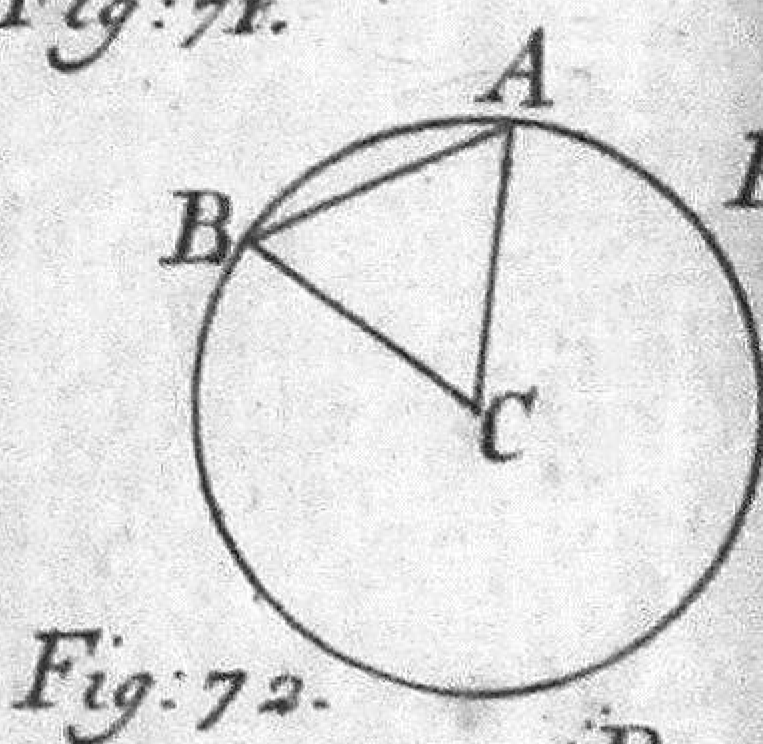


Fig: 72.

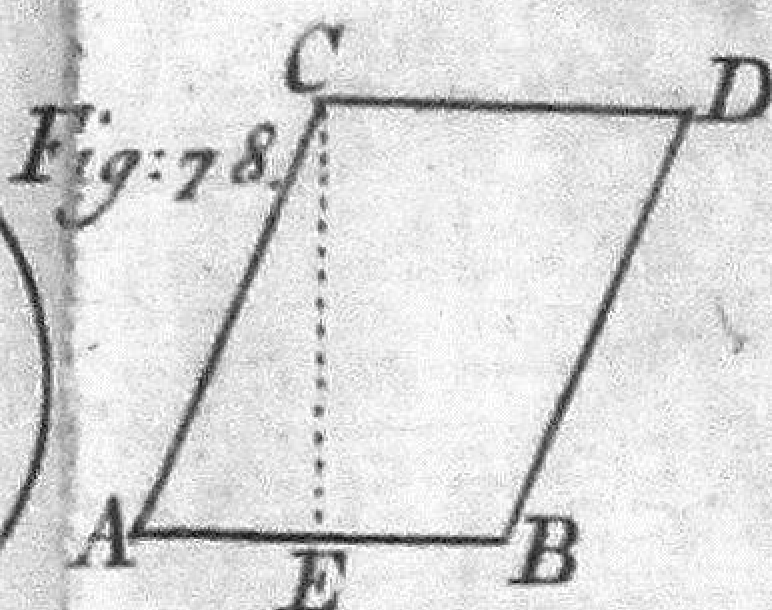


Fig: 78.

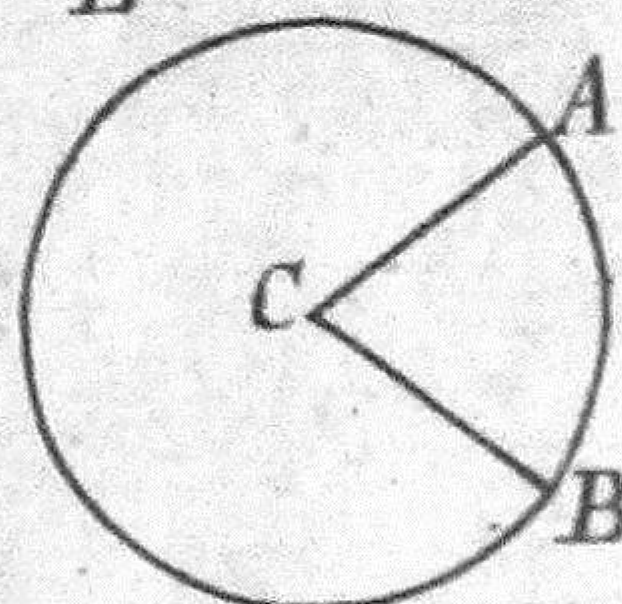


Fig: 83.

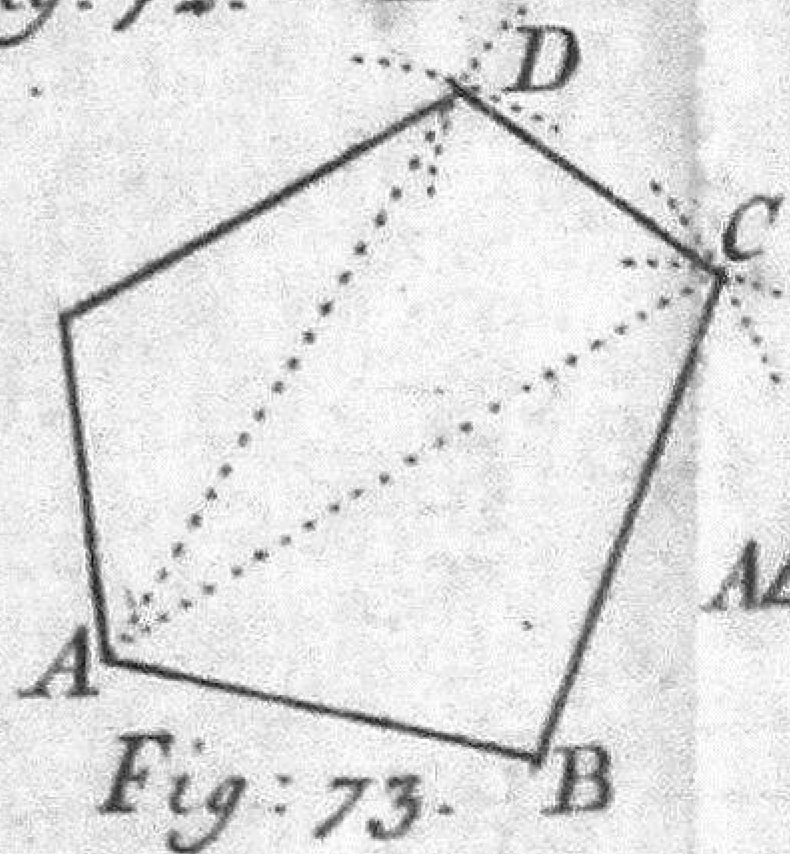


Fig: 73.

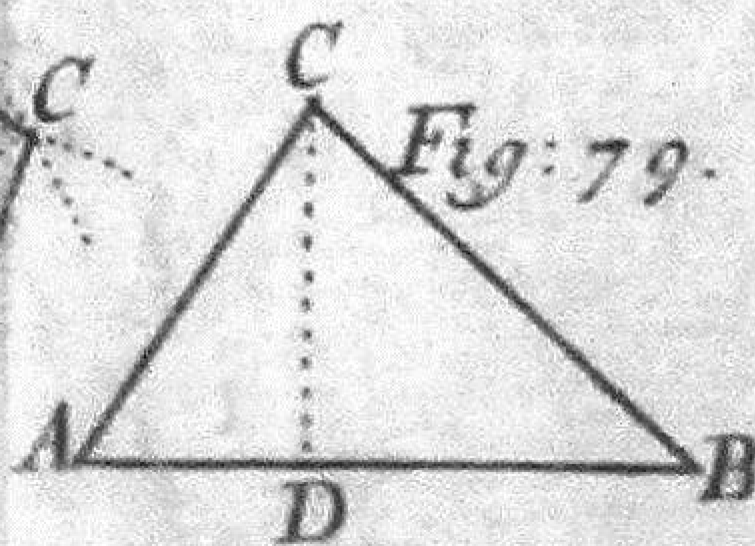


Fig: 79.

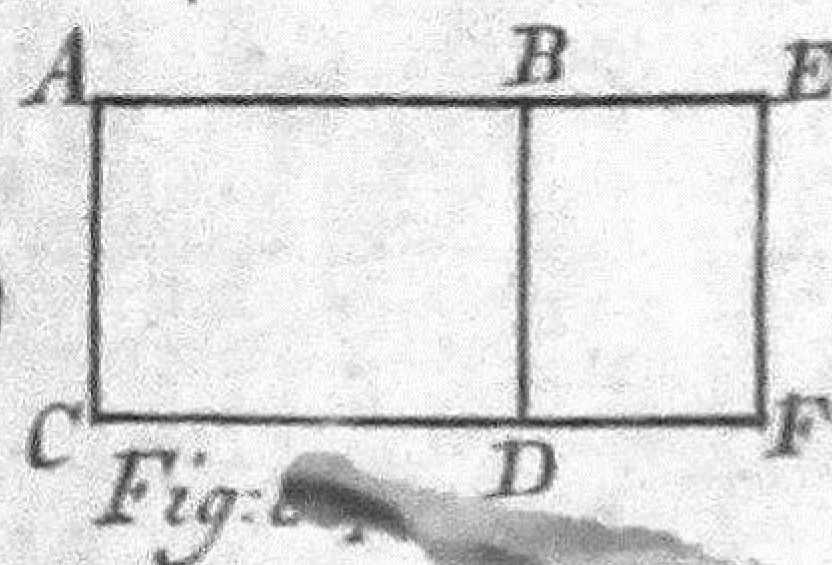


Fig: 84.

Fig. Geom. Tab. V.

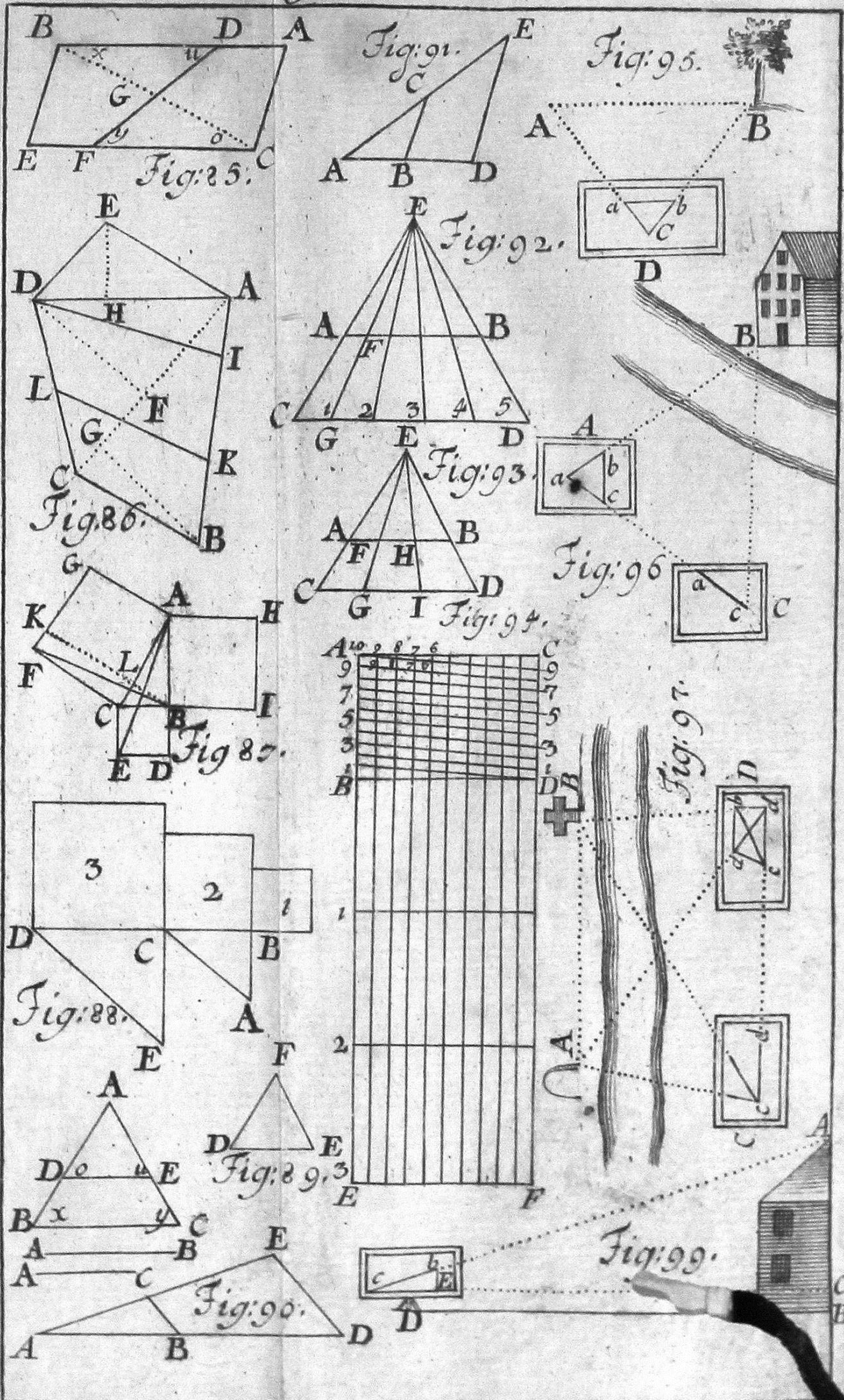
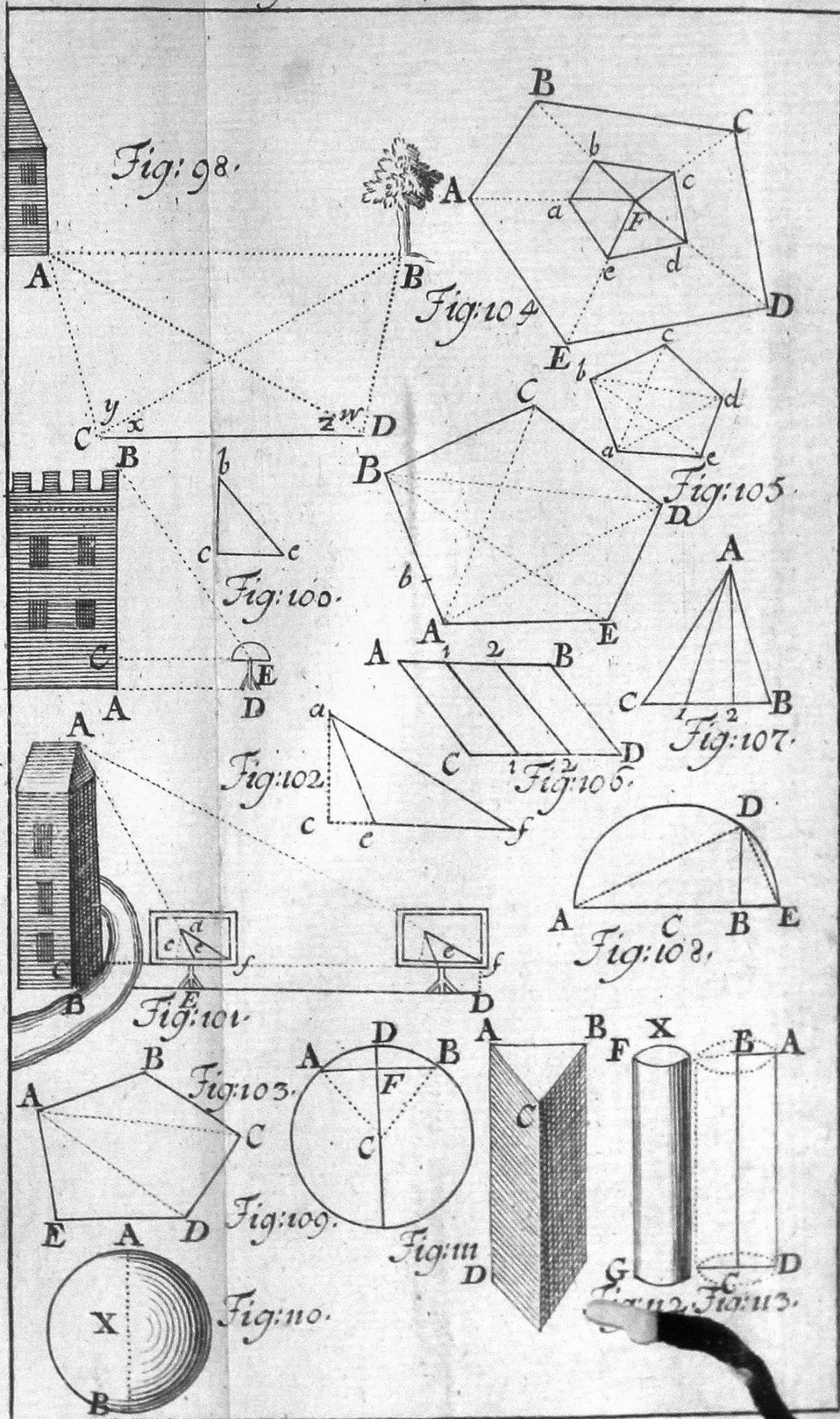
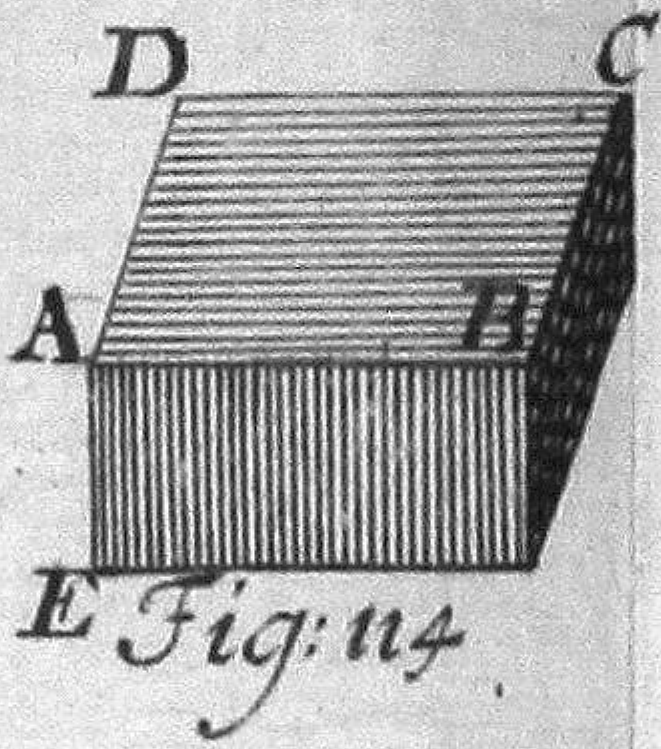
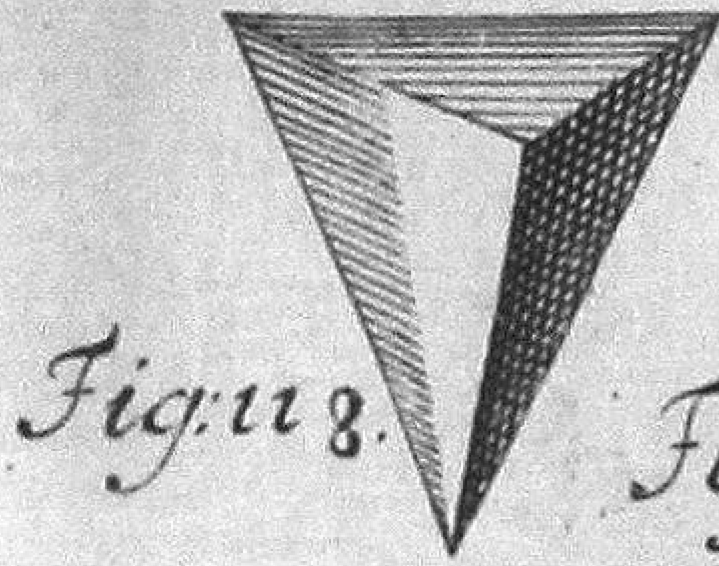
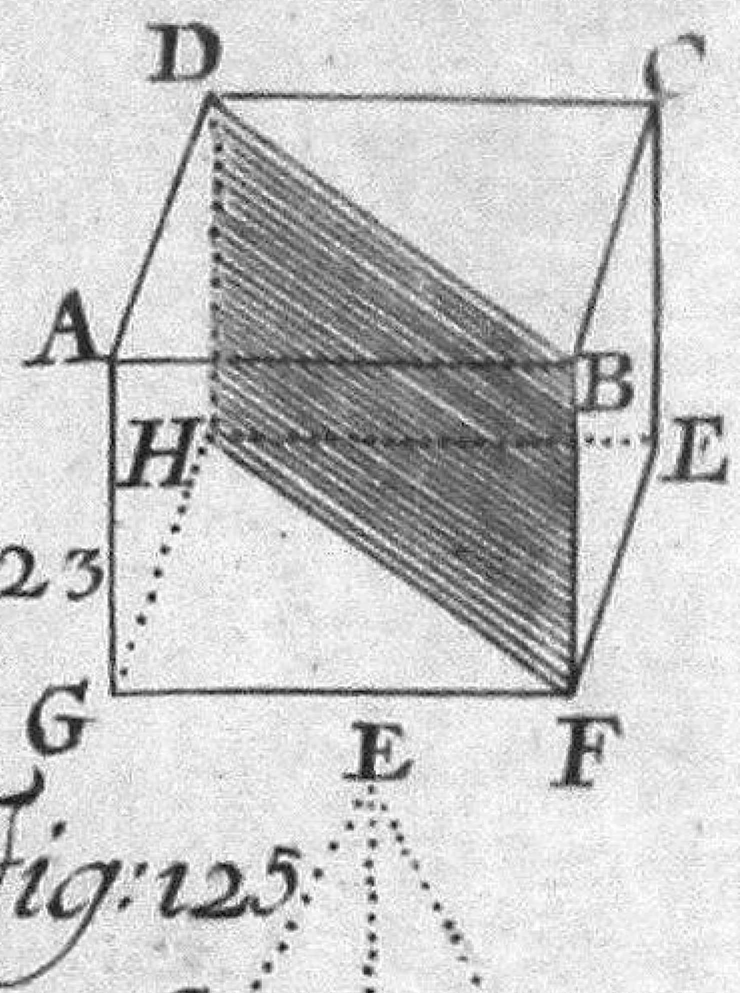


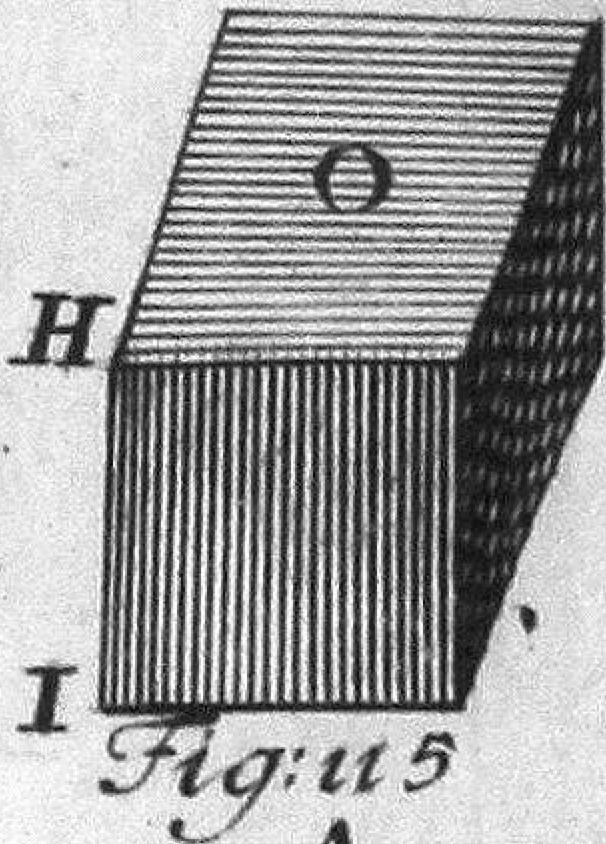
Fig. Geom. Tab. VI.

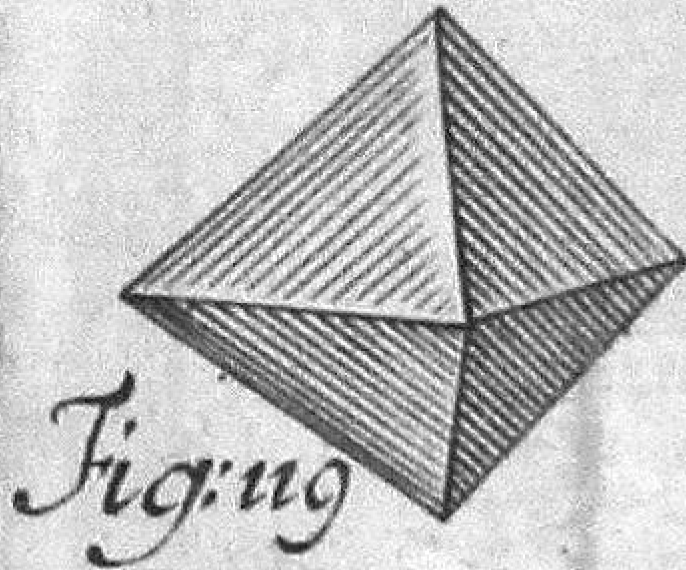


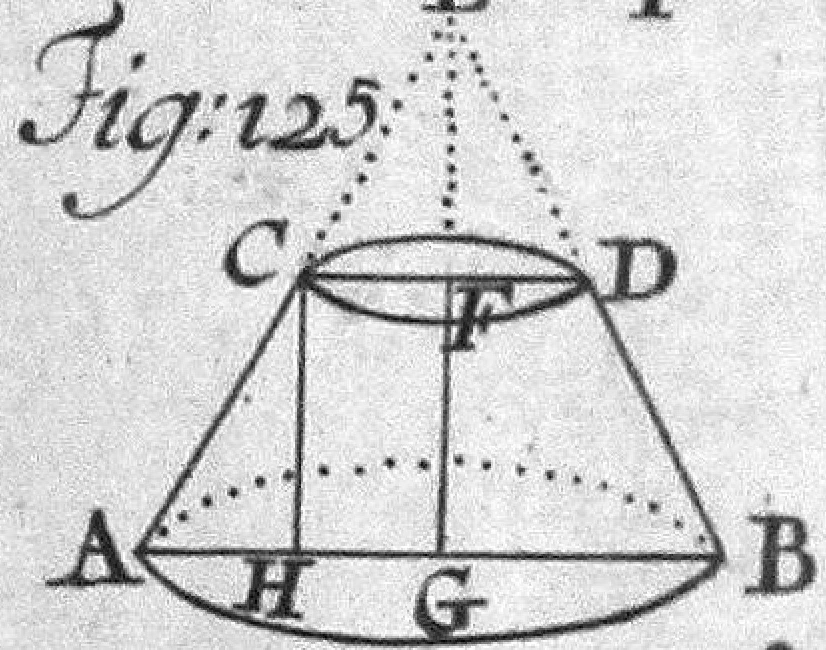

D
C
A
B
E
Fig: 114

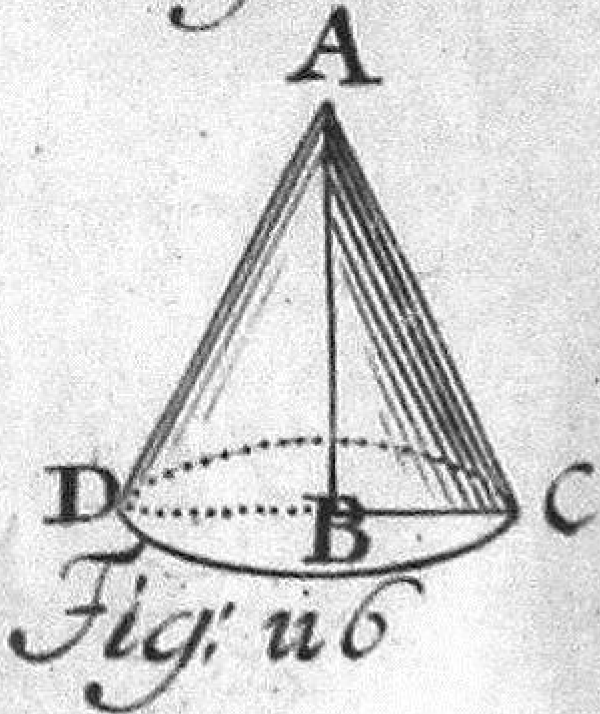

Fig: 118.

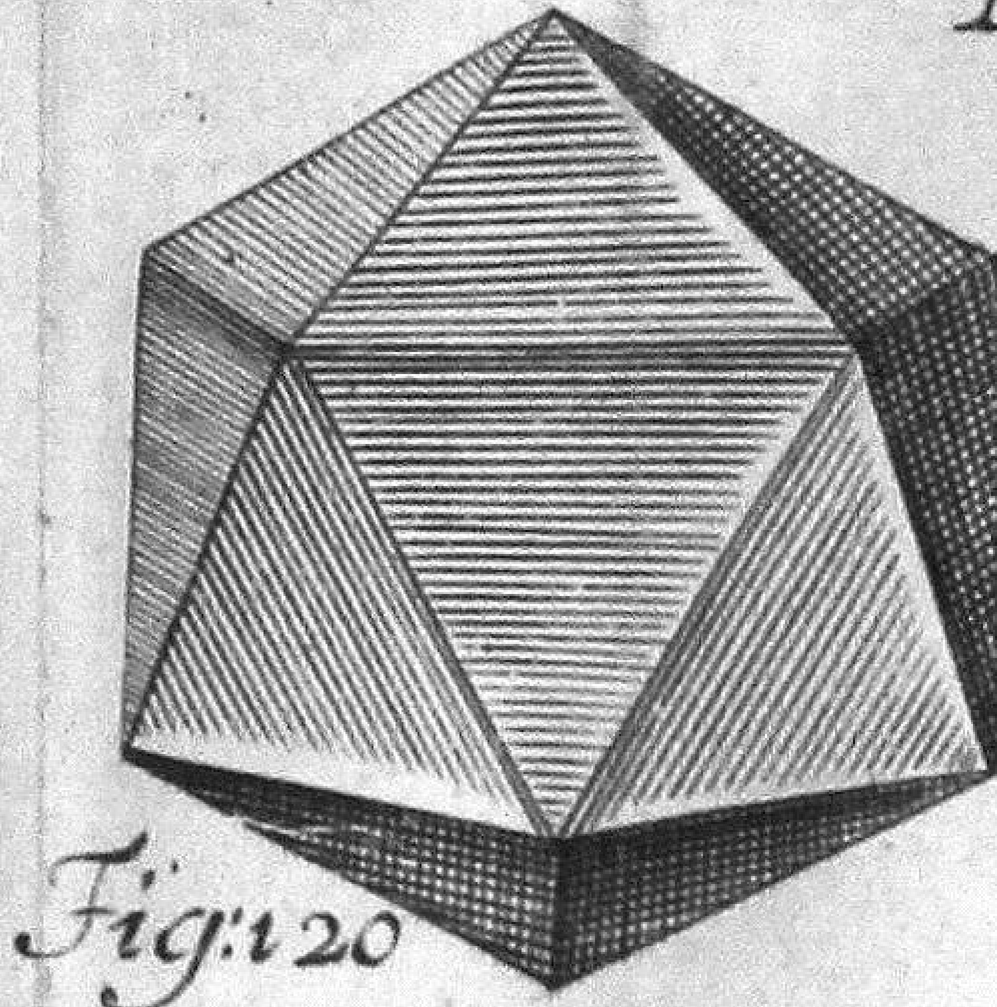

D
C
A
B
H
E
Fig: 123
G
F

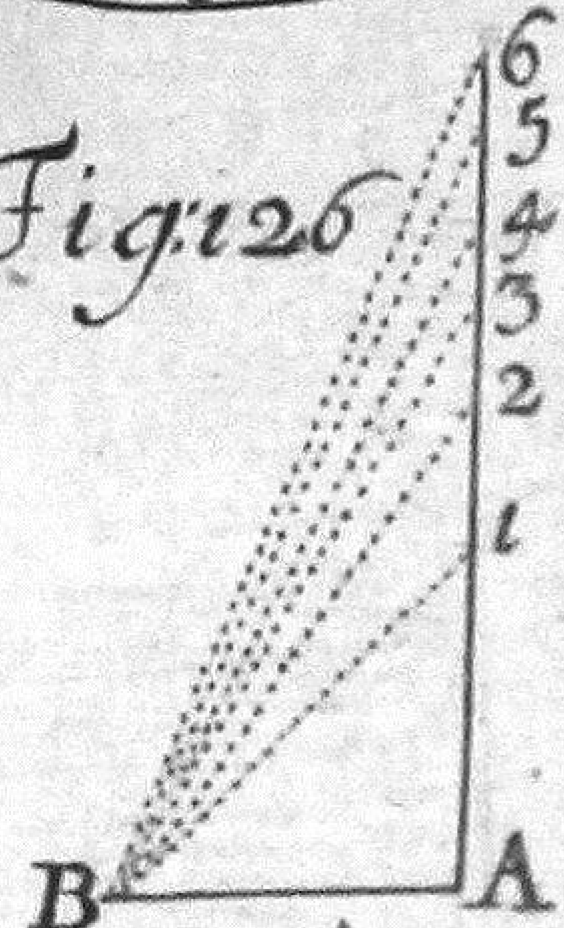

O
H
I
Fig: 115

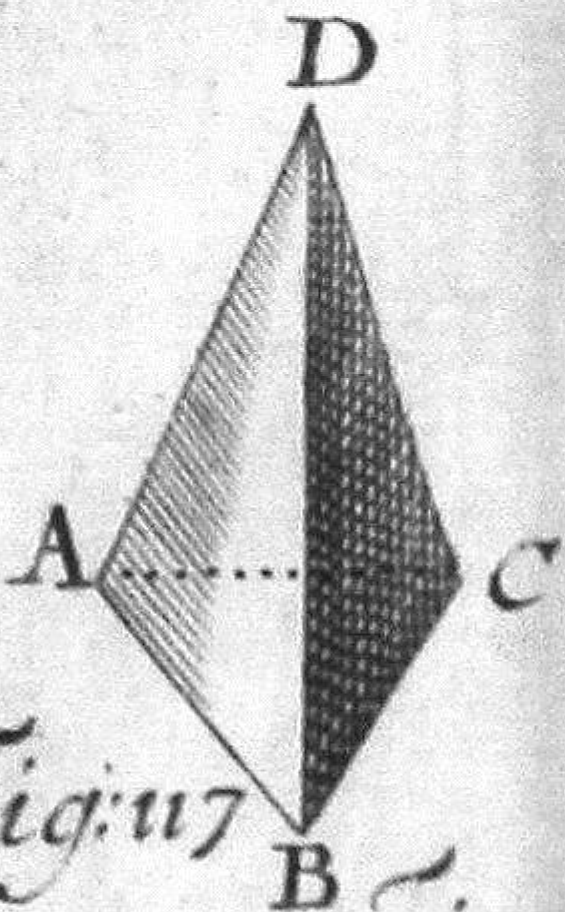

Fig: 119

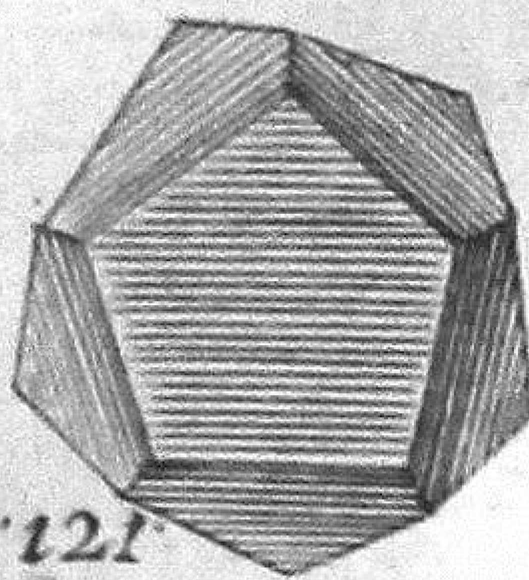

E
Fig: 125.
C
D
F
A
H
G
B

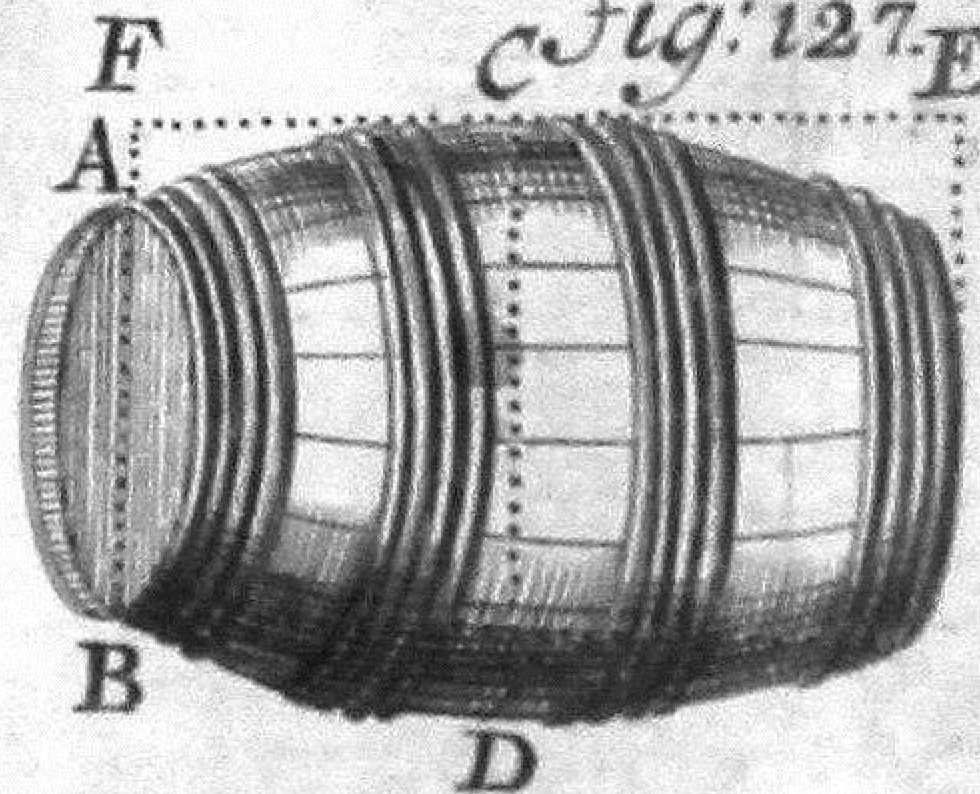

A
D
B
C
Fig: 116

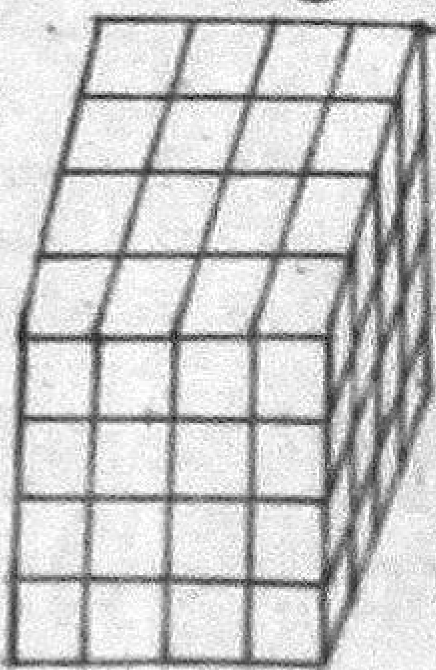

Fig: 120

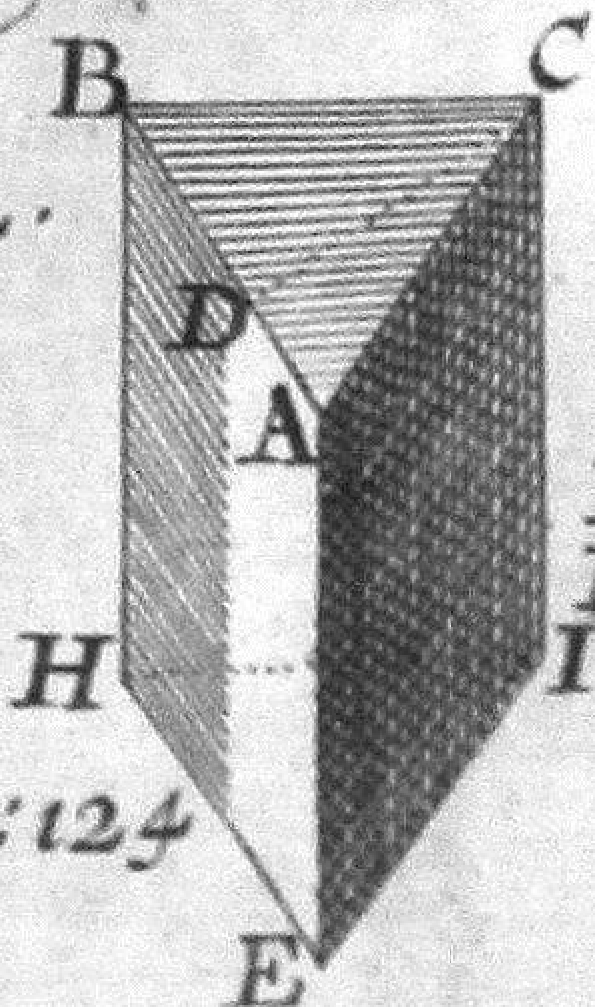

Fig: 126
6
5
4
3
2
1
B
A

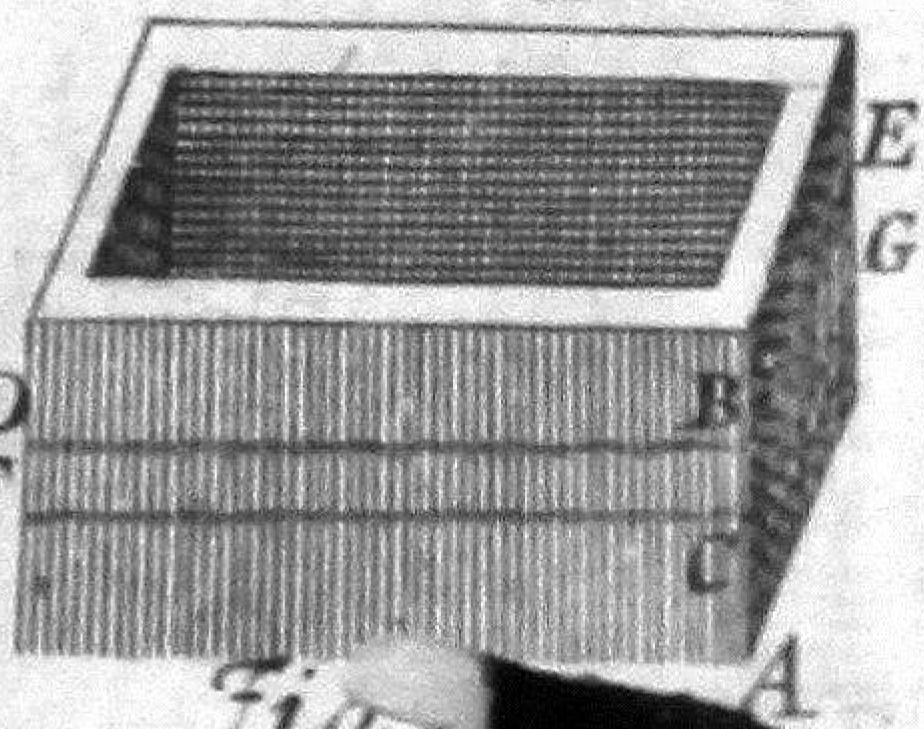

D
A
C
Fig: 117
B

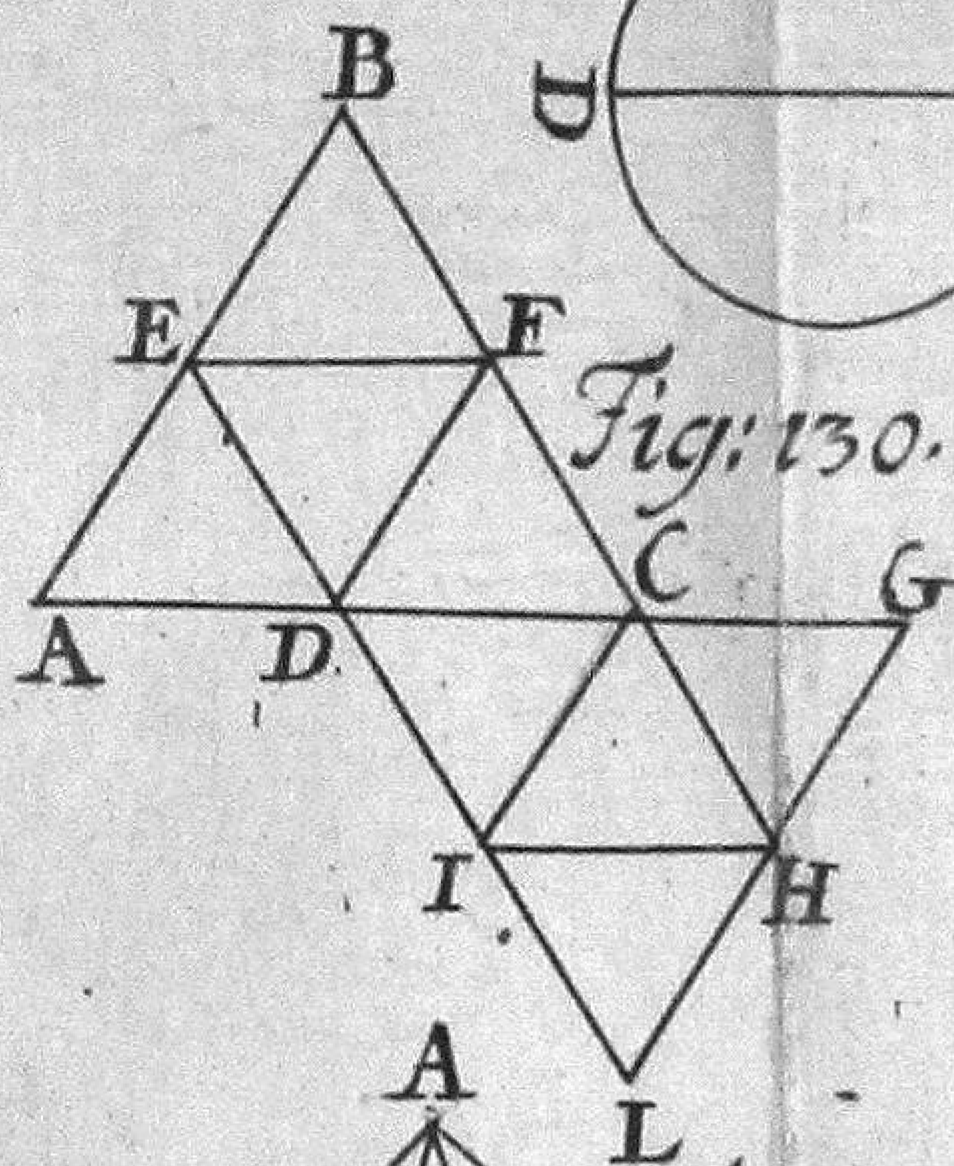

Fig: 121

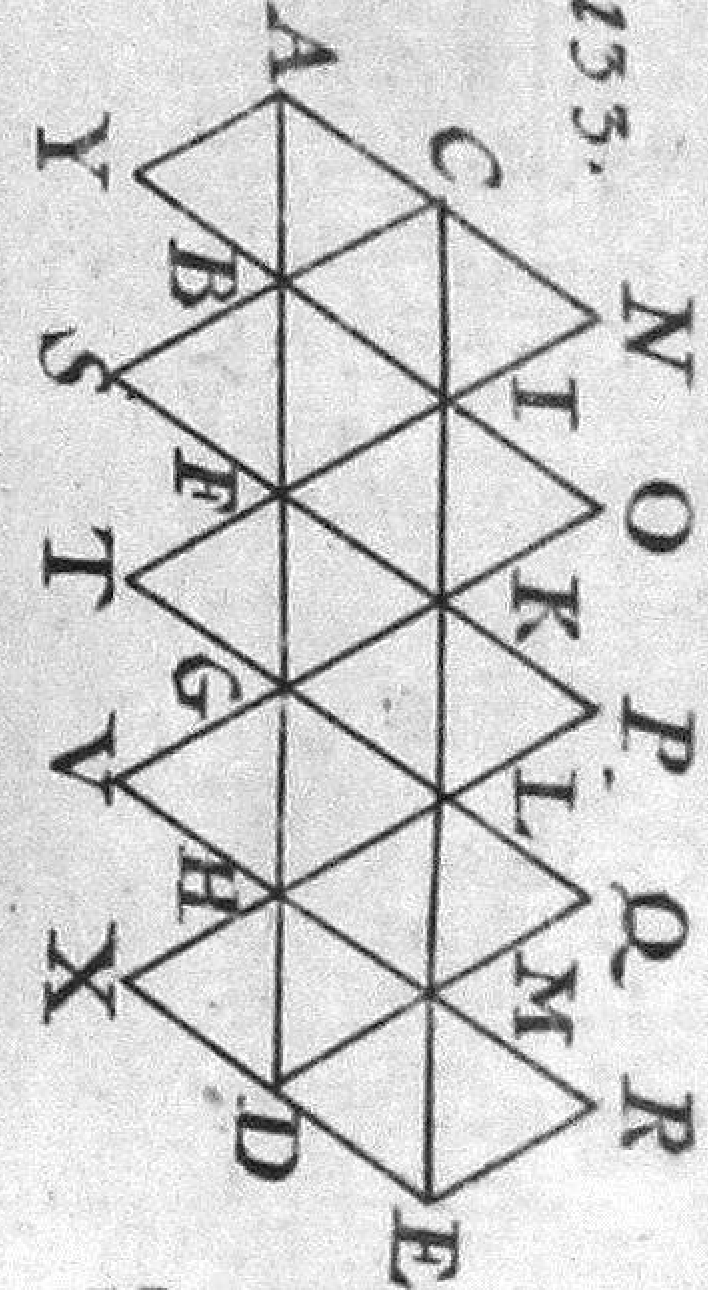

F
C
Fig: 127.
E
A
B
D

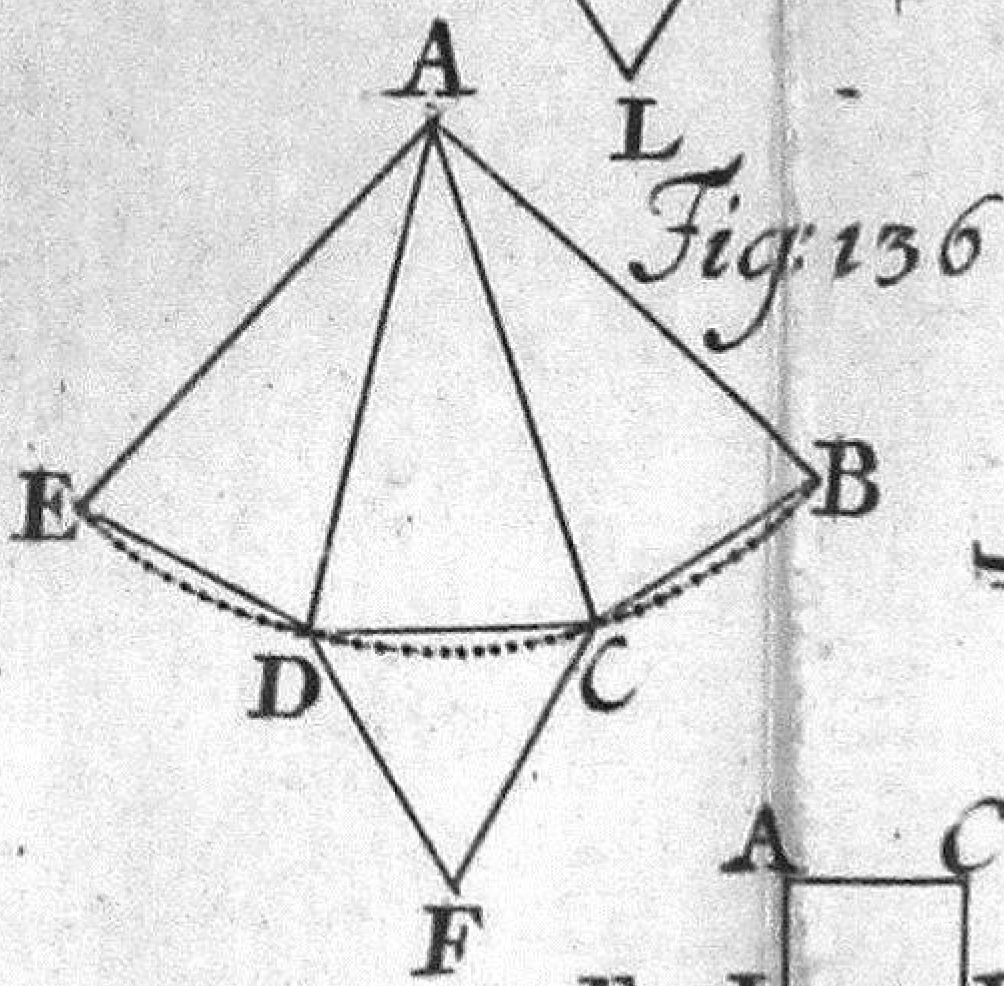

Fig: 122.

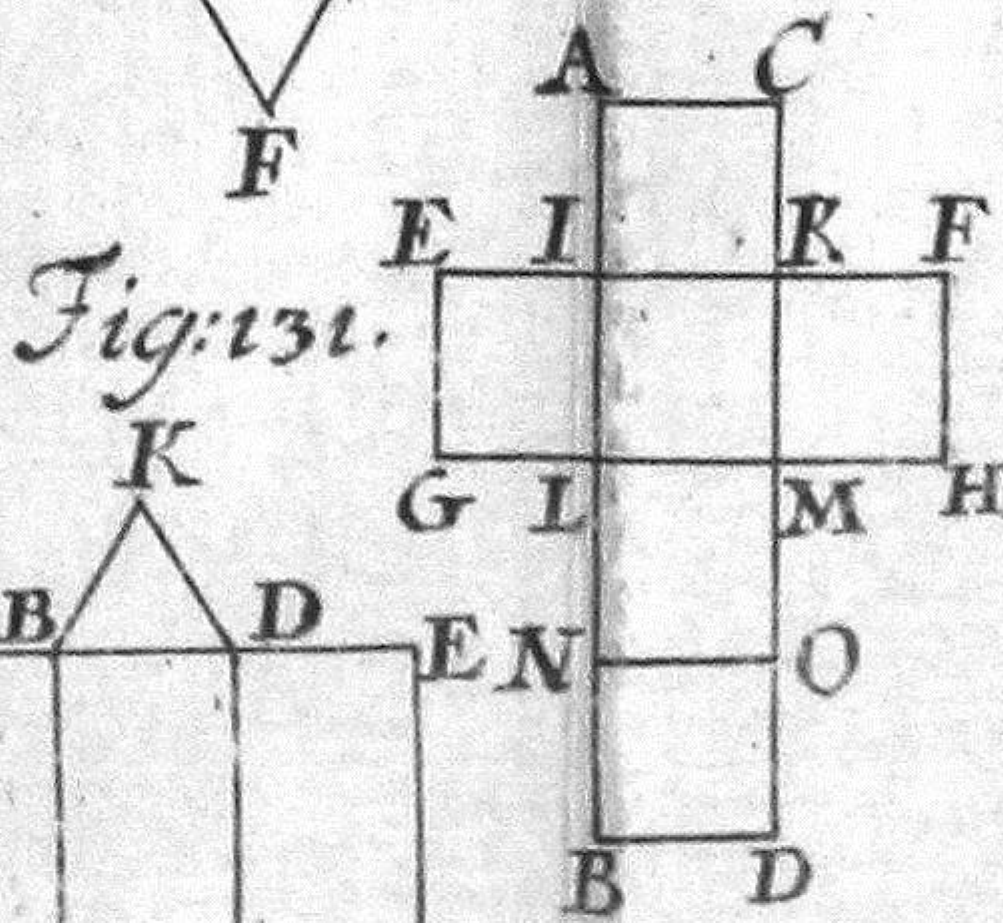

B
C
D
A
H
I
Fig: 124
E

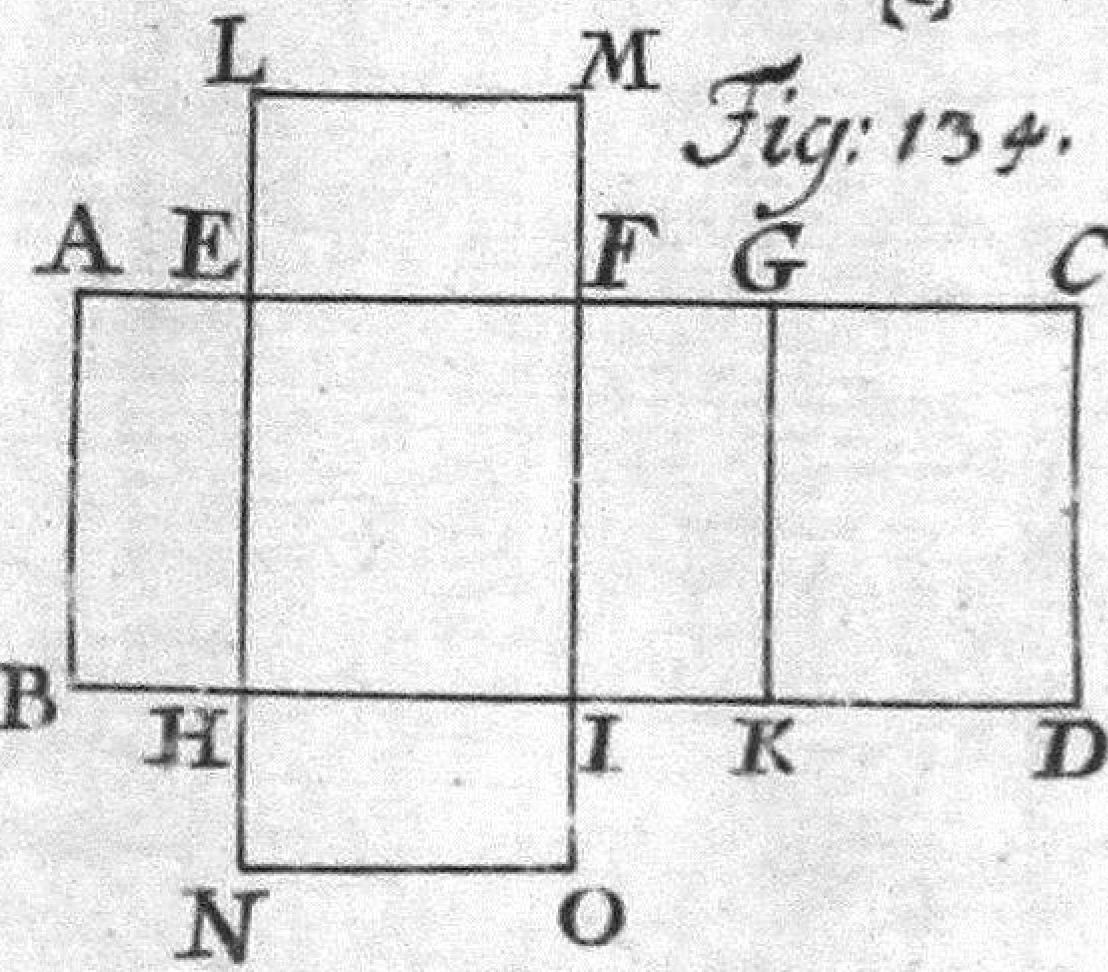

E
G
D
B
F
C
A
Fig.

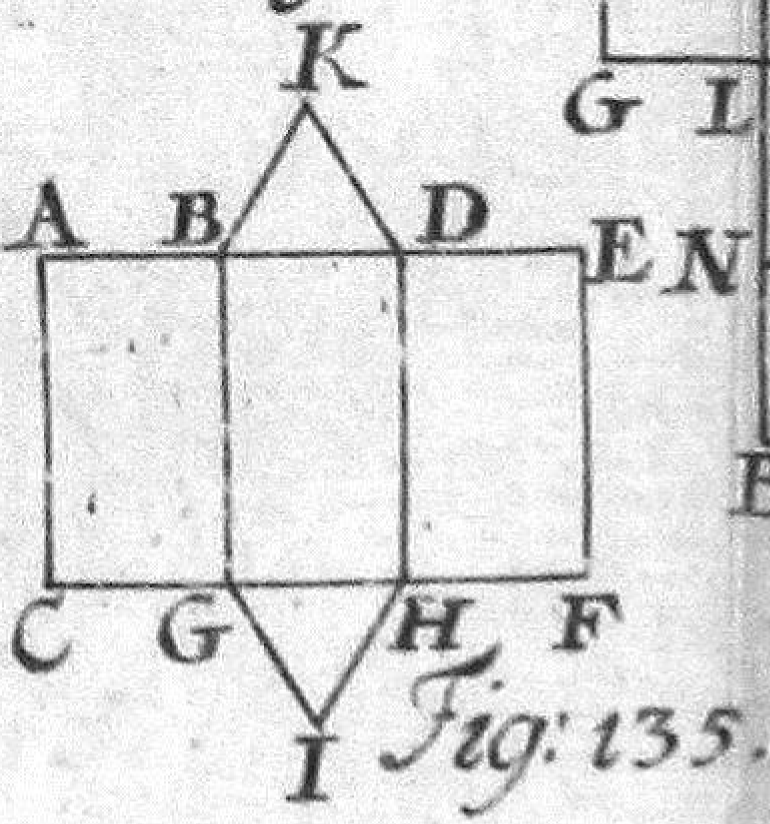












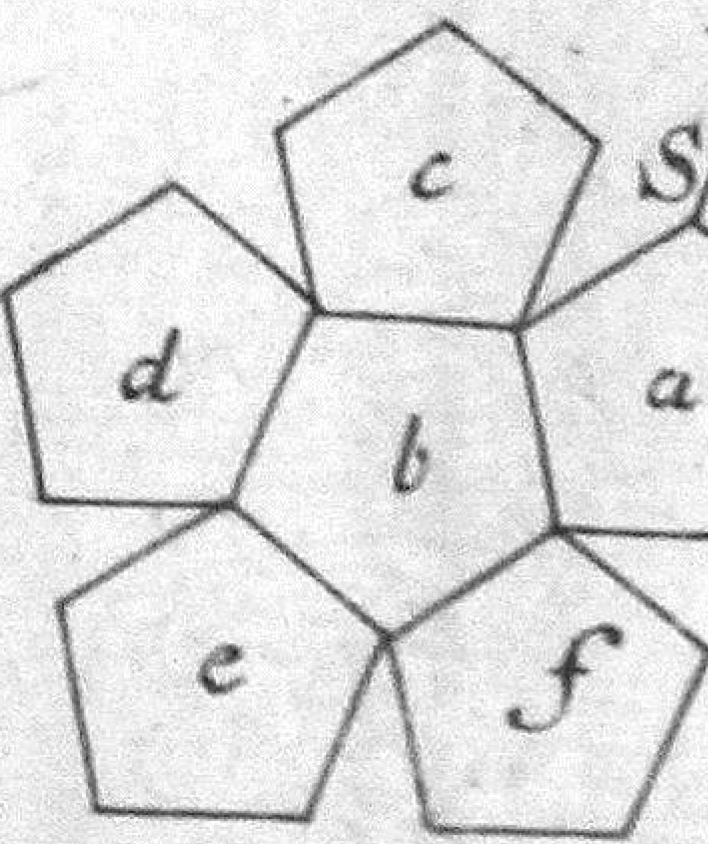


Fig: 132

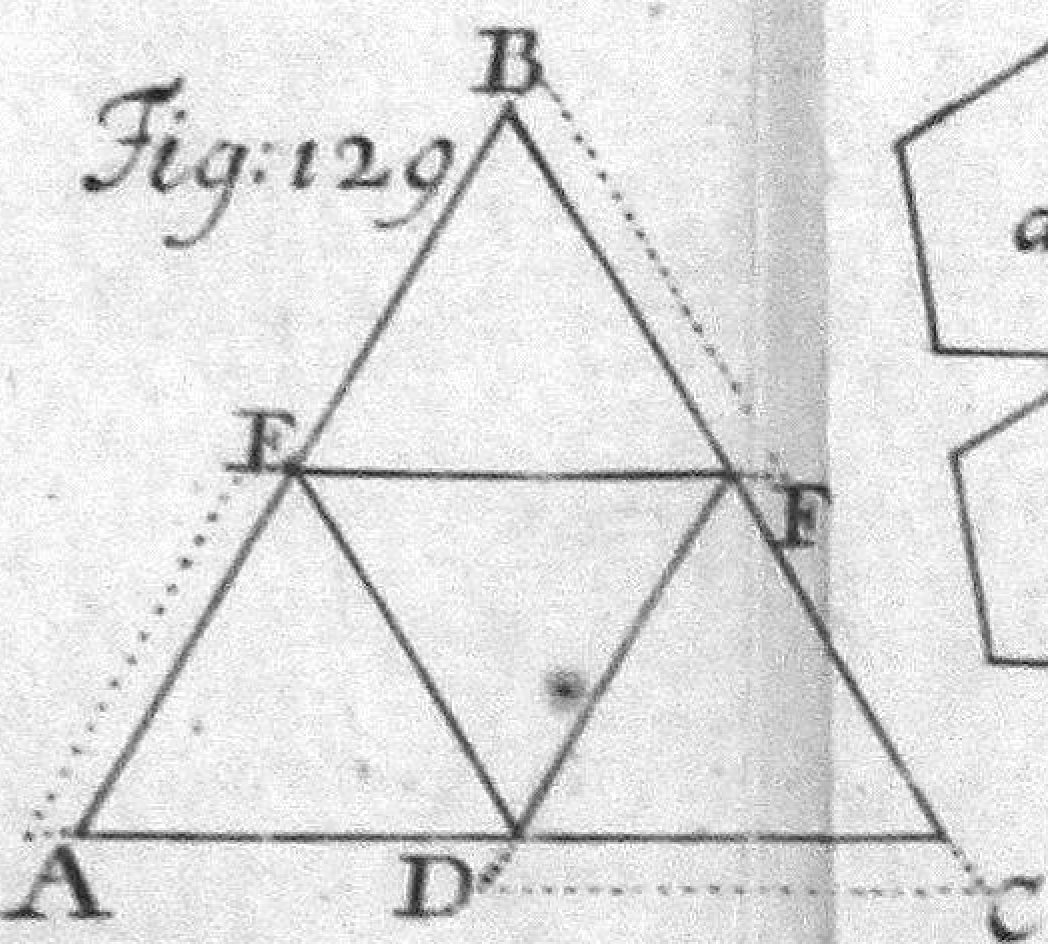


Fig: 137.

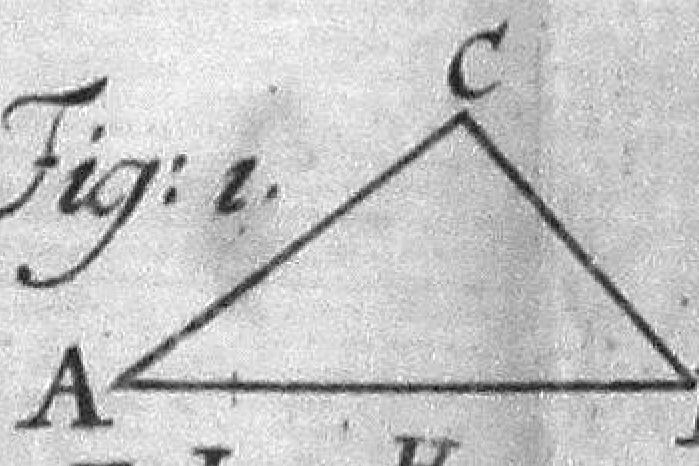
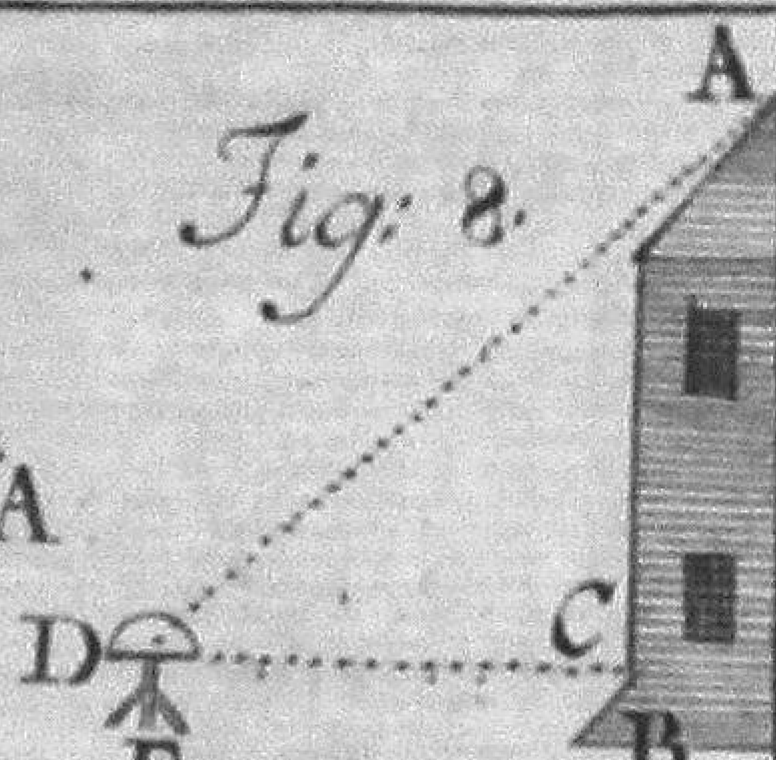
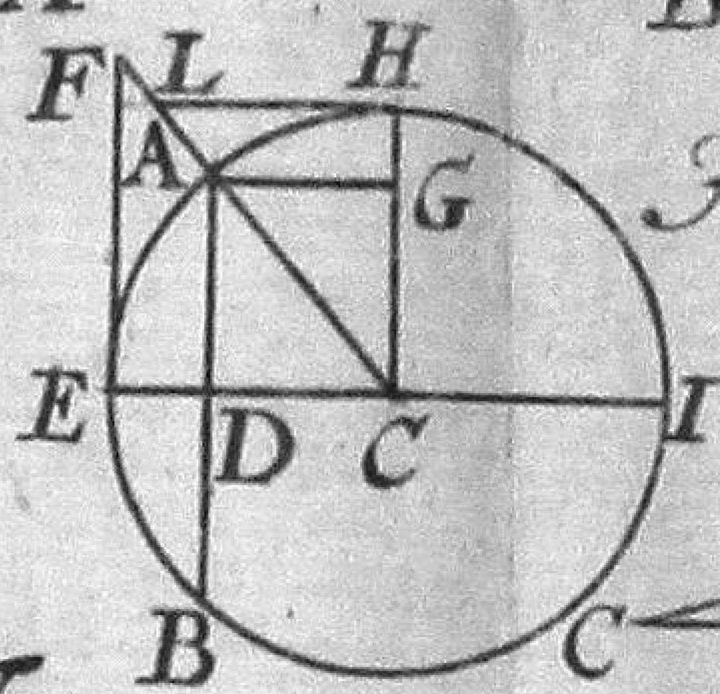
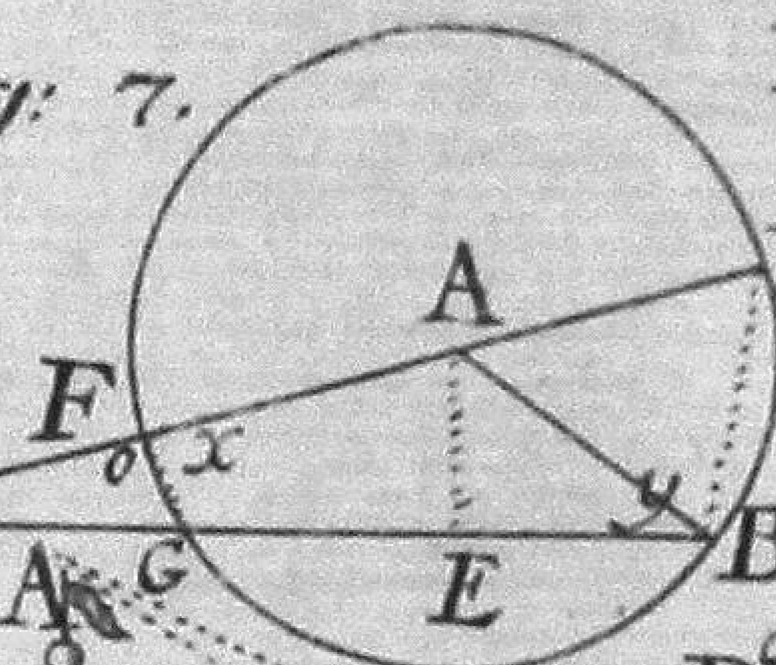
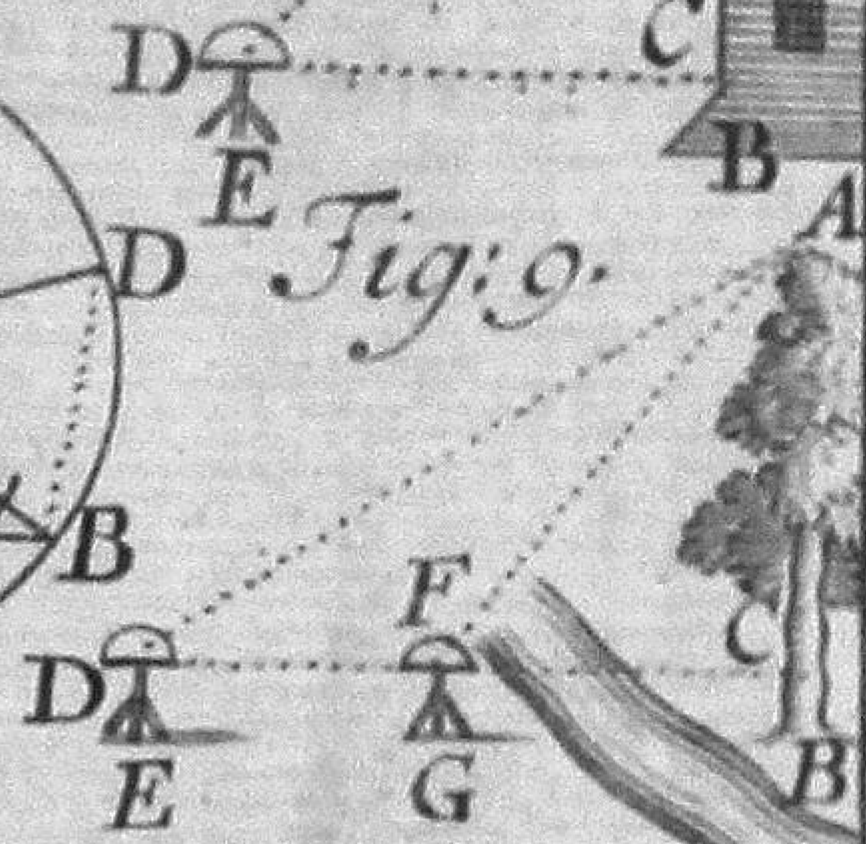

Fig: 1.
C
A
B


Fig. 6.
B
G
D
C
E
A


Fig: 8.
A
D
C
E
B


F
L
H
A
G
E
D
C
I
B


Fig: 7.
A
D
F
x
C
G
E
y
B


Fig: 9.
A
D
E
F
G
C
B

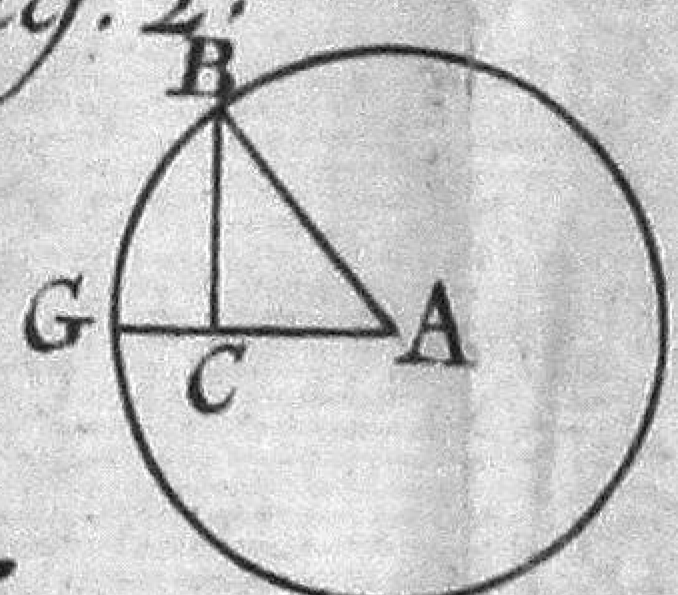
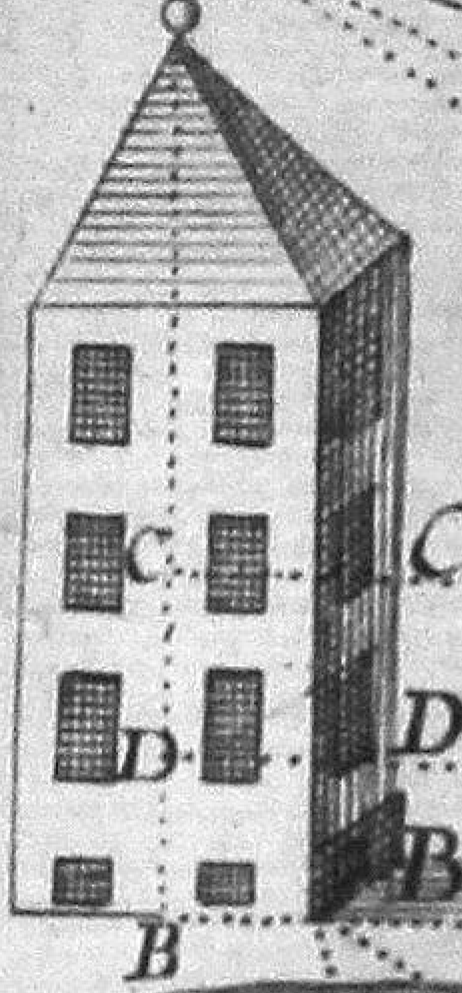
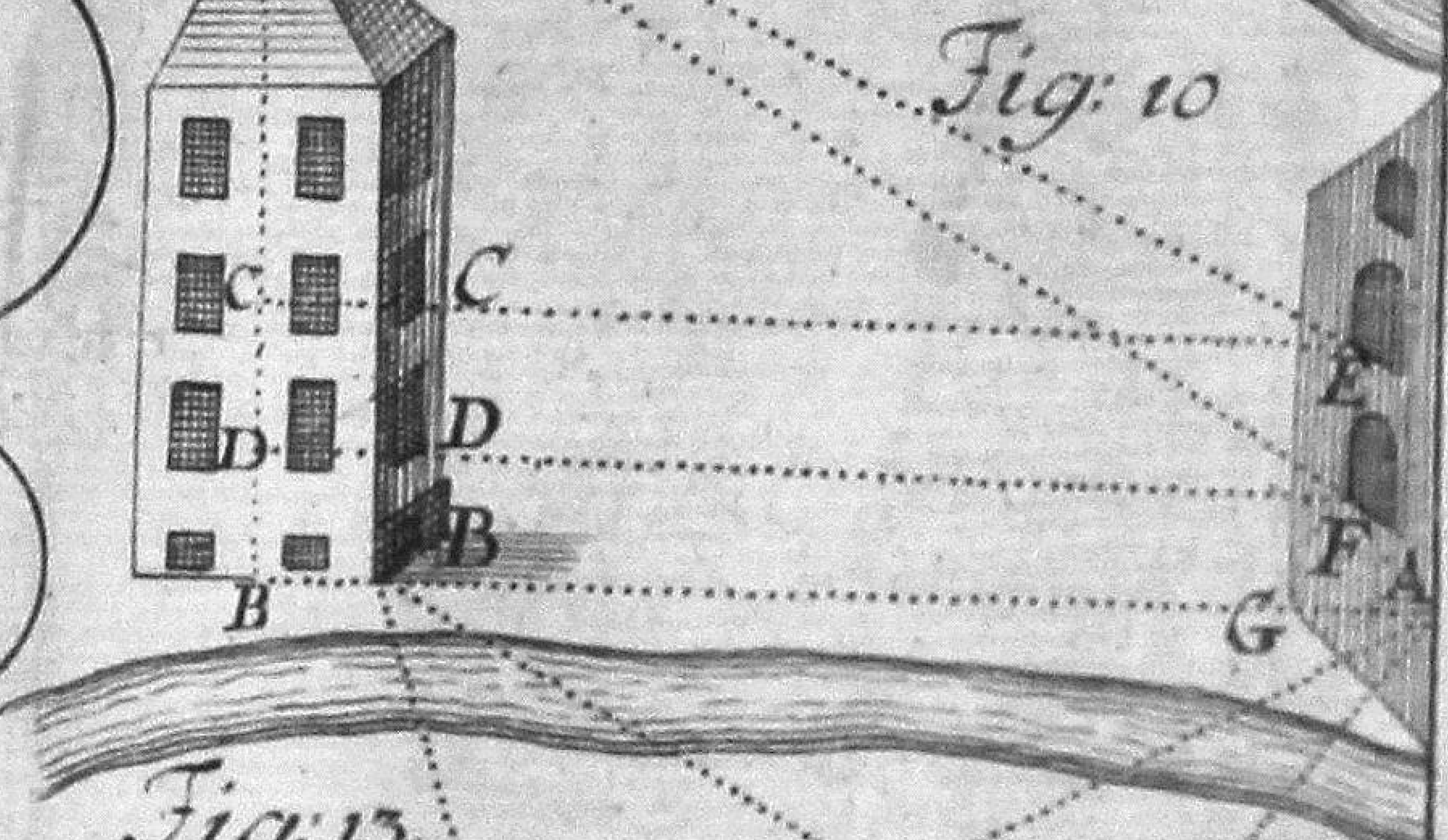
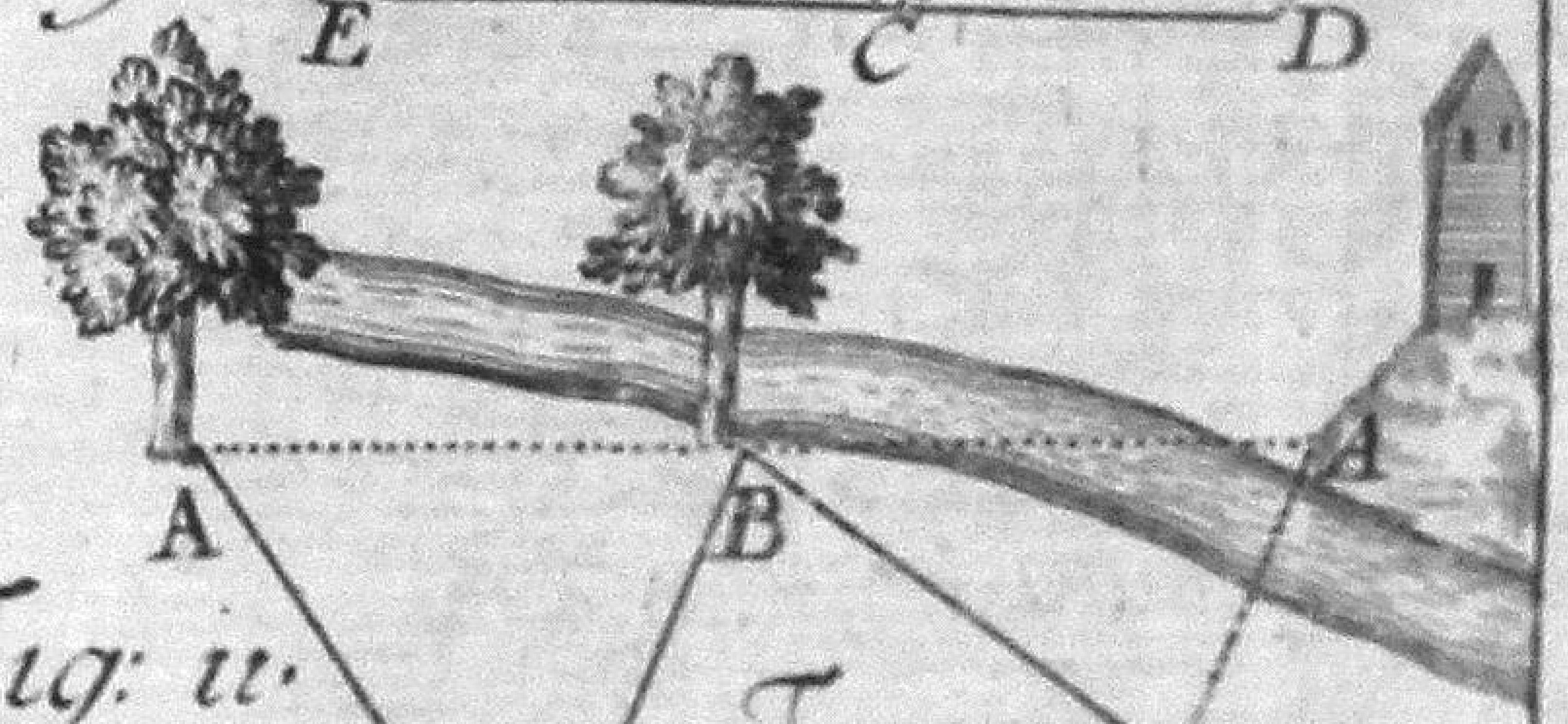
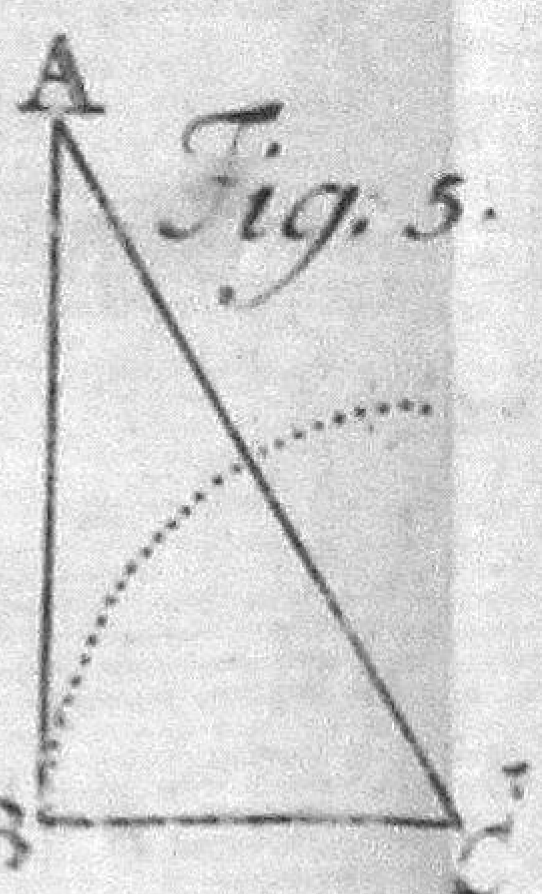

Fig: 2.
B
G
C
A

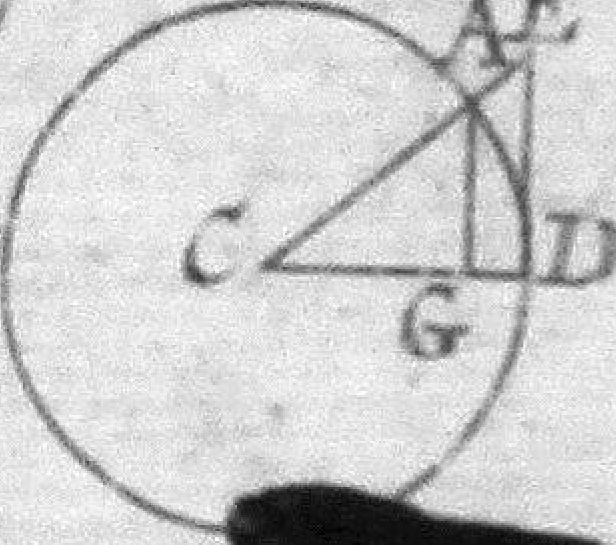

Fig: 3.
E
H
D
F

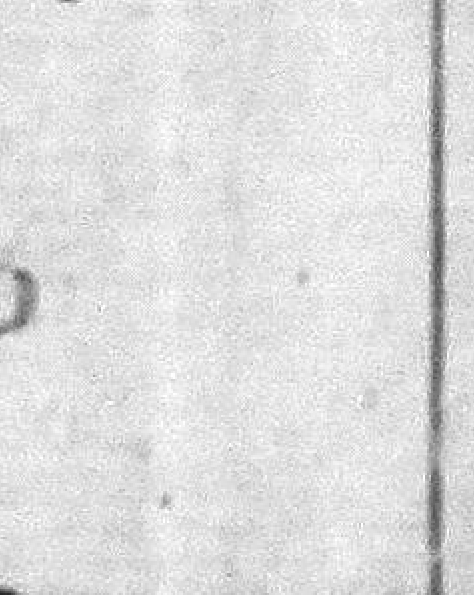

A
C
D
B

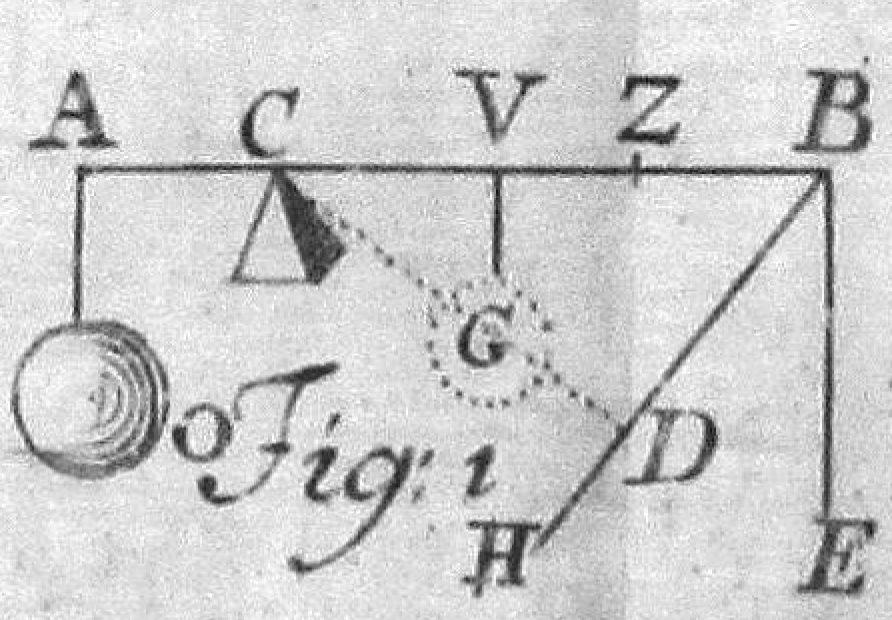

Fig: 10
C
D
B
E
F
A
G
Fig: 13.
E
C
D

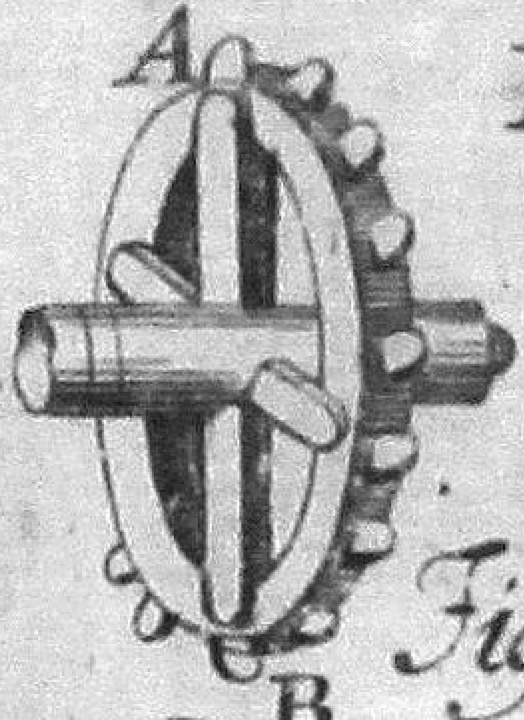

A
B
A
Fig: 11.
Fig. 12.
C

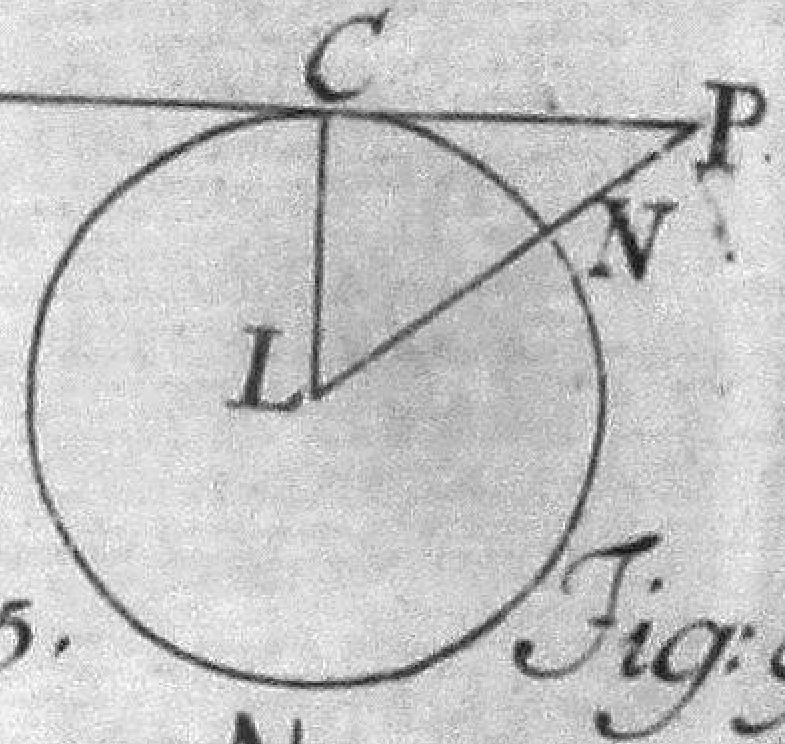

B
C
Fig: 4.
A
A
Fig. 5.
B
C

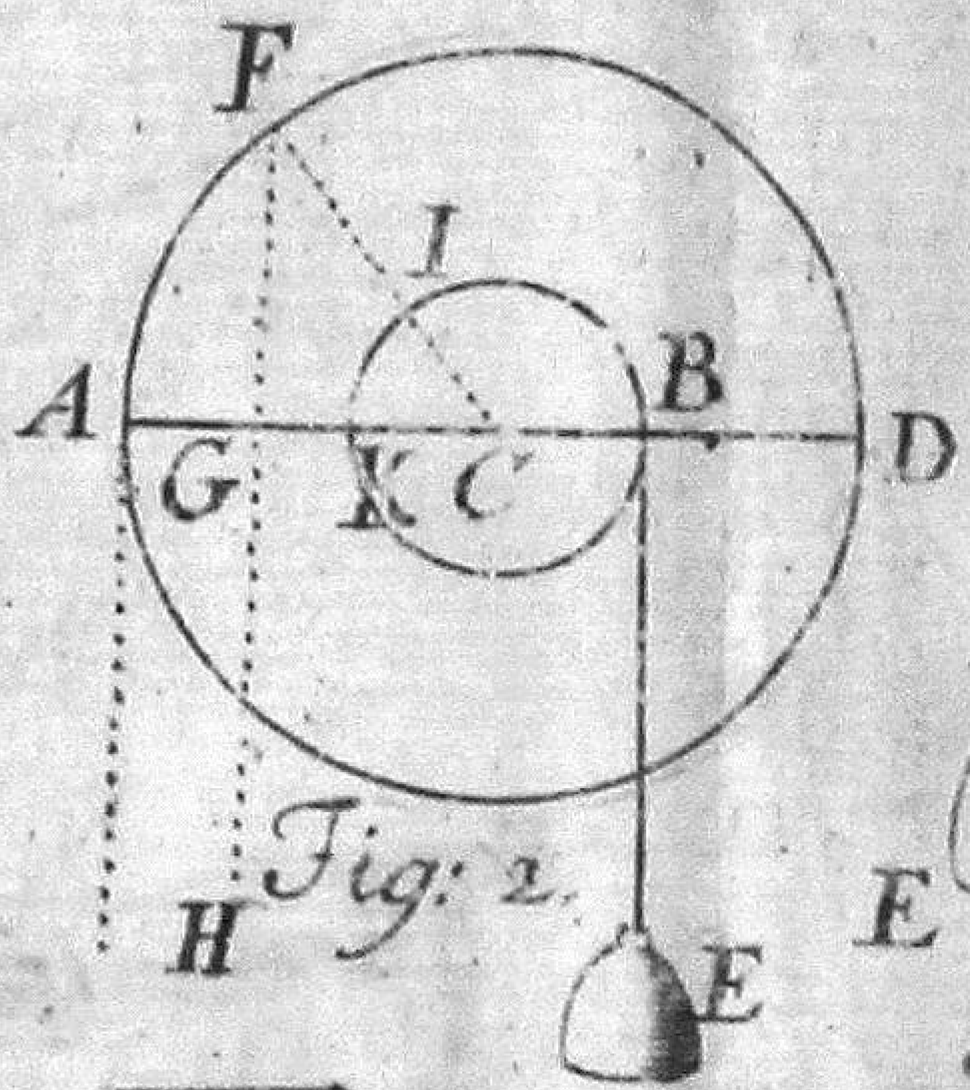

C
Fig: 14
C
G

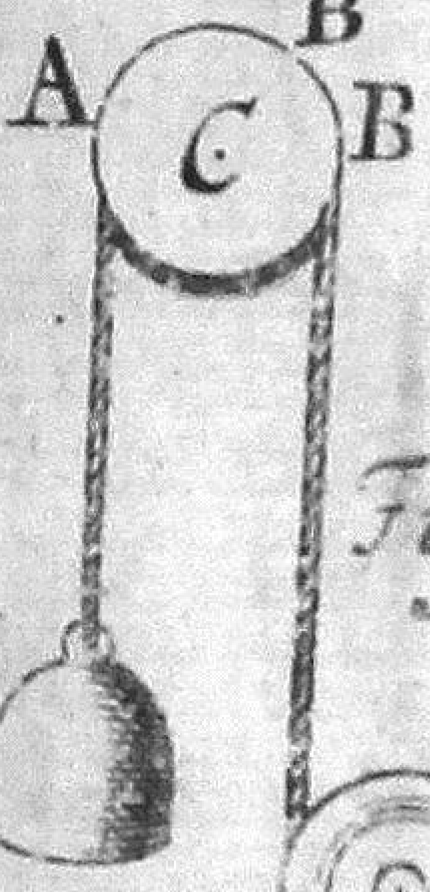

A
E
D

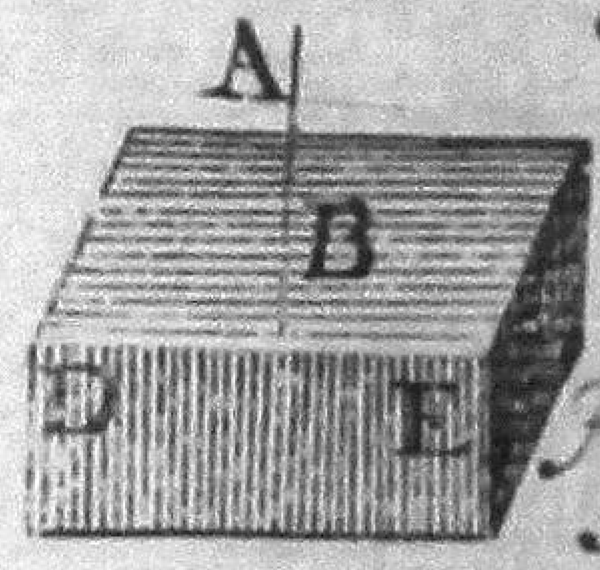

A C V Z B
G
Fig: 1
D
H
E

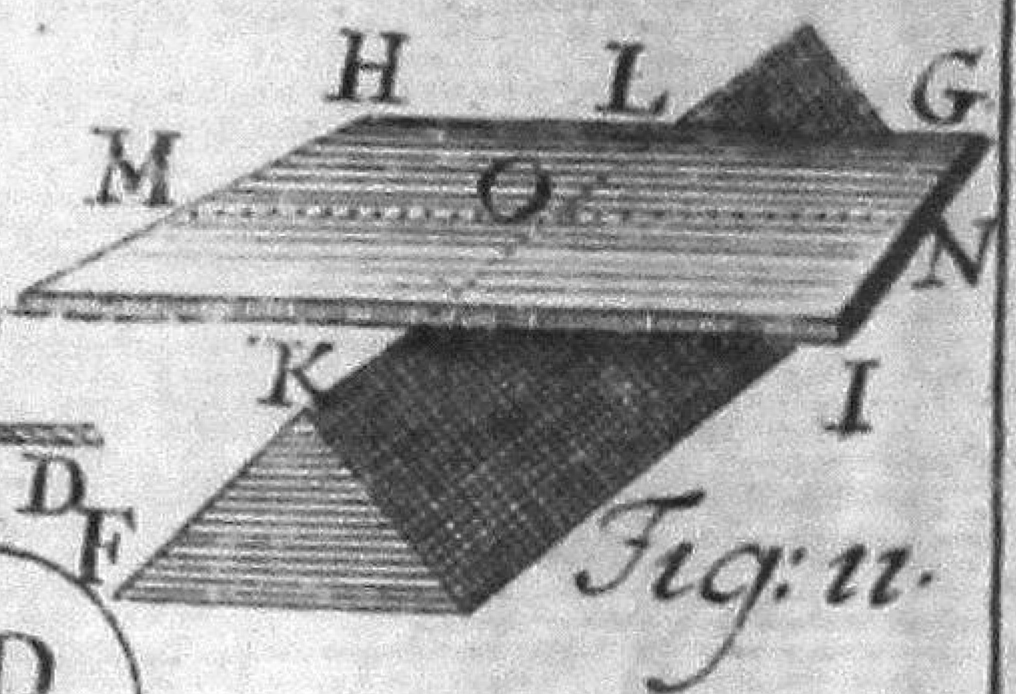

A
Fig: 5.
B

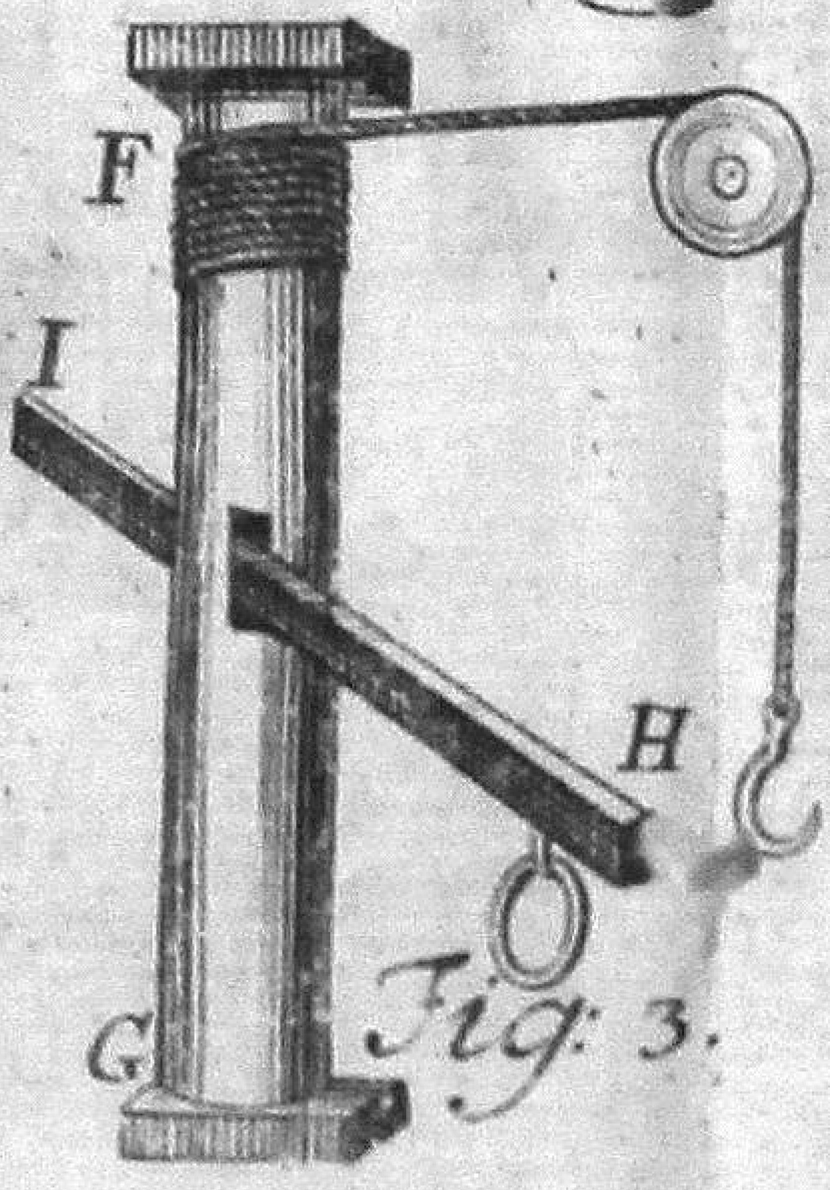

M C P
N
L
Fig: 9

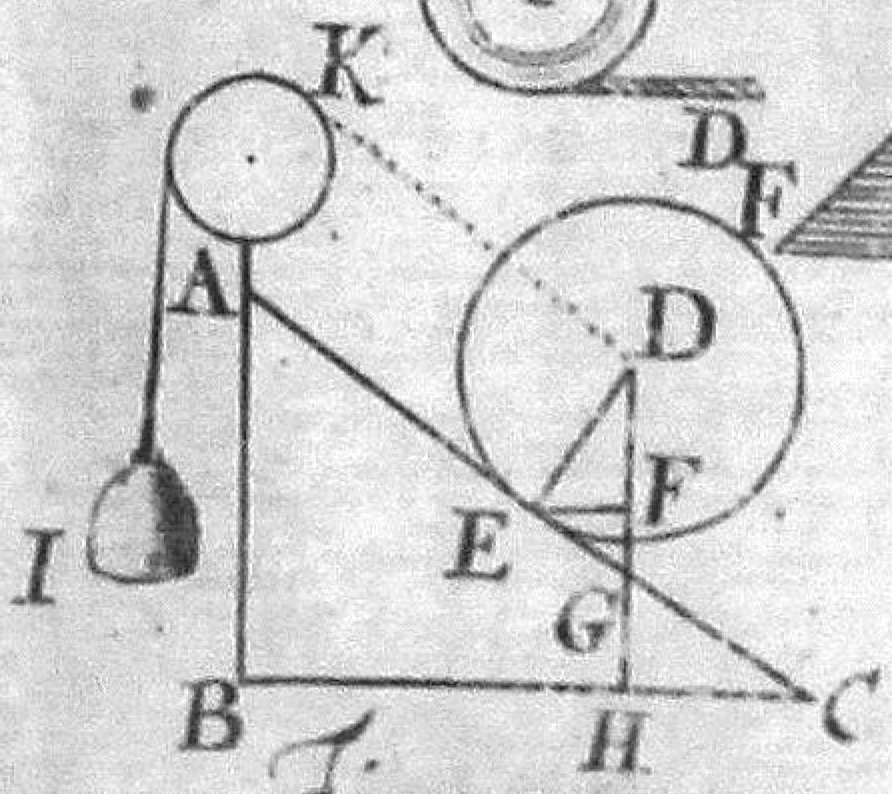

F
I
A B D
G K C
Fig: 2.
H E

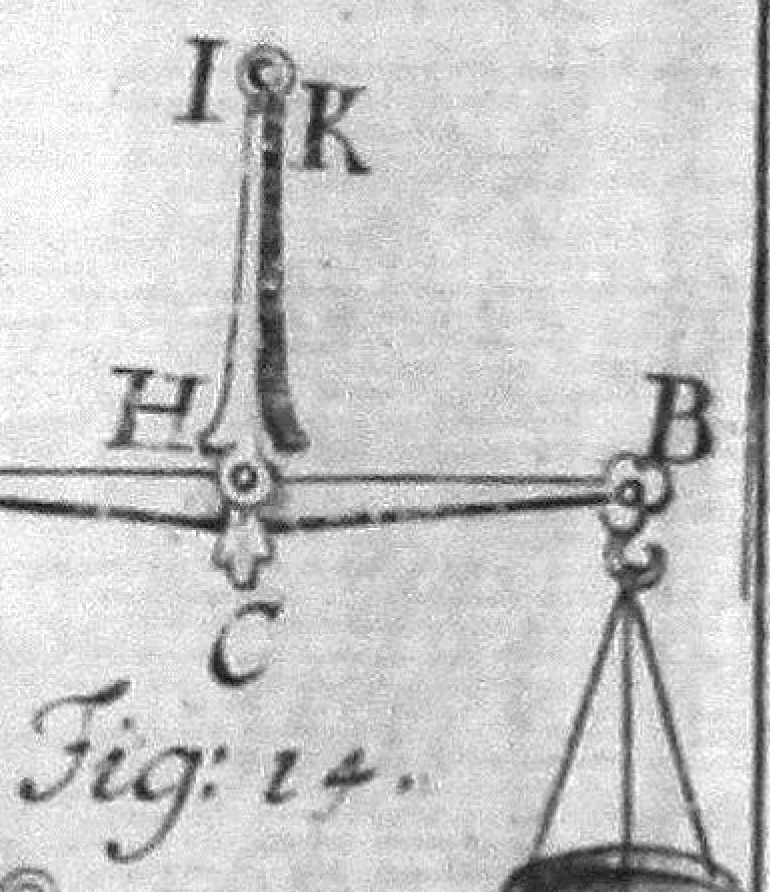

A C B
Fig: 6.
E

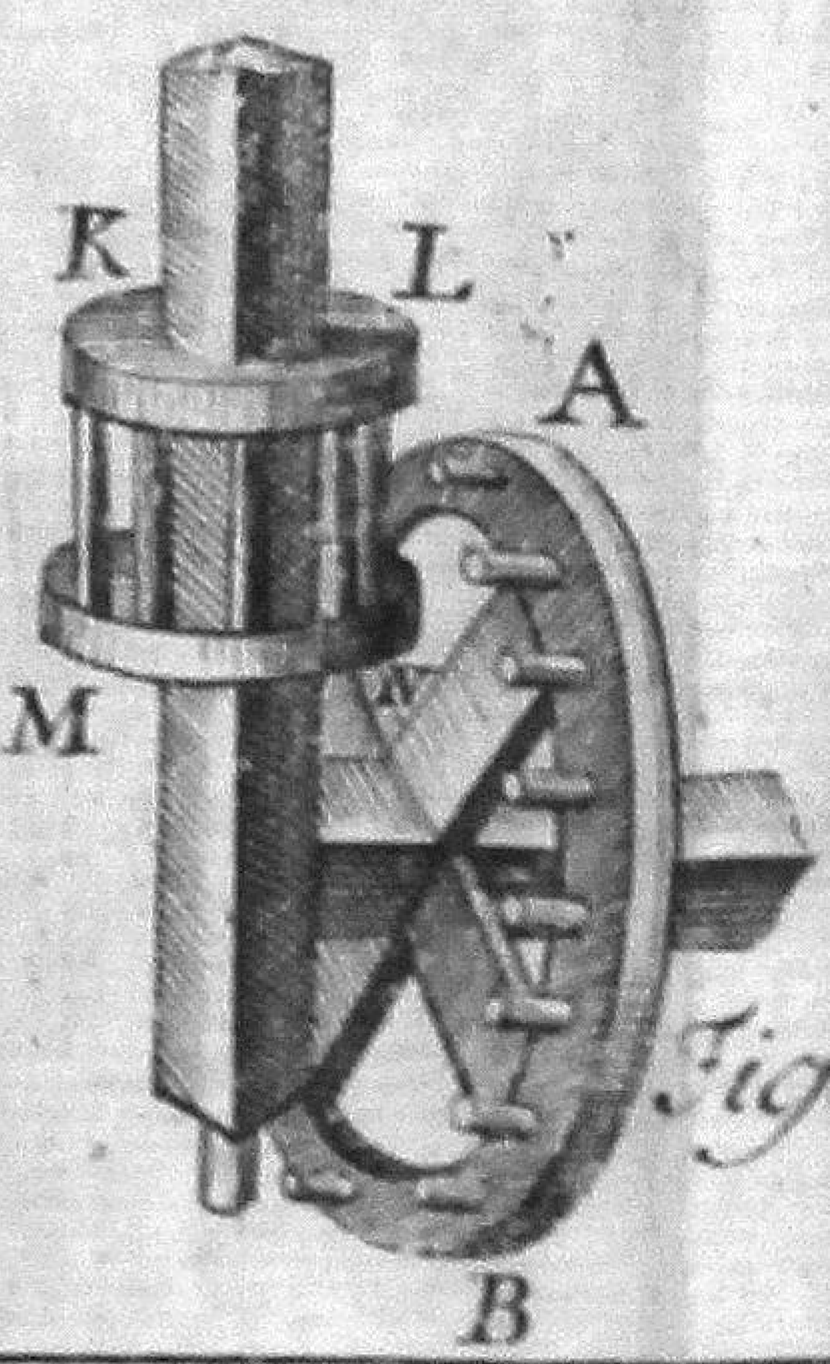

A
B
D E
Fig: 10

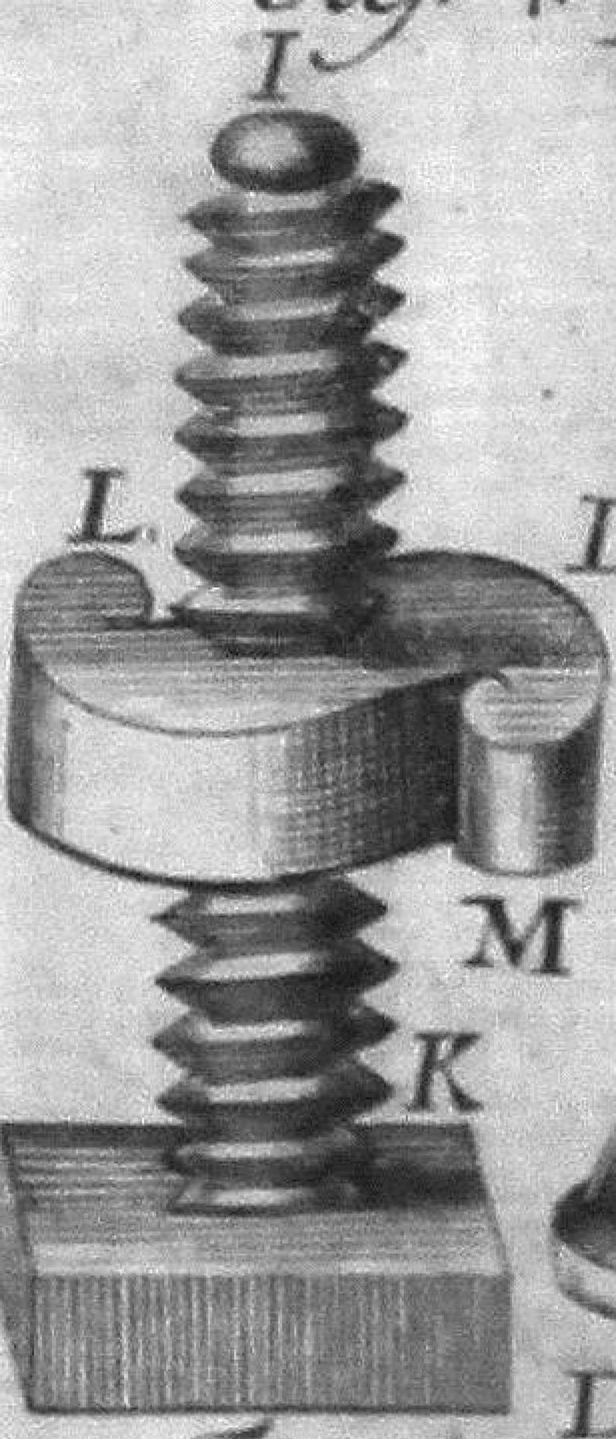

H L G
M O
N
K I
Fig: 11.

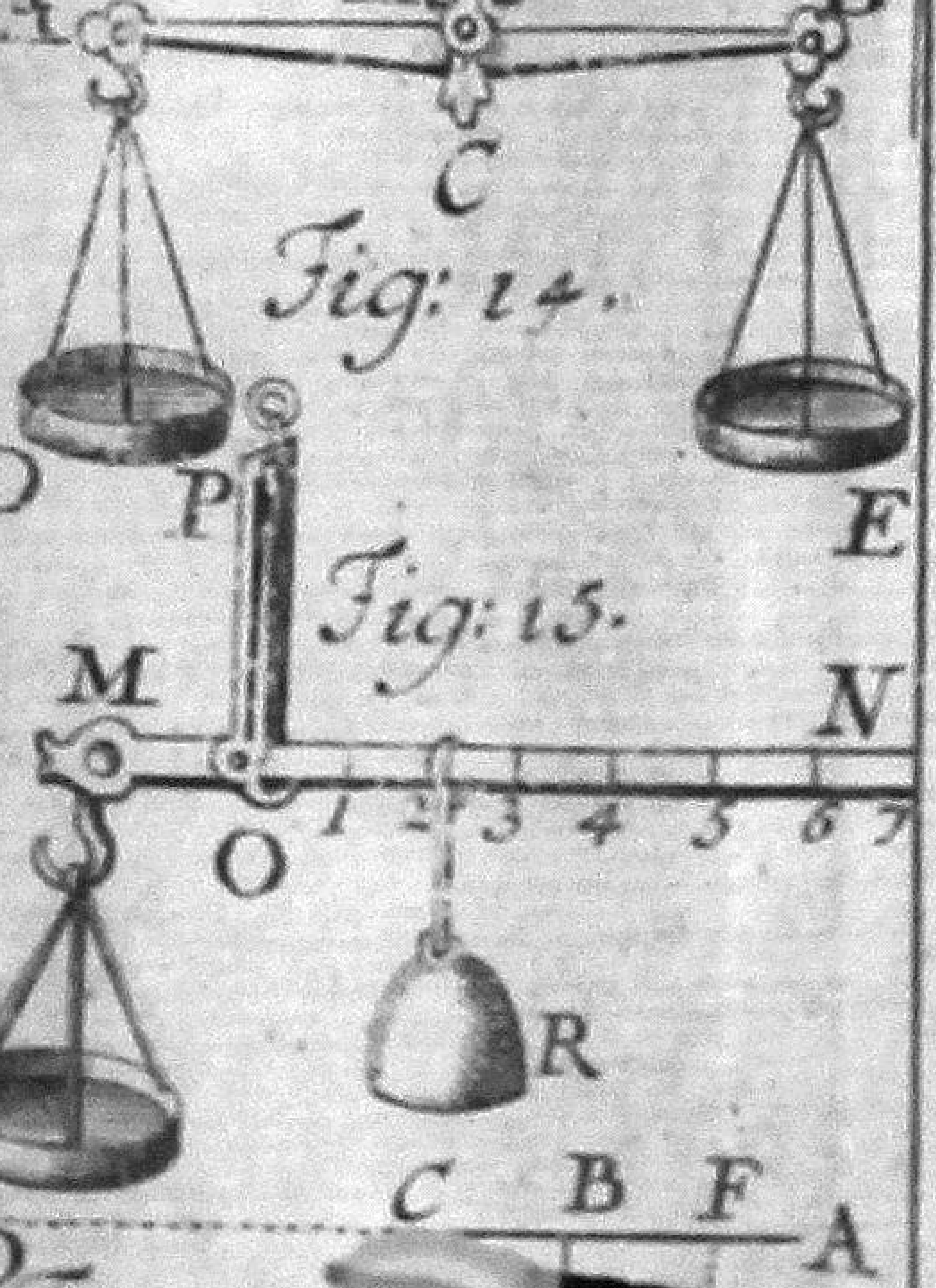

F
I
H
Fig: 3.
G

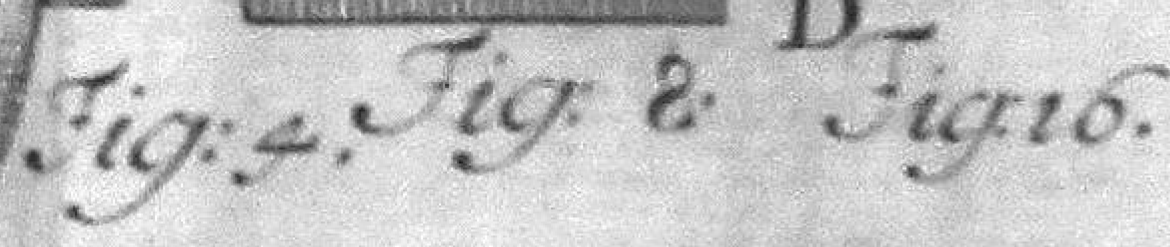

K
D F
A
D
I F
E
G
B H C
Fig: 7.

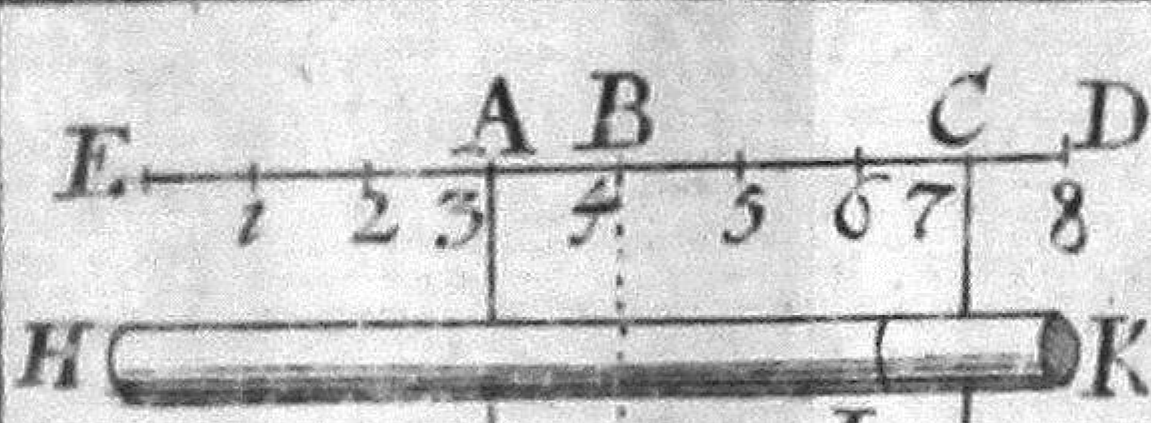

I K
H A B
C
Fig: 14.
D E


K L
A
M
Fig: 4.
B


I
L D
M
K
Fig: 8.


P
Fig: 15.
M N
O 1 2 3 4 5 6 7
R


C B F
D A
Fig: 16.
G



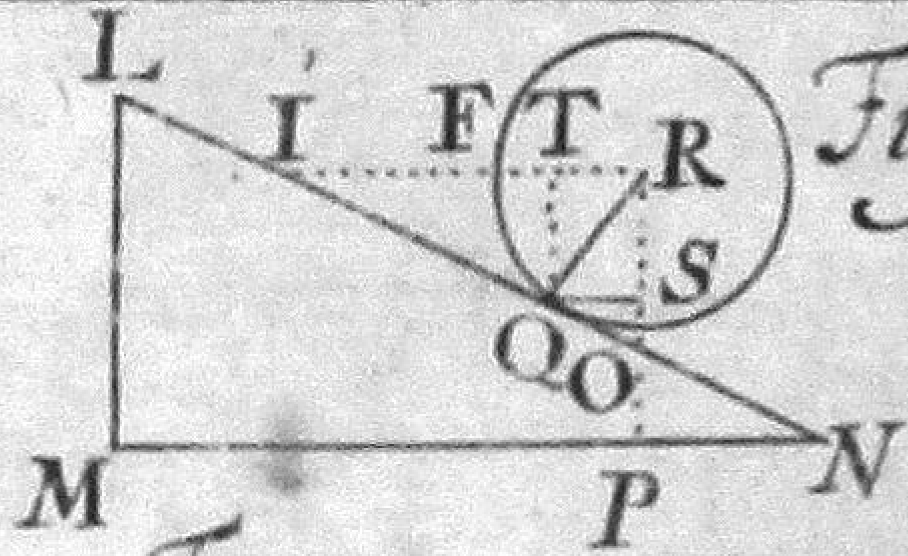
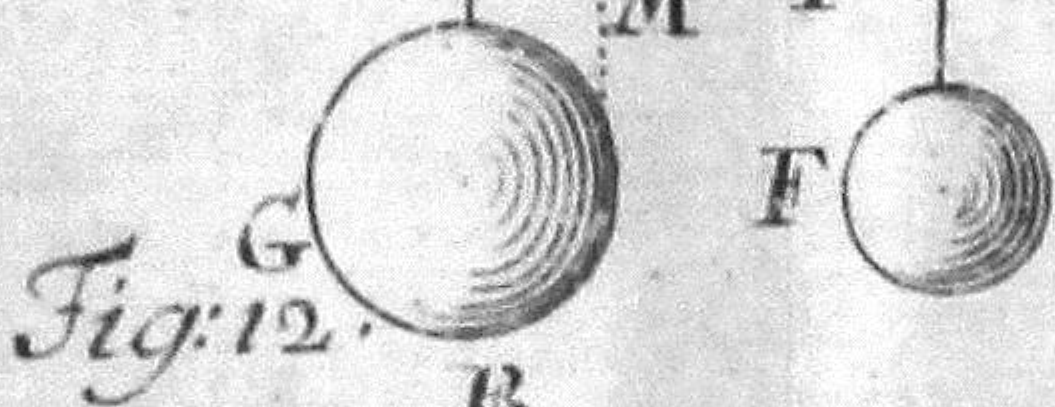


Fig: 20.

Fig: 12.



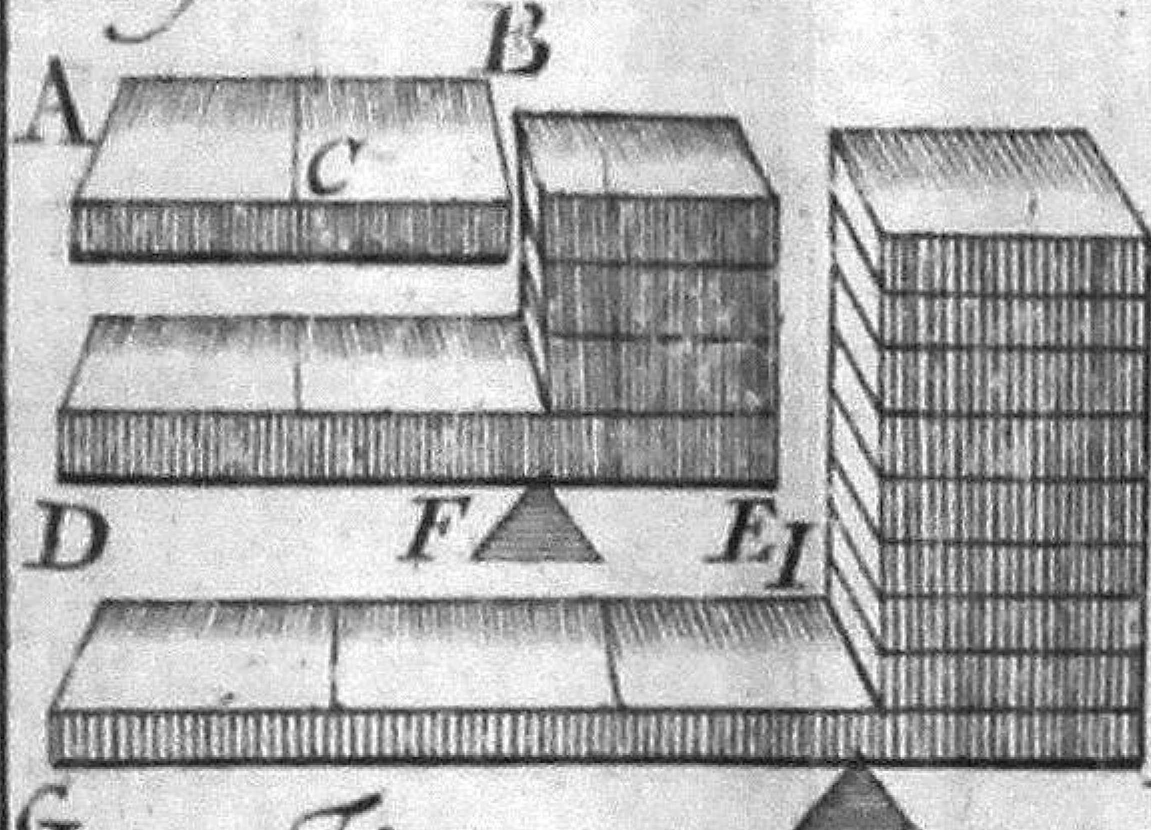


Fig: 13.

Fig: 21.

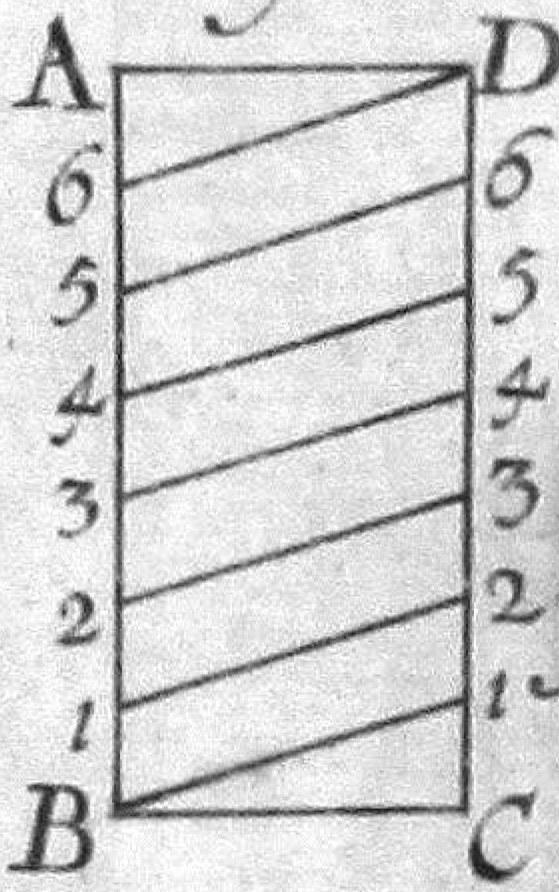
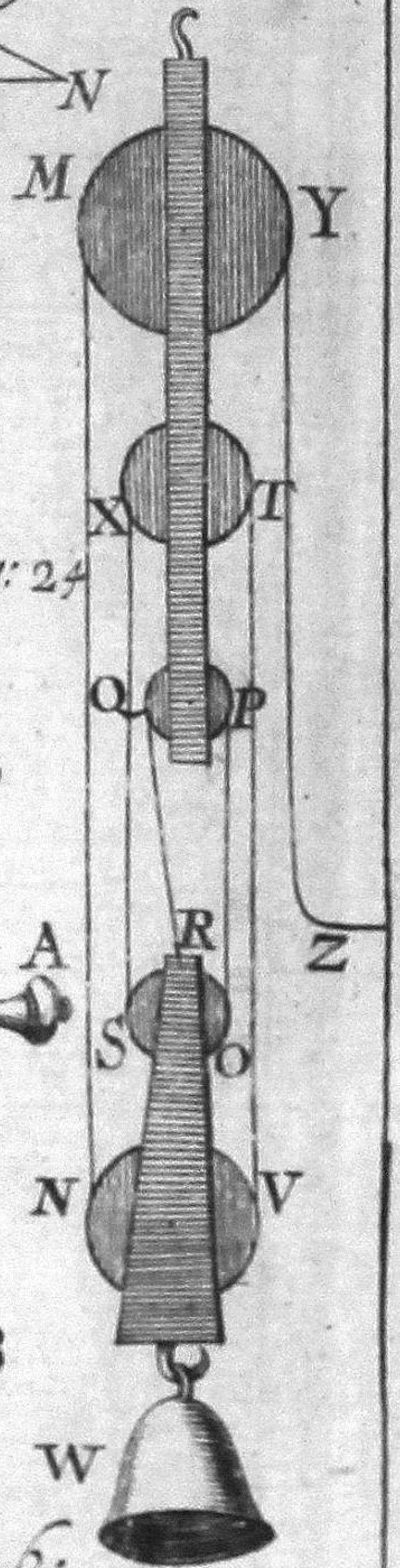


Fig: 24



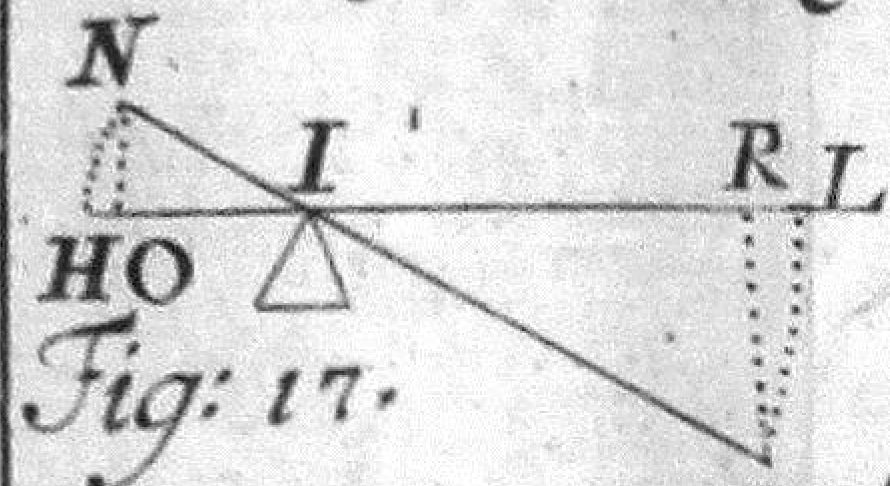


Fig: 17.

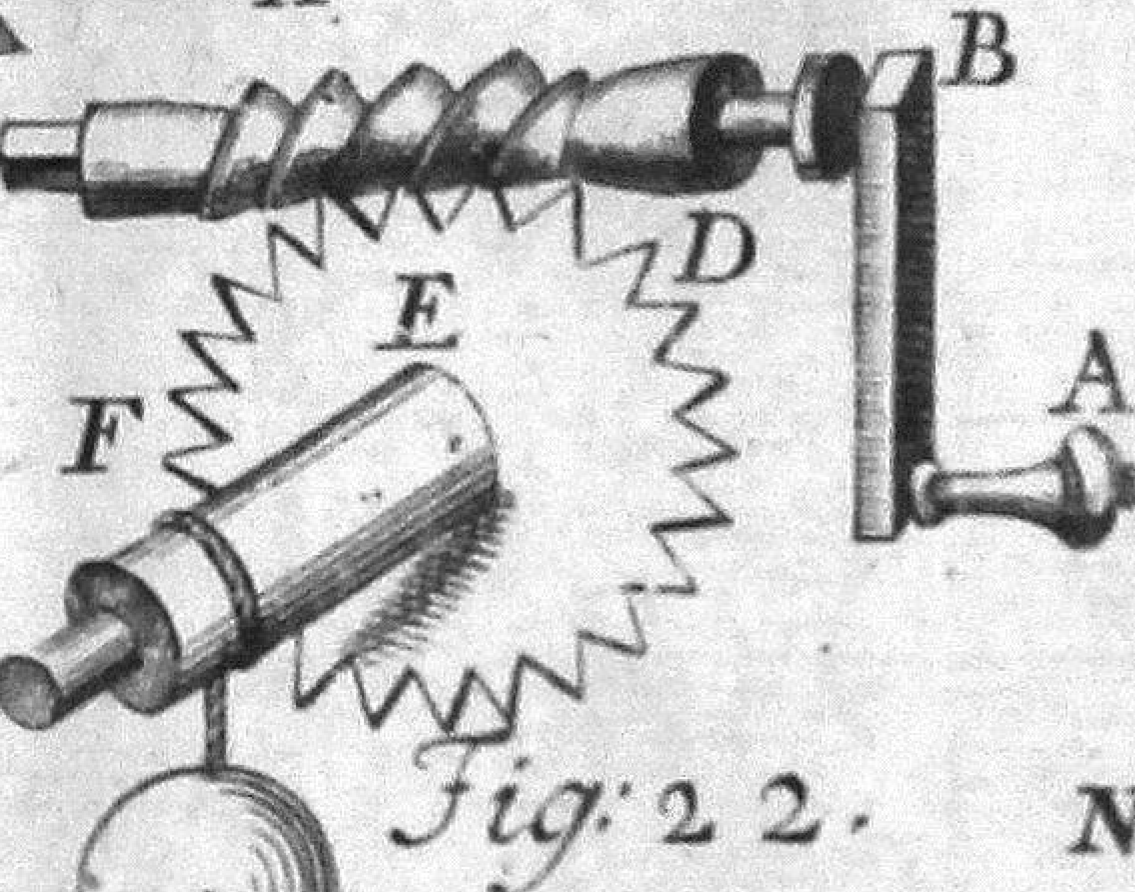
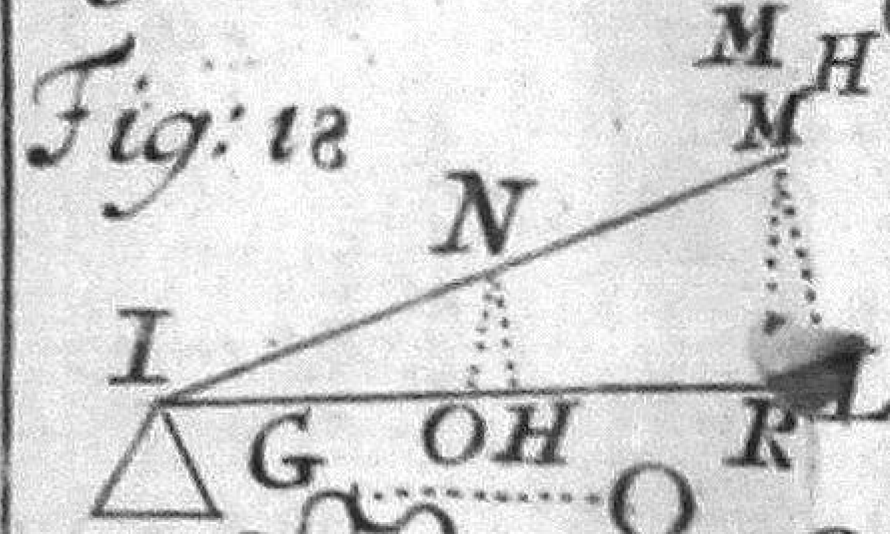


Fig: 22.

Fig: 18



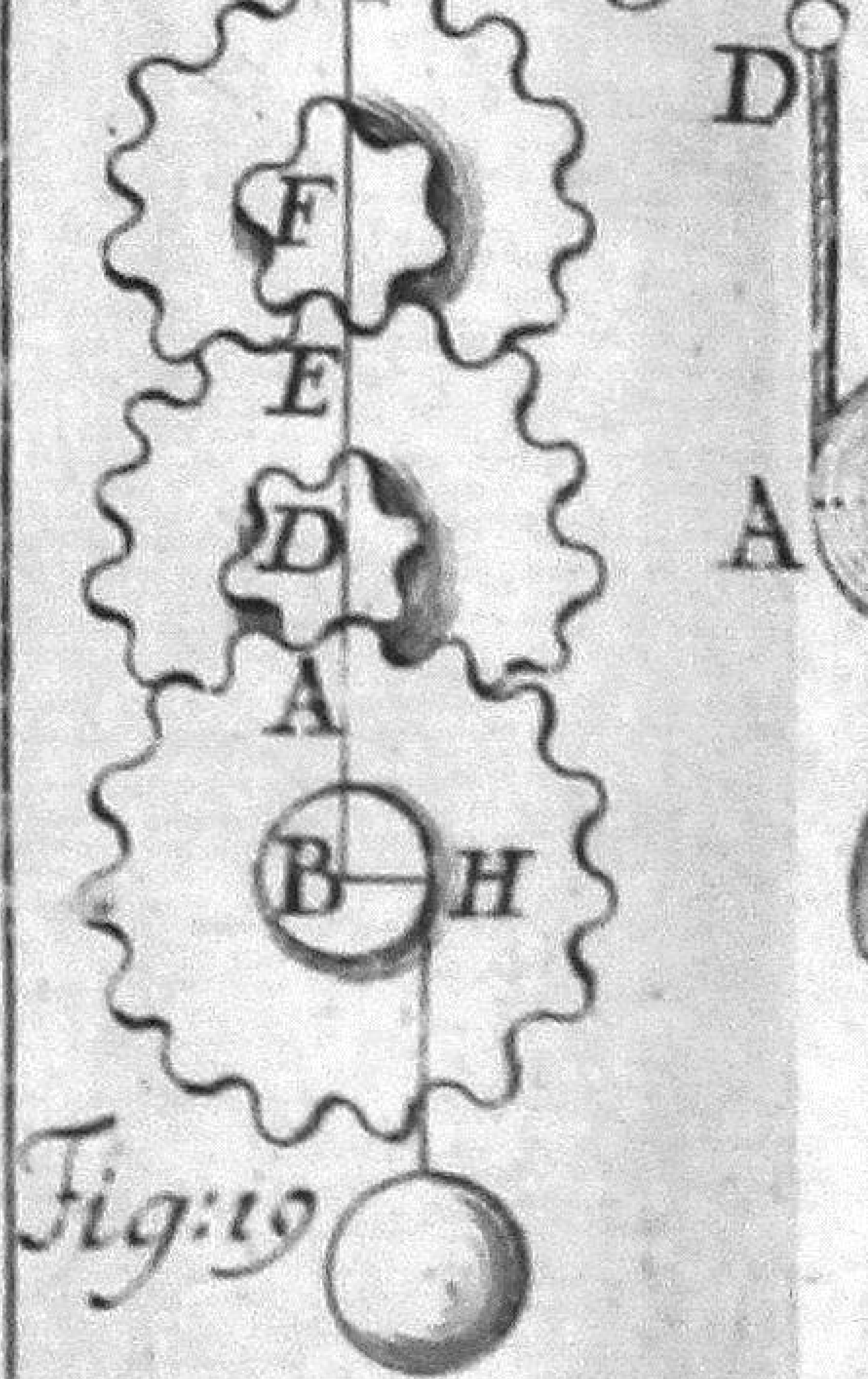


Fig: 19

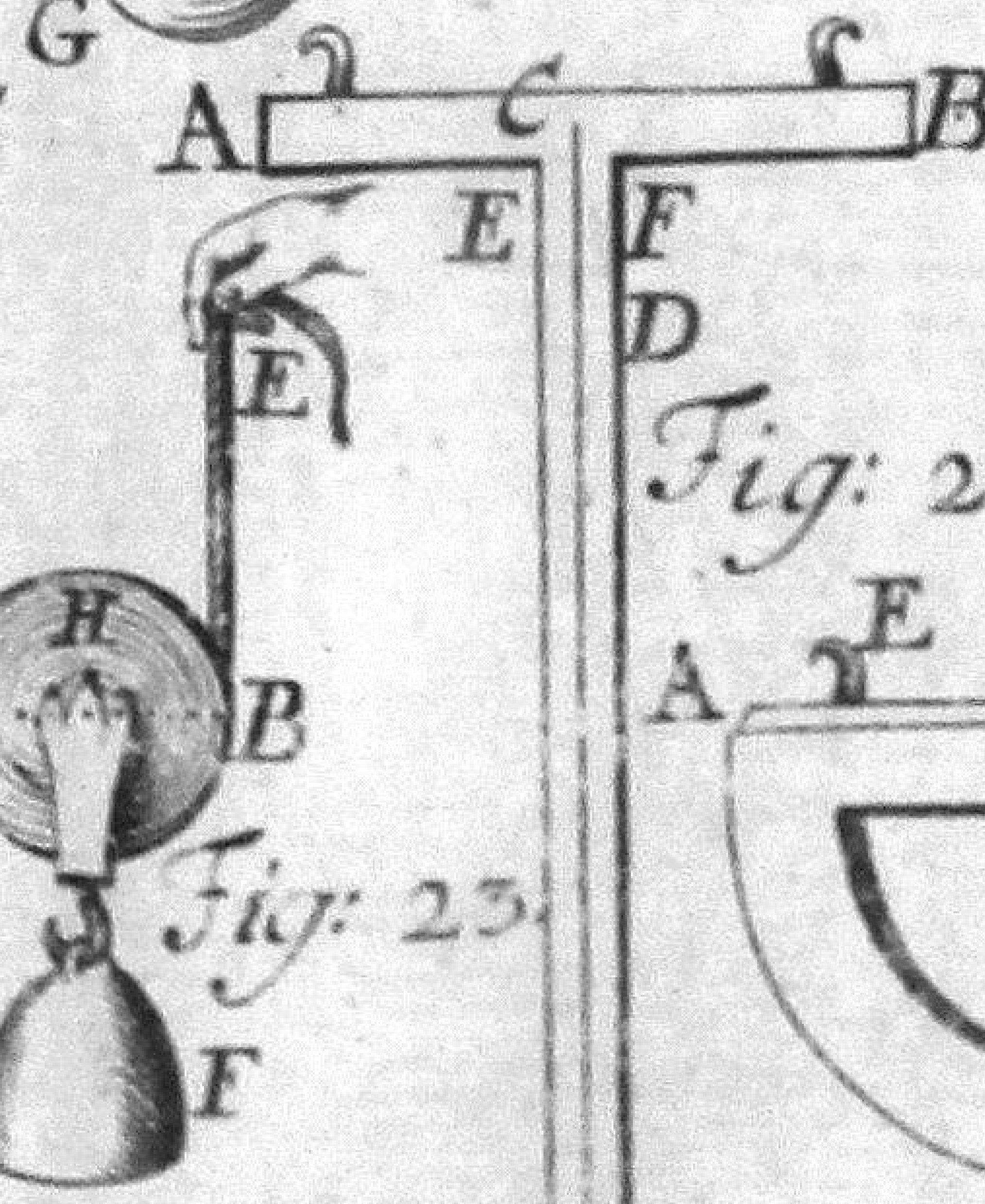


Fig: 26.

Fig: 23.

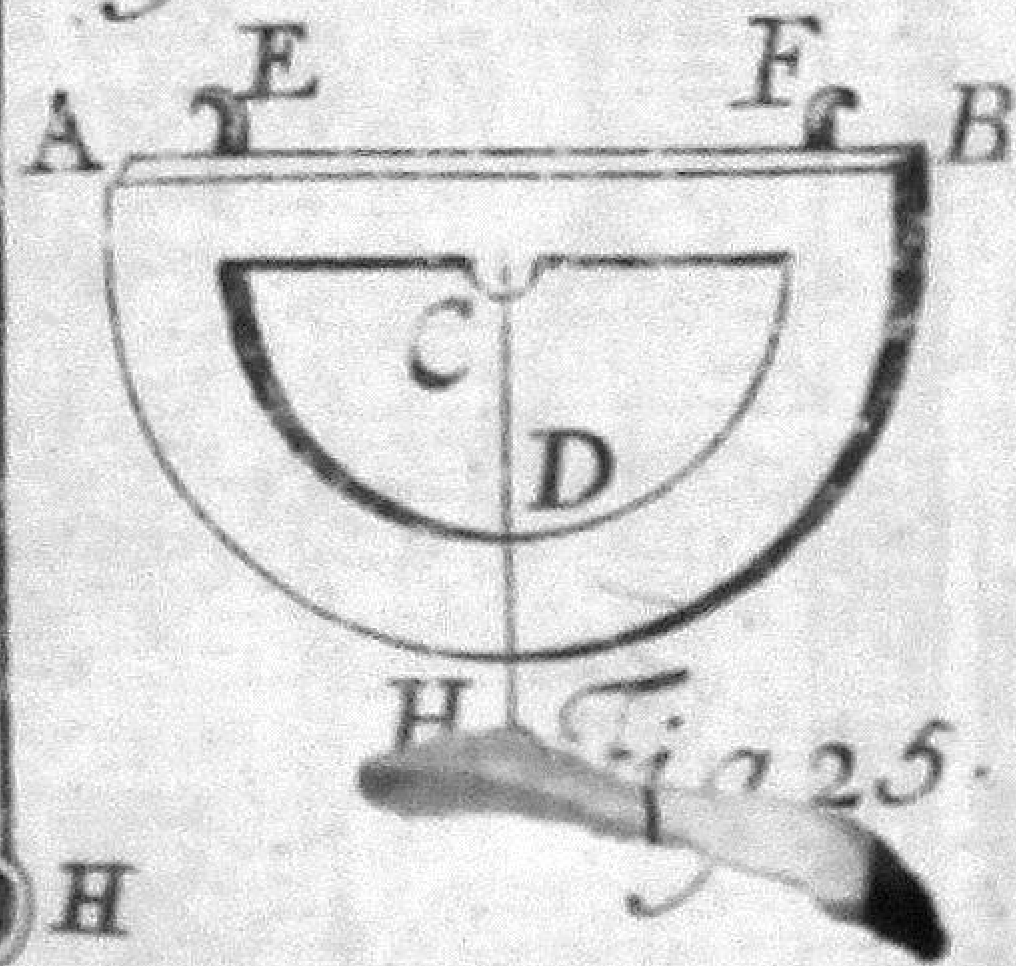


Fig. 25.

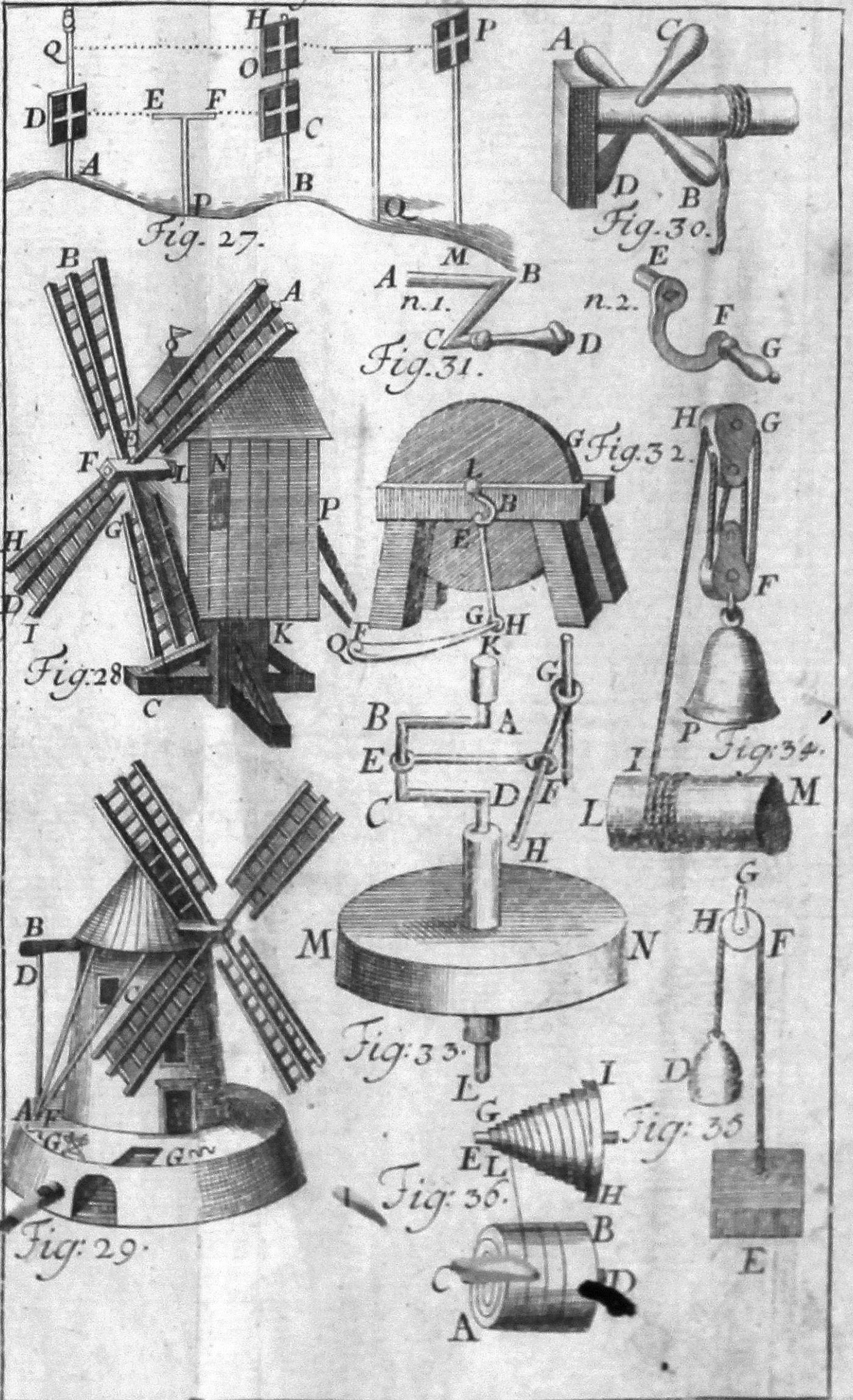
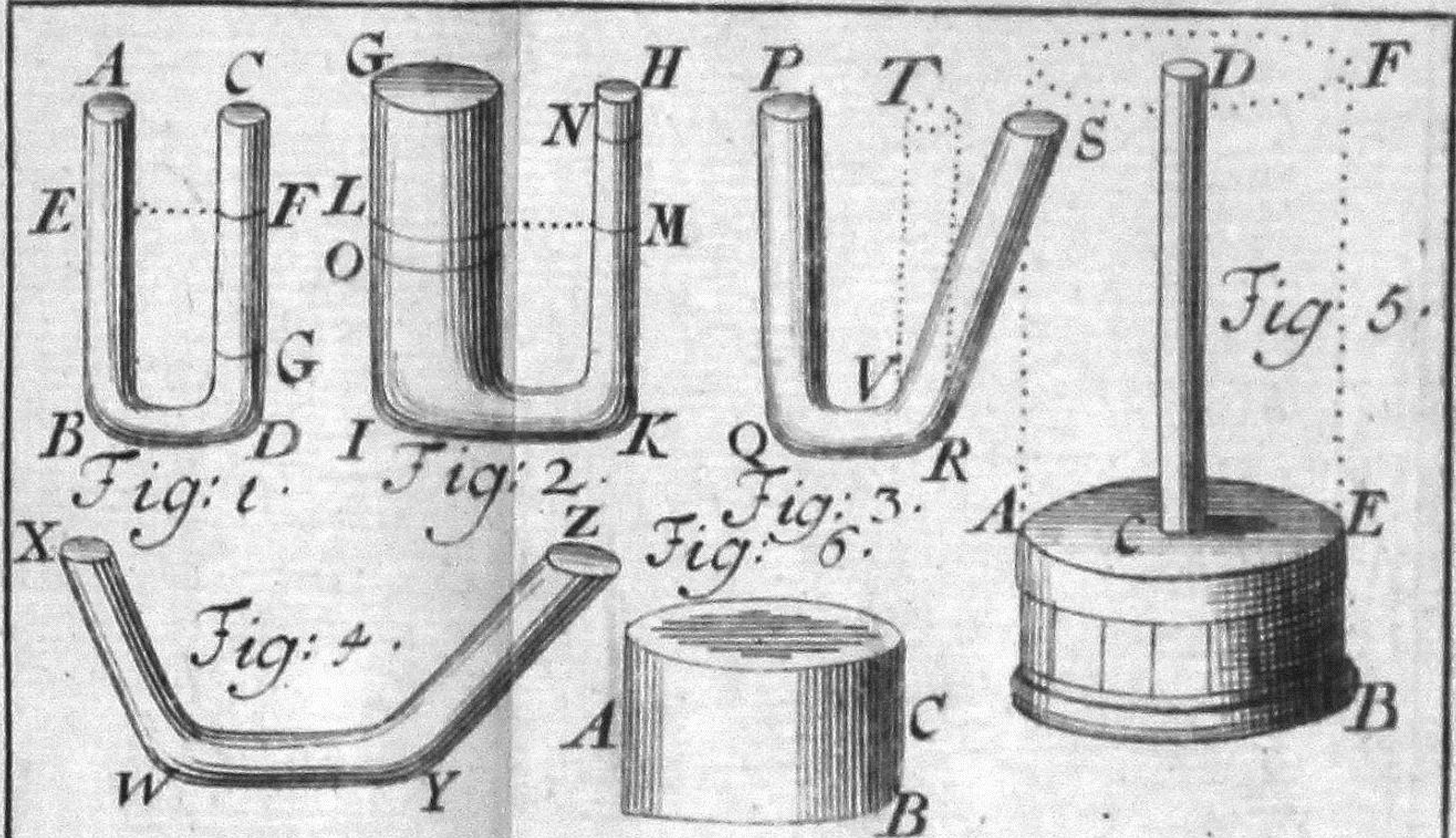
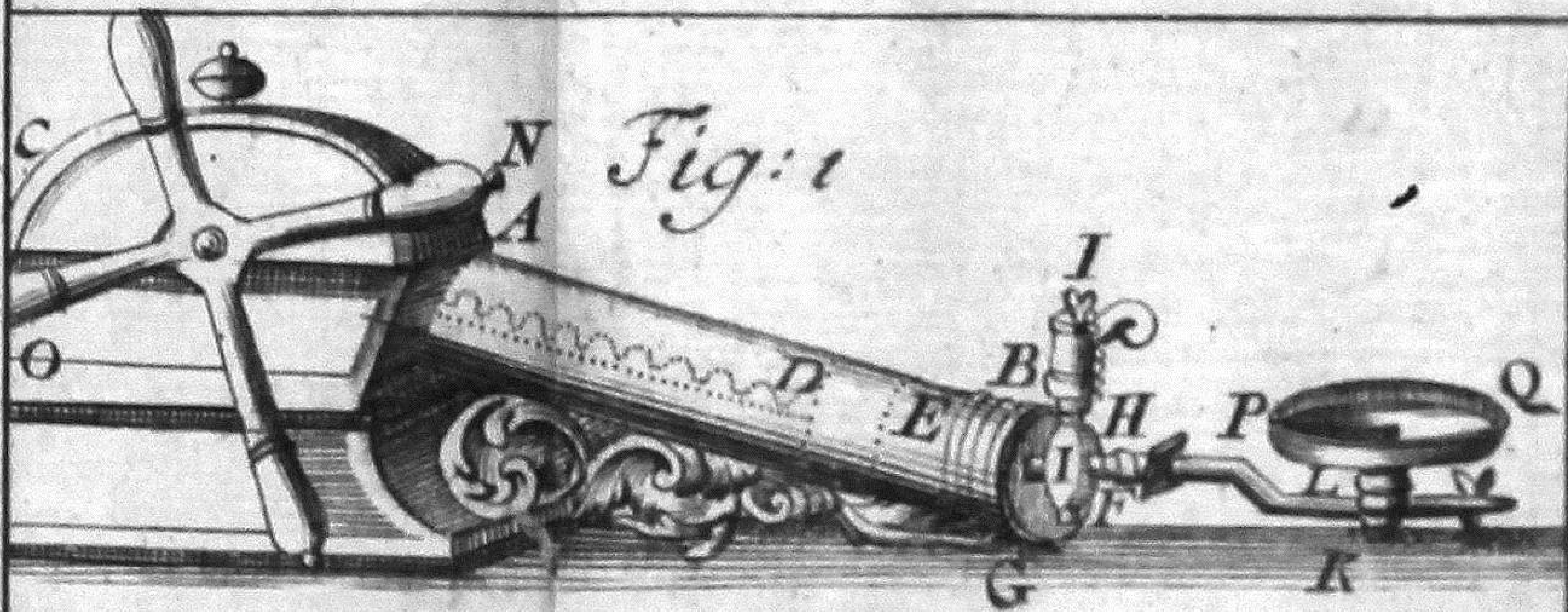
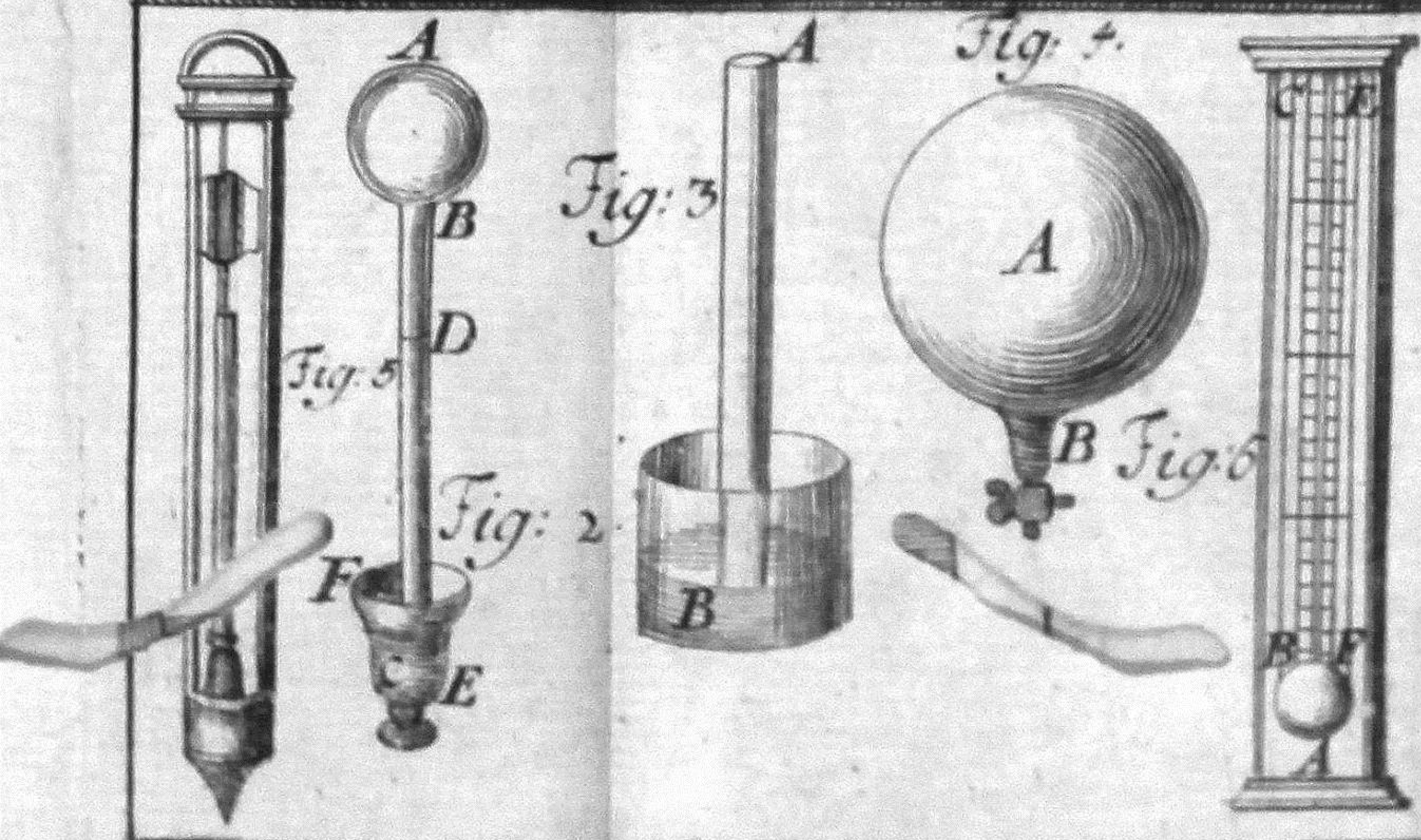

Fig. 27.
Fig. 28
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
n. 1.
n. 2.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35
Fig. 36.

Fig. Hydrost. et Aerometr.







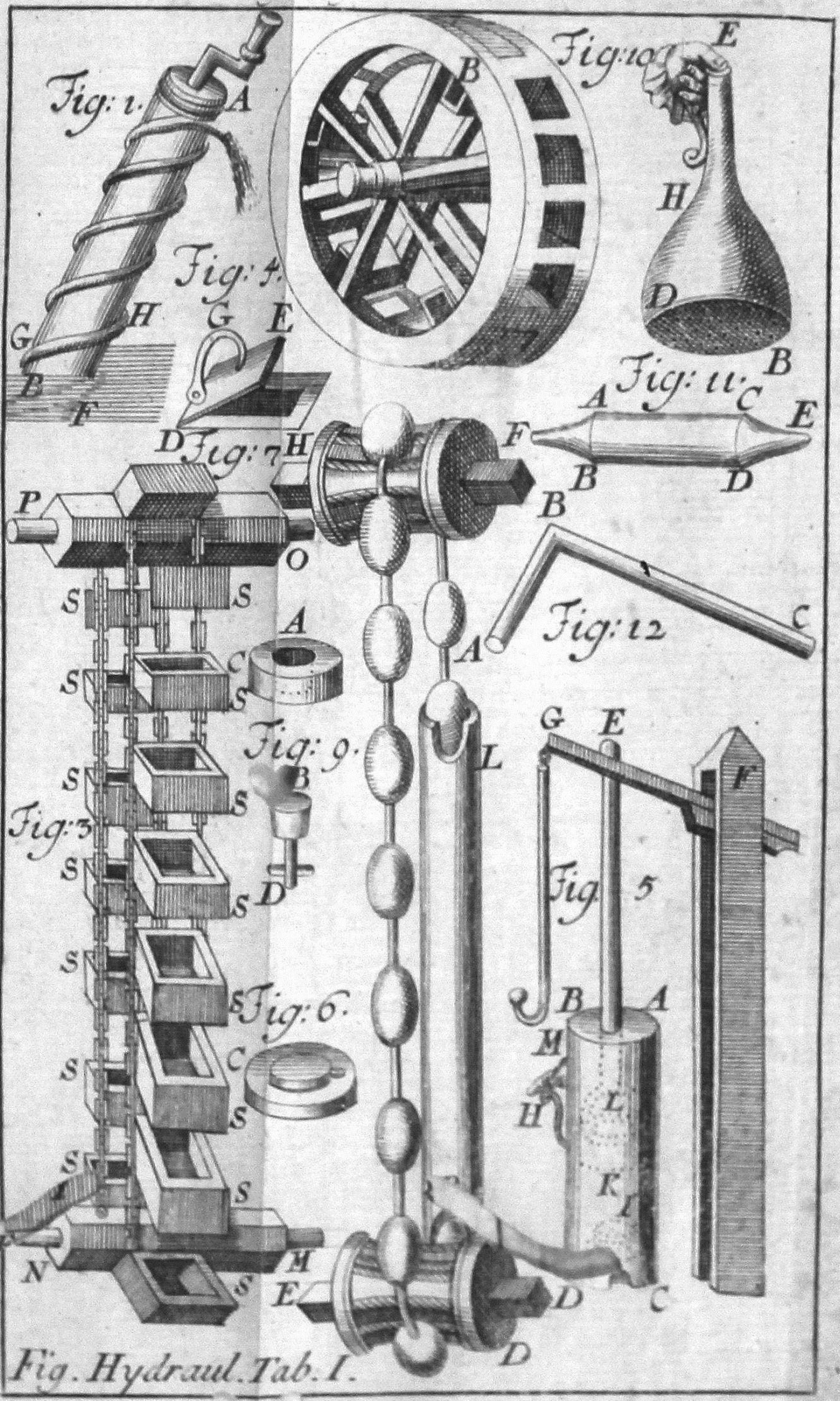
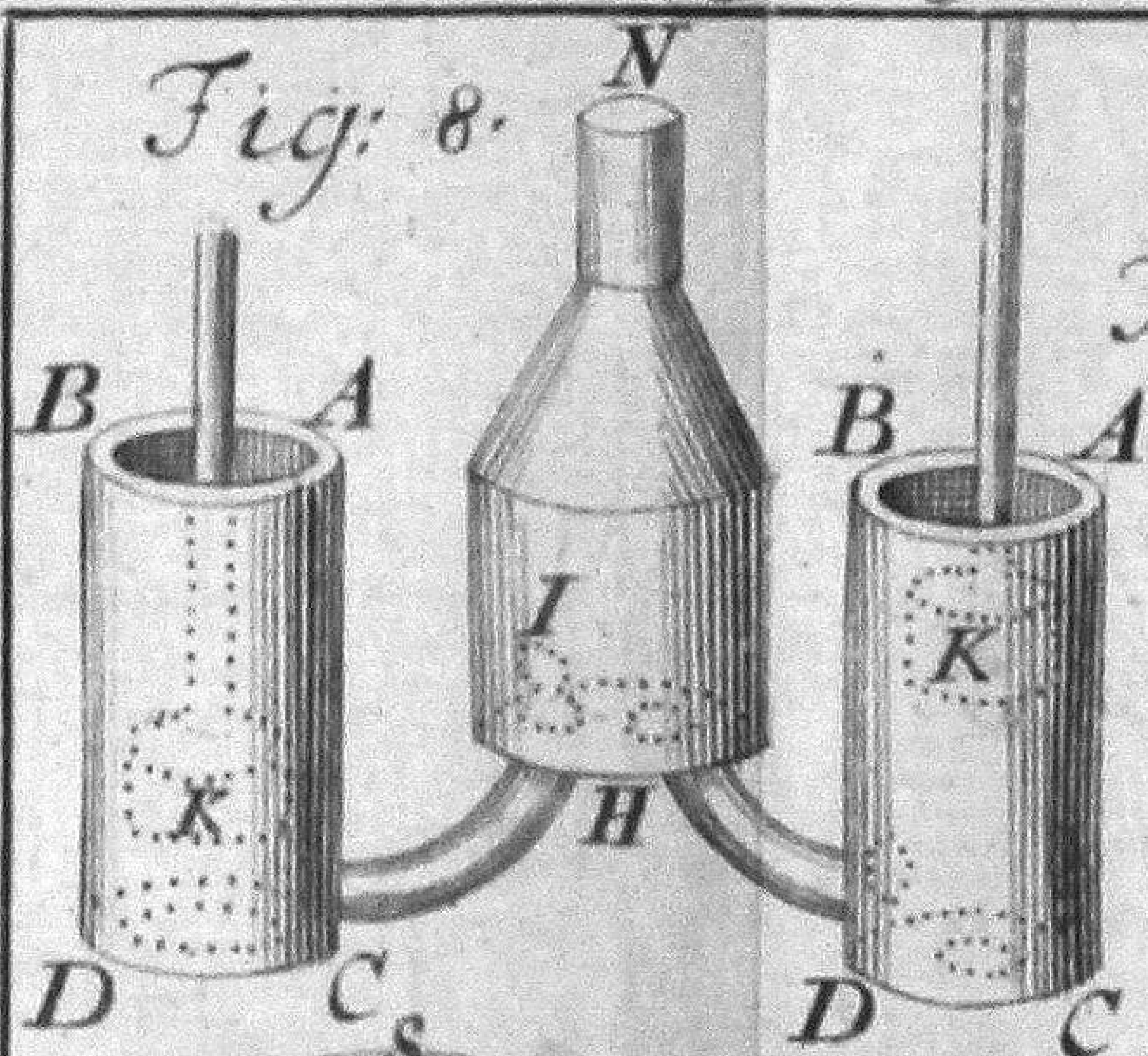
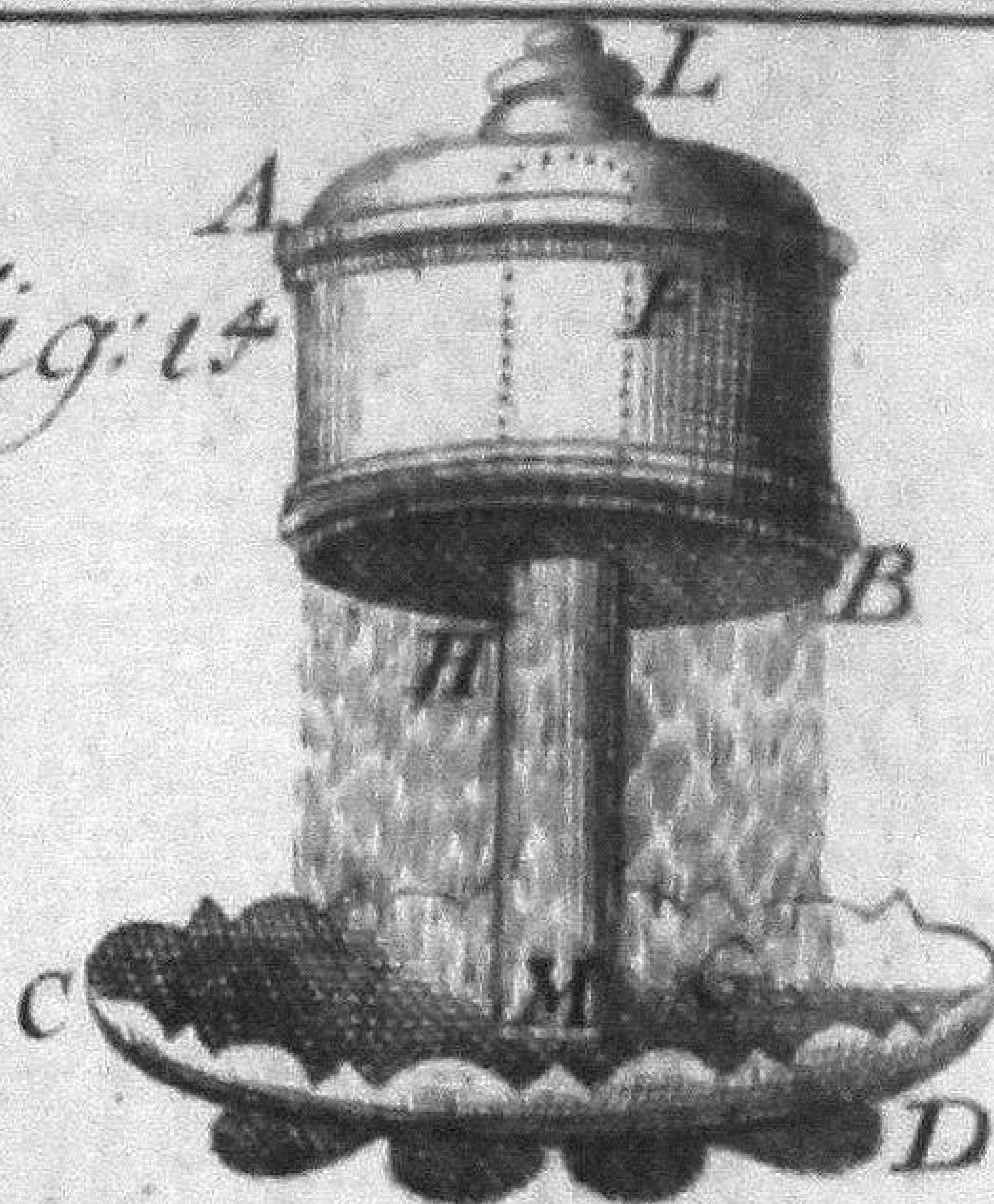
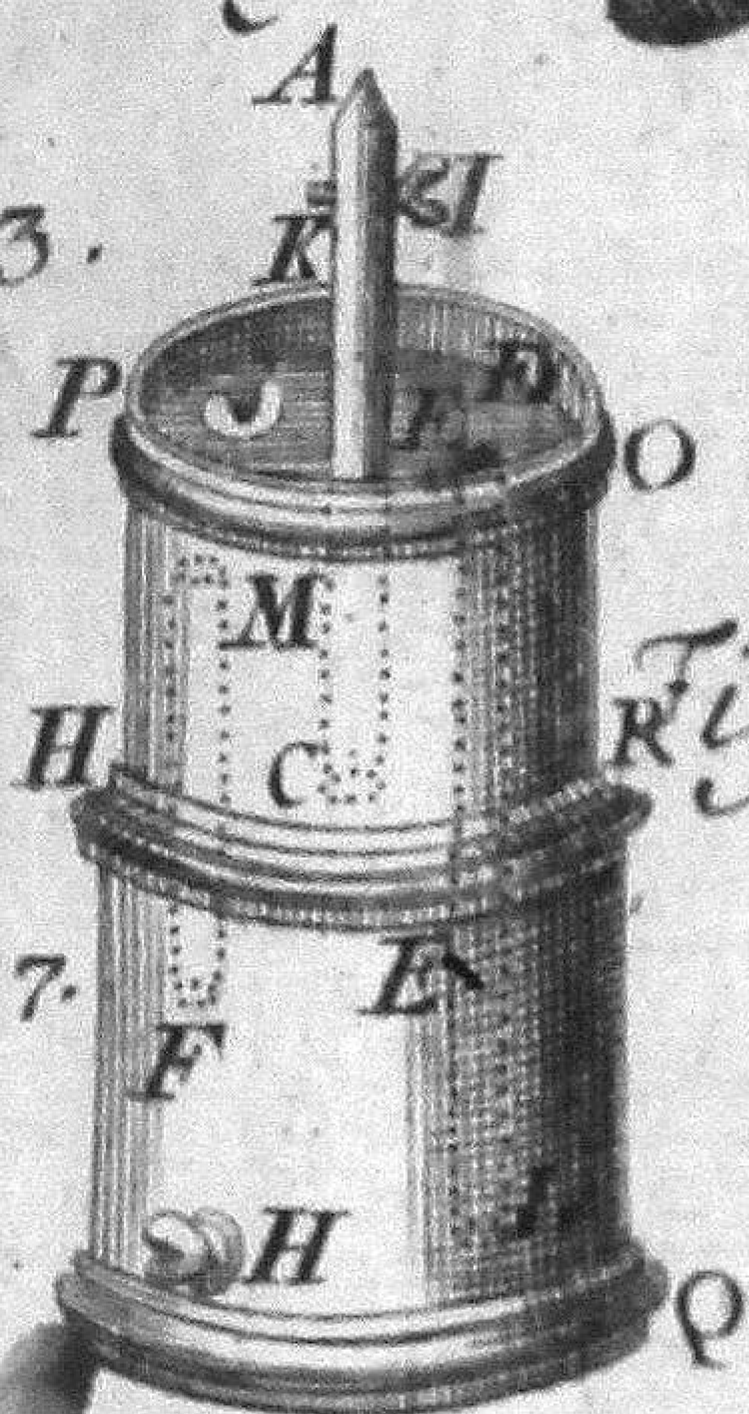


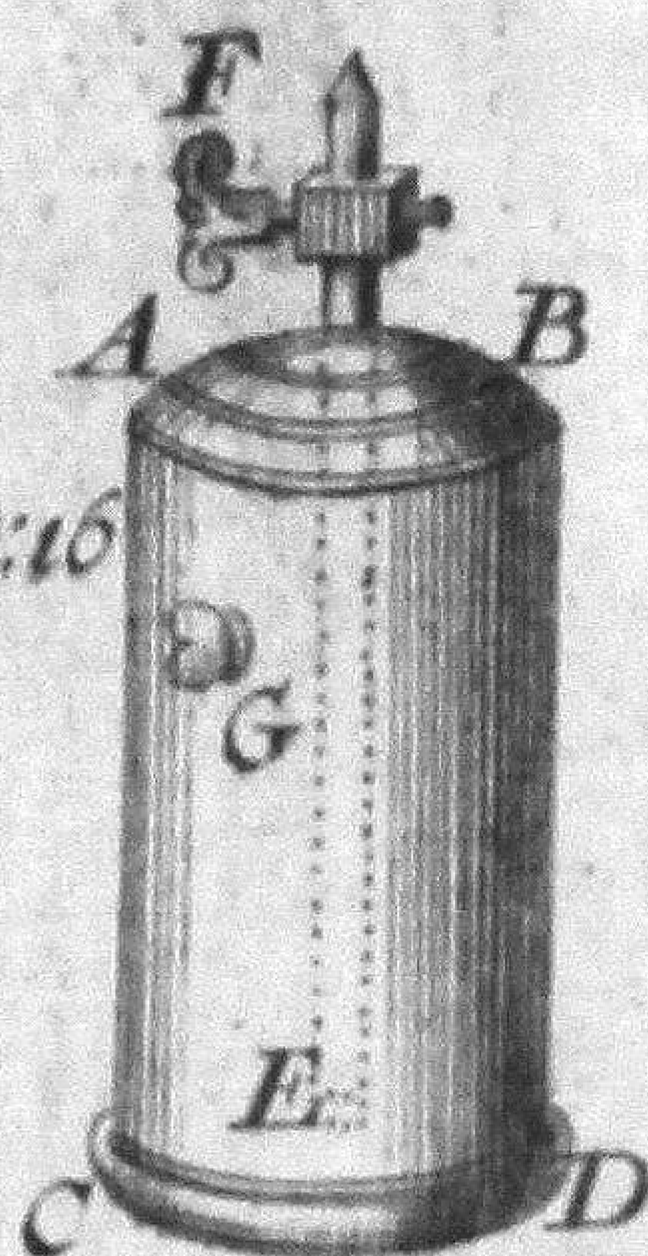
Fig. Hydraul. Tab. I.


Fig: 8.
N
B
A
B
A
I
K
K
H
D
C
D
C

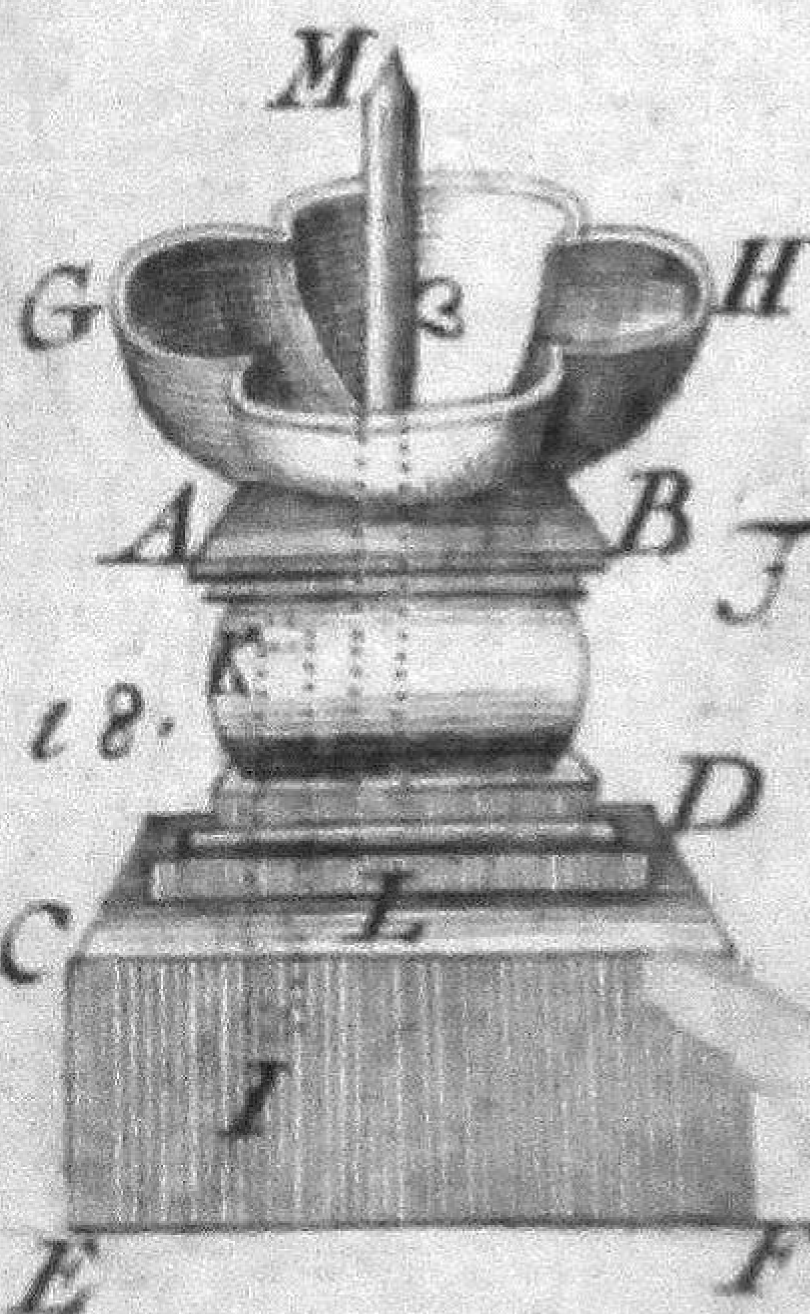

L
A
Fig: 14
F
B
H
C
M
D

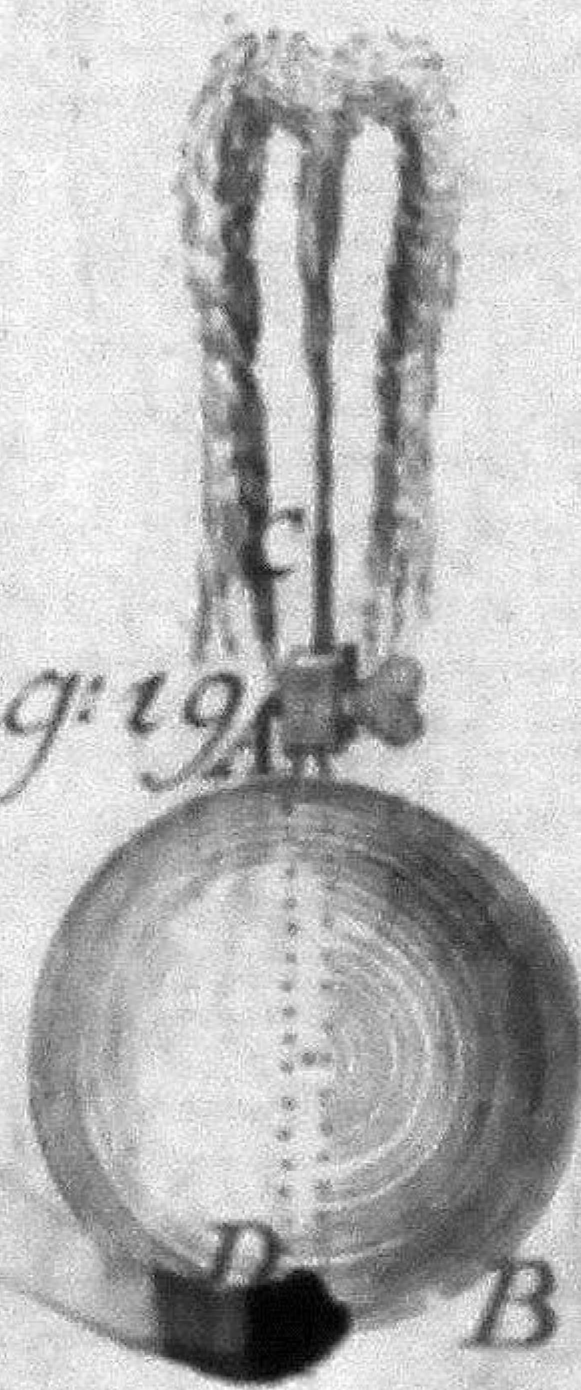

S
T
Fig: 13.
V
R
Q

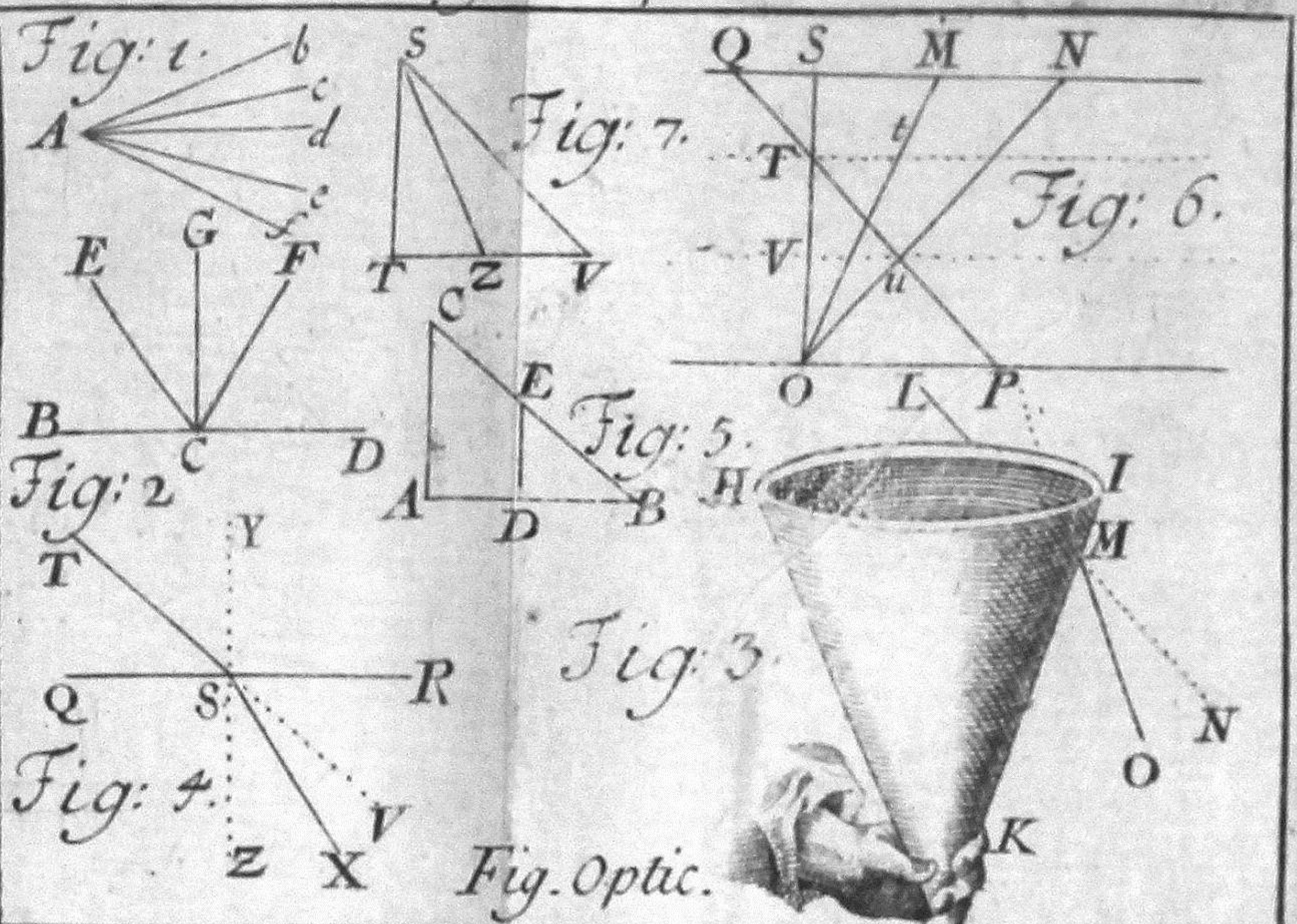

A
K
P
O
M
H
C
Fig: 17.
E
F
H
Q


F
A
B
Fig: 16
G
E
C
D


A
C
B
E
G
D
K
Fig: 15
L
N
M


M
G
H
A
B
Fig 18.
D
C
L
I
E
F


C
Fig: 19
A
D
B



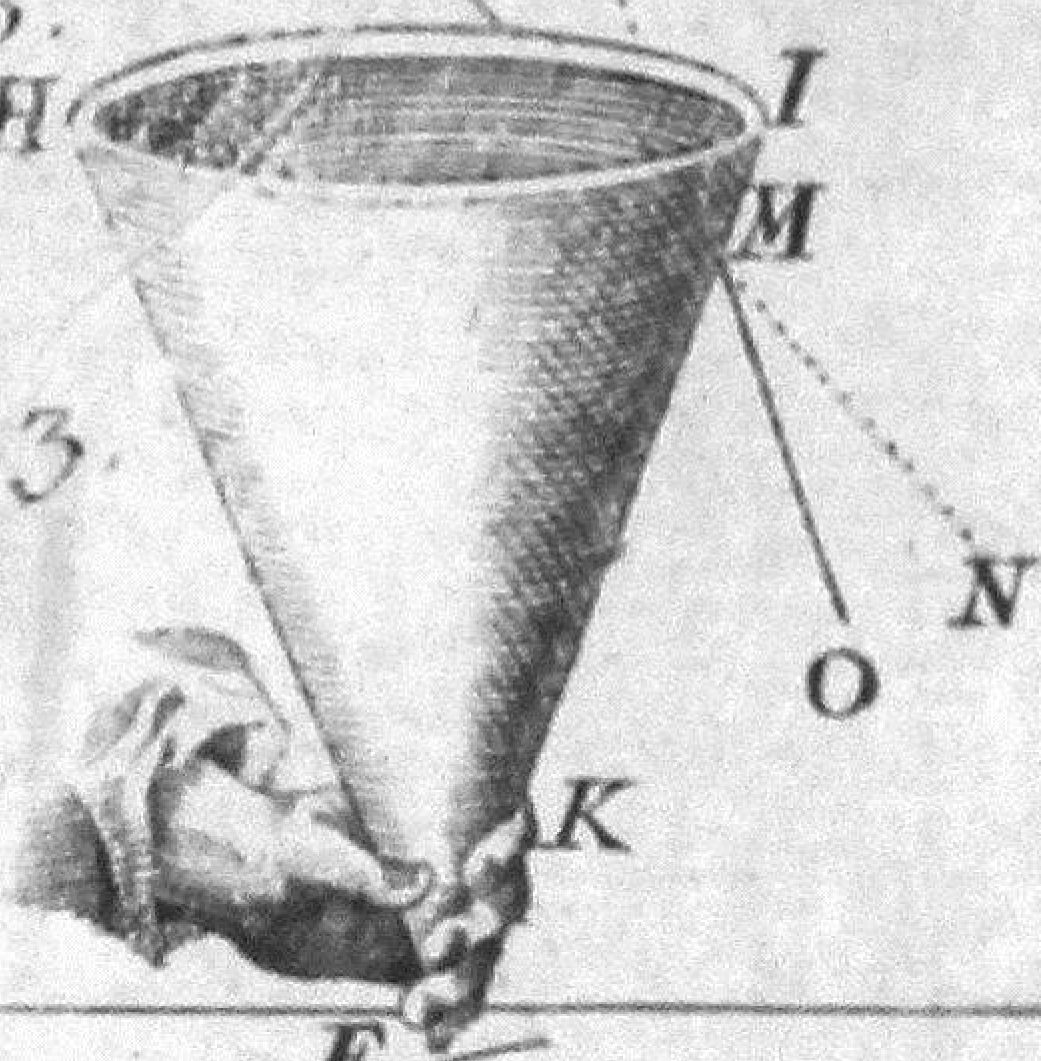


Fig. Optic.

Fig: 1.
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 2
Fig: 6.
Fig: 3.

Figur. Catoptr.

Fig. Dioptr.

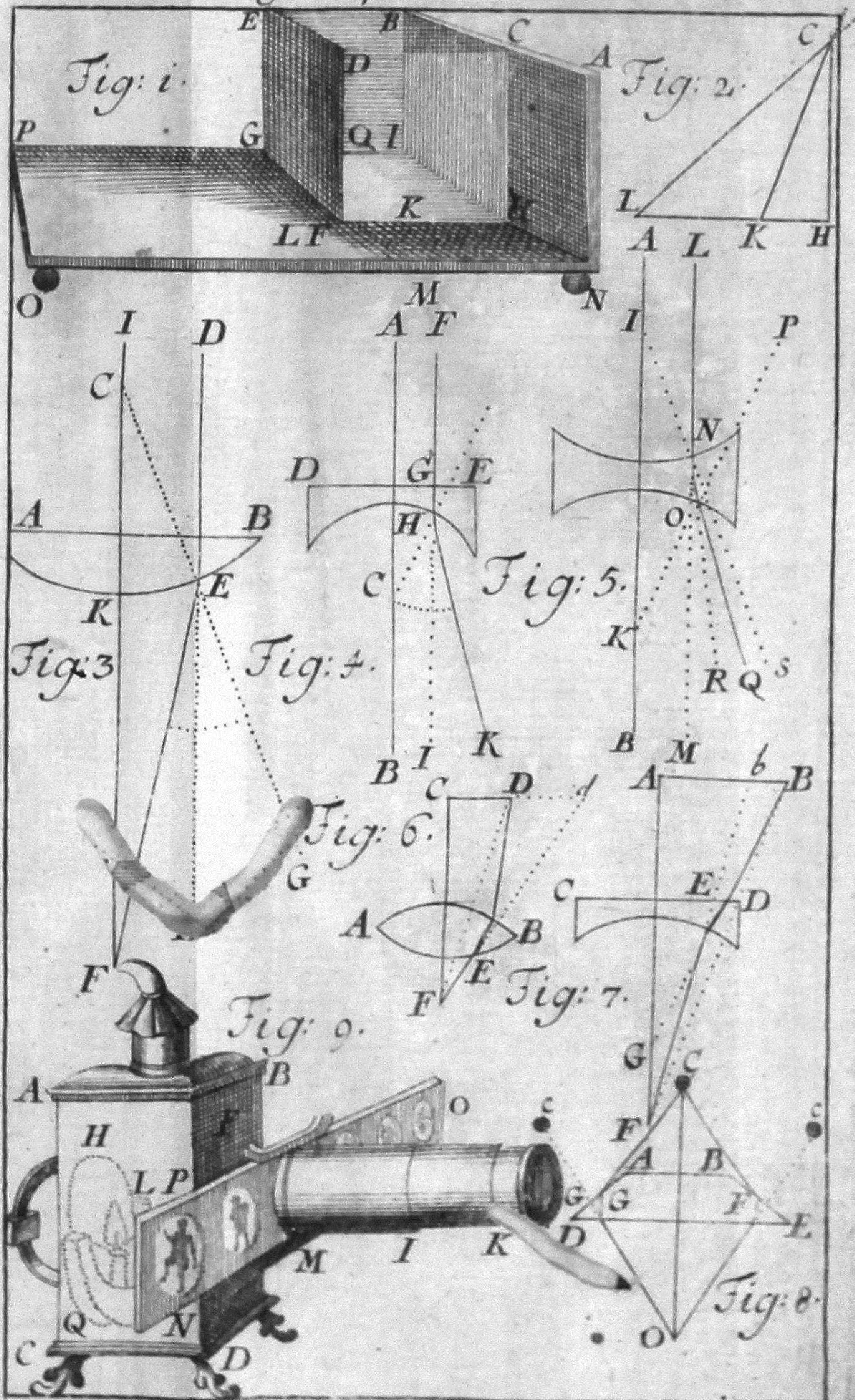
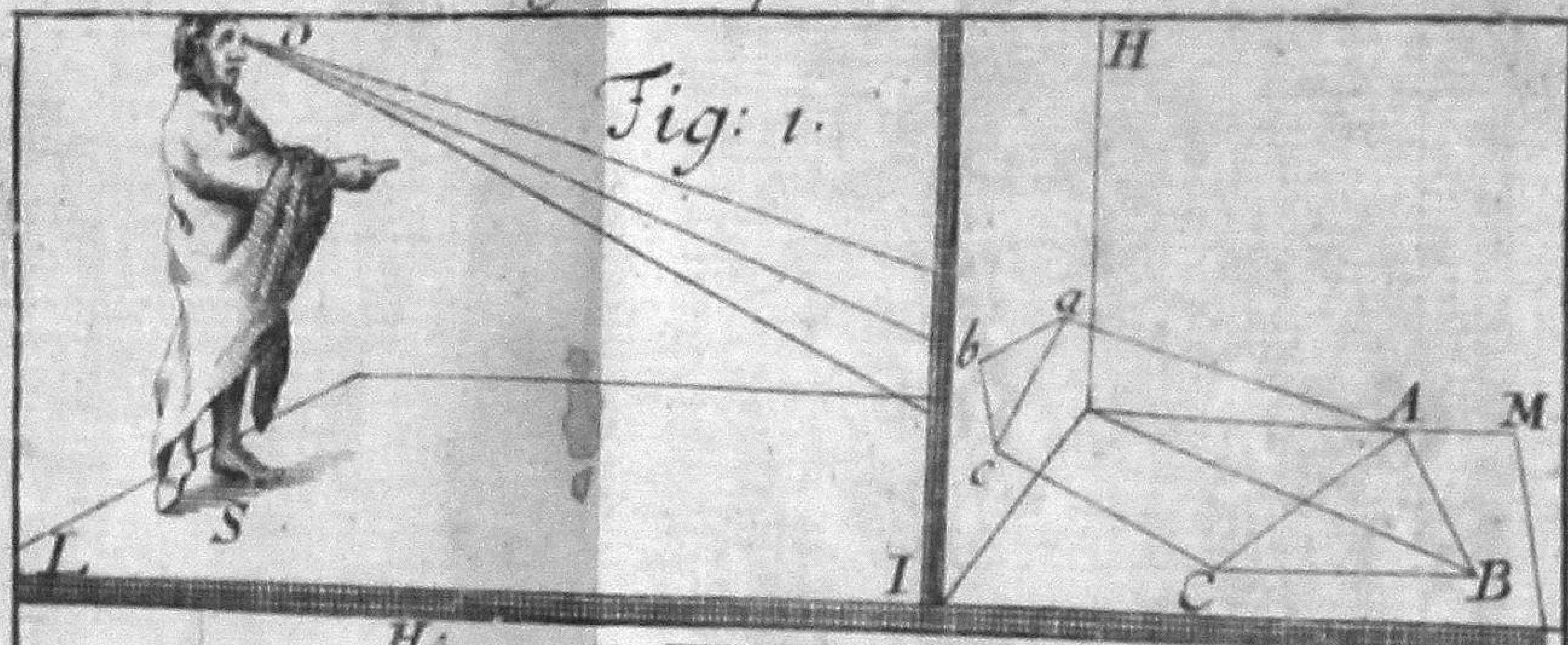


Fig: 1.
E B C A D P G Q I K L F M O N
Fig: 2.
C L A K H
Fig: 3
I D C A B E K F G
Fig: 4.
A F D G E H C B I K
Fig: 5.
A L I P N O K R Q S B M
Fig: 6.
C D d A B E F
Fig: 7.
A b B C E D G C F
Fig: 8.
c A B G F D E O c
Fig: 9.
A B H F L P O c G I K M D Q N C D

Fig. Perspect. Tab. I.



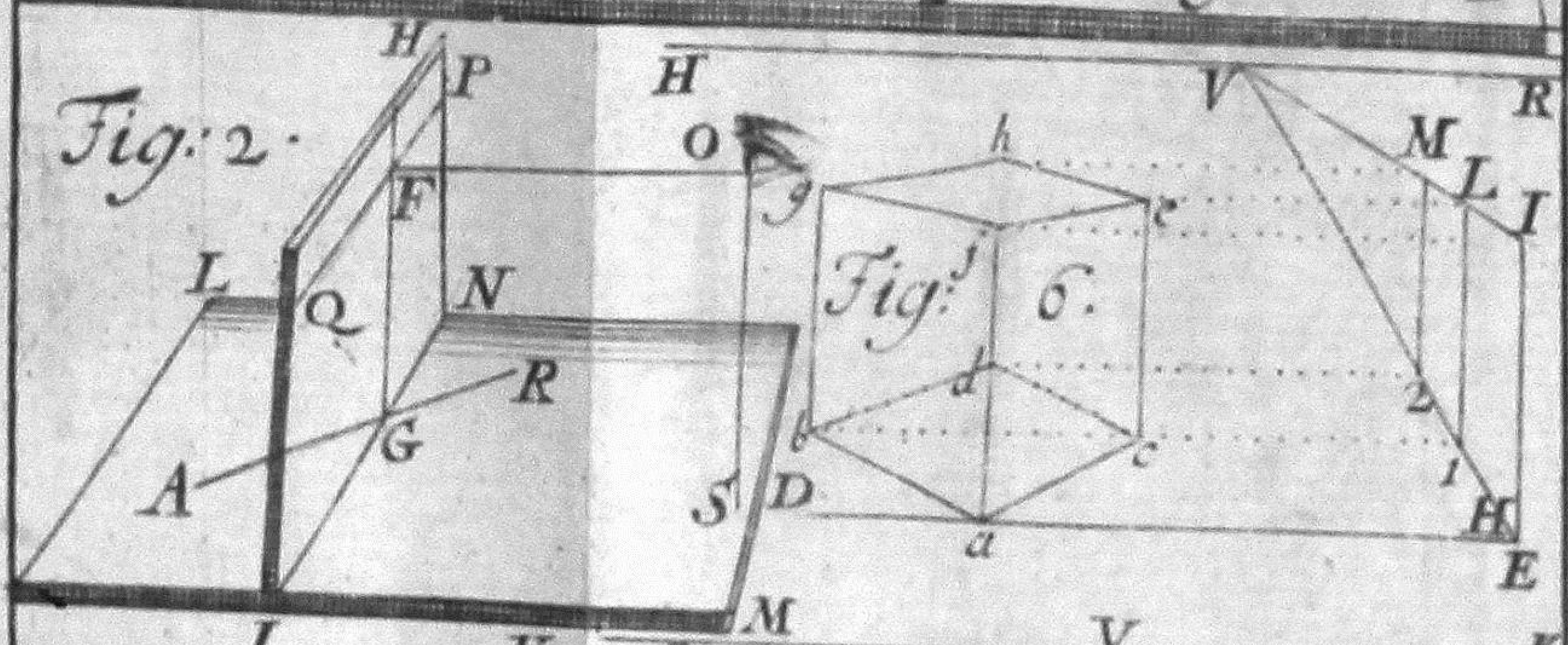


Fig: 3.

Fig: 4.

Fig: 12.